THE UNIVERSITY
OF ILLINOIS
LIBRARY
505
RIV
v.24
MATHEMATICS
DEPARTMENT

SOCIETÀ CATTOLICA ITALIANA PER GLI STUDI SCIENTIFICI

RIVISTA

DI FISICA, MATEMATICA

E

SCIENZE NATURALI

Vol. XXIV.

LUGLIO - DICEMBRE - 1911

DIREZIONE

Cardinal PIETRO MAFFI

Arcivescovo di Pisa

REDAZ. ED AMMIN.

Dott. MARCO SALVADORI

Nel Seminario di Pisa.

PAVIA

PREMIATA TIP. SUCC. FRATELLI FUSI

1911.

Proprietà Letteraria

505
RIV
v. 24

Anno XII. Luglio 1911. Num. 139.

ARTICOLI E MEMORIE

Istituto di Patologia generale della R. Università di Pisa
diretto dal **Prof. G. Guarnieri.**

Sui reperti ottenuti nell'ipofisi ed in altri organi glandolari degli animali castrati

Ricerche dei dottori(a)

A. Marrassini (*aiuto e libero docente*) E *L. Luciani* (*interno*)

Allorchè le osservazioni cliniche ed anatomopatologiche ebbero mostrato la frequenza veramente sorprendente colla quale l'acromegalia, il gozzo ed il cretinismo andavano accompagnati da una particolare tumefazione dell'ipofisi e da una speciale alterazione concomitante della sella turcica, lo studio sistematico relativo al significato della pituitaria si può dire ebbe il suo primo impulso. Solo da allora anatomici da un lato, fisiologi e patologi dall'altro collo studio istologico e coll'esperimento si dettero per numerose vie ad investigare la morfo-

(a) Le parti spettanti a ciascuno dei due autori sono completamente distinte. Uno di noi (Marrassini) fece le prime osservazioni sui cani nel 1909 e le comunicò alla VI riunione italiana di Patologia a Modena, indi cominciò tosto le altre ricerche sui bovini e sugli ovini, e gli esperimenti sui polli, sui conigli e sulle cavie. Le ricerche sui bovini e sugli ovini e gli esperimenti sui polli sono stati completati dallo stesso, mentre quelli sui conigli e sulle cavie furono continuati e completati dallo studente Luciani, che ne fece argomento per la dissertazione di laurea. Nella presente memoria, estesa per intero da uno di noi (Marrassini), è riportata dell'altro (Luciani) solo la parte sperimentale.

538064

logia e la funzione di quell'organo, che per sì lungo tempo era rimasto avvolto nella più misteriosa oscurità.

Senonchè pur essendo riusciti in breve coi metodi più perfezionati della tecnica istologica e sperimentale ad abbattere le vecchie ipotesi aprioristiche, talora veramente strane e bizzarre, che sull'ipofisi erano state emesse da Galeno (1), Vesalio (2), Piccolomini (3), Spigellio (4), Cartesio (5), Monro (6), Boerhaave (7), Silvius (8), Littre (9), Lietaud (10), Bock (11), Gall (12), Hirtzel (13), Tiedemann (14), Carus 15), Brechet (16), Bazin (17), Bourgery (18), Luschka (19), Bourdach (20), Me-

---

(1) *Galeno.* — Opera omnia. T. III p. 693 e 710. Lipsia 1822.

(2) *Vesalio.* — De corporis humani fabrica (Basil 1555, libro VII Cap. XI).

(3) *Piccolomini.* — Anatomicae praelectiones (Romae 1636, libro V, lectio II).

(4) *Spigellio.* — Opera omnia (Amstelodami 1645, libro X, cap. IV).

(5) *Cartesio.* — De homine.

(6) *Monro.* — Observations on the structure and fonctions of the nervous system (Edimburg, 1783).

(7) *Boerhaave.* — Praelectiones academicae in proprias institutiones rei medicae (Venezia 1748. T. II).

(8) *Silvius.* — Citato da Winslow in Exper. anat. struct. corp. humani.

(9) *Littre.* — Memoires de l'Acad. r. des Sc. A. 1707. Paris, 1730.

(10) *Lietaud.* — Anatomie historique et pratique (Paris 1776, T. I).

(11) *Bock.* — Beschreibung der V Nervenpaares und seiner Verbindungen mit anderen Nerven (Meissen 1817).

(12) *Gall.* — Sur les fonctions du cerveau (Paris. Boucher 1825, T. VI).

(13) *Hirzel.* — Zeitschr. f. Physiol. I. 2. 1825.

(14) *Tiedemann.* — Iournal compl. du dict. des sc. med. vol. 23 1825.

(15) *Carus.* — Traité élémentaire d'Anat. comparée (Paris, 1835, Vol. I).

(16) *Brechet.* — Recherches anatomiques et physiologiques sur l'organe de l'ouie. (Paris 1836).

(17) *Bazin.* — Du système nerveux de la vie animale et de la vie vegetative (Paris 1841, sect. III, cap. I).

(18) *Bourgery.* — C. R. de l'Acad. d. Sciences Vol. XX, ap. 1845.

(19) *Luschka.* — Der Hirnanhang un die steissdrüse des Menschen. (Berlin, 1860).

(20) *Bourdach.* — Traité de physiologie (Paris, Baillière, 1837).

ckel (1), Magendie (2), confermando fondamentalmente le ipotesi intuitivamente preconizzate da Willis (3), Palfino (4), Vieussens (5), per il destino del secreto della glandola e quelle di Liegeois (6) e Brown-Séquard (7) sulla natura sua particolare, possiamo dire che anche oggi, dopo una messe abbondantissima ed estremamente varia di ricerche, molti punti capitali rimangono ancora discussi.

E ciò non solo per quel che riguarda i risultati dello esperimento, ma anche per ciò che riguarda la sua intima costituzione, il suo sviluppo, il suo valore fisiologico.

Non è nostra intenzione esporre minutamente le quistioni che riguardano lo sviluppo, la struttura ed anche la funzione della glandola pituitaria; ce ne dispensano le numerose memorie di compilazione comparse in questi ultimi tempi (Paulesco (8), Thaon (9), Delille (10), Parhon e Goldstein (11), Dialti (12) ecc.), e preferiamo riferirci alle parti più discusse soltanto ogni qualvolta l'occasione ci darà agio di farlo.

---

(1) *Meckel.* — Manuel d'Anatomie (Paris 1825, Vol. II).

(2) *Magendie.* — Recherches physiologiques et cliniques sur les liquides cephalorachidiens. (Paris 1842).

(3) *Willis.* — Cerebri anatome cui accessit nervorum descriptio et usus (Amstelodami 1665 cap. 12).

(4) *Palfino.* — Anatomia chirurgica corretta, riformata ecc. da A. Petit. (Venezia 1758, Vol. III, p. 7, cap. 5).

(5) *Vieussens.* — Nevrographia universalis (Lugduni 1685, libro I, cap. 9).

(6) *Liegeois.* — Des glandes vasculaires- sanguignes (Thèse Paris 1860).

(7) *Brown-Séquard.* — Cours de physiologie à la Faculté de Médecine (Paris 1863).

(8) *Paulesco.* — L'Hypophyse du cerveau. (Thèse de Paris, 1908).

(9) *Thaon.* — L'Hypophyse a l'état normal et dans les maladies. (Thèse de Paris, 1907.

(10) *Delille.* — L'Hypophyse et la medication hypophysaire (Paris, 1909).

(11) *Parhon e Goldstein.* — Les sécretions internes. (Paris. Maloine 1909).

(12) *Dialti.* — Patologia e chirurgia dell'ipofisi (Siena, 1910).

Lo scopo delle nostre ricerche mira più specialmente a portare un contributo sperimentale allo studio della funzione dell'ipofisi, considerata sopratutto dal punto di vista delle modificazioni, che in essa si ritiene oggidì determini la soppressione della funzione delle glandole sessuali, e dei rapporti esistenti fra l'una e le altre. E su questo argomento ci piace vagliare minutamente quanto fino ad ora è stato osservato ed ammesso dai varï studiosi.

Le vie principali per le quali si è cercato di giungere più direttamente alla risoluzione del problema, hanno consistito da un lato nella osservazione clinica, colla quale si è cercato di indagare lo stato e l'attività dell'ipofisi sia nella gravidanza, sia in varï stati morbosi, nei quali le glandole sessuali erano compromesse nella loro funzione, e quello delle glandole sessuali nei casi in cui si avevano alterazioni spontanee dell'ipofisi; e dall'altro nella ricerca sperimentale, colla quale si è cercato d'investigare le condizioni dell'ipofisi stessa nei soggetti privati delle glandole sessuali, e le condizioni di queste nei soggetti privati di quella.

Fu primo il Verga (1) nel 1864 a descrivere alterazioni spiccate nella sfera sessuale in una donna, in cui comparve poscia una classica sindrome acromegalica, e nella quale la necroscopia rilevò poi la esistenza di una deformità della sella turcica, ripiena di un tumore del volume di una grossa noce.

Anche il Marie (2), che dopo il Verga diè pel primo una esatta descrizione della sindrome acromegalica, ritiene come fenomeno precoce di questa affezione nella donna la soppressione dei mestrui, ed in seguito espressero la stessa opinione il Guinon (3), il De Souza Leite (4), il Grocco (5), il Moxter (6),

---

(1) *Verga.* — Rendiconto Istituto lombardo di Sc., Lettere ed arti. Milano, 1864, Vol. I, p. 111.

(2) *Marie.* — L'Acromegalie. Étude clinique. (Le Progrès méd. 1889).

(3) *Guinon.* — Gaz. des Hopitaux. Paris, 1889, 9 nov. pag. 1161.

(4) *De Souza Leite.* — De l'Acromegalie. (Paris, 1890 p. 89).

(5) *Grocco.* — Suppl. alla rivista gen. ital. di Clin. med. Pisa 1891.

(6) *Moxter.* — Charité Annal. 24. 1899.

il Reimar (1), il Rampoldi (2), lo Sternberg (3), il Blair (4), il Pittaluga (5), che vide perfino iniziarsi l'acromegalia subito dopo l'arresto delle mestruazioni avvenuto in seguito a spavento, il Iorge (6), che vide migliorare l'acromegalia colla ricomparsa dei flussi mestruali, il Benda (7), il Massalongo (8), Gundakar e Wurmbrand (9), che trovarono anche atrofia delle ovaie, il Thumim (10), il quale avendo trovato ugualmente spiccata atrofia dell'utero e dell'ovaio ammette un aumento della secrezione ipofisaria, che porta alla atrofia dei genitali, e spiega così il peggioramento delle condizioni generali ottenuto colle compresse d'ipofisi, l'Ascenzi (11) e molti e molti altri.

La manifestazione sì frequente di tale fenomeno in precedenza dello sviluppo acromegalico, ed il reperto anatomico in quest'affezione di tumori ipofisarï con spiccata attività degli elementi loro costitutivi, hanno avvalorato l'idea di un nesso intimo fra la ipofisi e le glandole sessuali, e l'altra di un rapporto inverso nella esplicazione della loro attività. Ciò tanto più che anche nell'uomo non mancavano esempï di acromegalia e di gigantismo, nei quali accanto ad un tumore ipofisario

---

(1) *Reimar.* — Ein Fall von Amenorrhoe bei Akromegalie. (Inaug. Dissert. Halle 1893).

(2) *Rampoldi.* — Gaz. med. lombarda. Milano 1894, p. 101.

(3) *Sternberg.* — Die Akromegalie in Specielle Pathologie und Therapie von Nothnagel. Wien 1897.

(4) *Blair.* — Journal of mental sciences. April 1889, N. 189.

(5) *Pittaluga.* — Annali dell'Istit. Psichiatrico della R. Università di Roma Vol. I. 1902, p. 101-116-140).

(6) *Iorge.* — Arch. di psichiatria, di sc. penali, ed antropologia criminale 1904, Vol. 15, p. 412.

(7) *Benda.* — La clinica contemporanea Vol. VIII. Milano 1905, p. 271.

(8) *Massalongo.* — Trattato italiano di Patol. e Terapia medica. Vol. II. P. V. Vallardi Edit.

(9) *Gundakar Gf. Wurmbrand.* — Ziegler's Beiträge 1909. Vol. 47, f. I, p. 187.

(10) *Thumim.* — Berlin. Klin. Wochenschr. 1909, N. 14.

(11) *Ascenzi.* — Riv. di Patol. ment. e nervosa. Vol. 15 1910, Fasc. 12, p. 713.

costituito da elementi in attiva funzione esistevano le giandole testicolari estremamente atrofiche, ed unitamente assenza assoluta o quasi di appetito sessuale (Launois e Roy (1), Champy (2), Comini (3), Thaon (l. c.), ecc.). Così pure non mancavano altri casi di atrofia degli organi sessuali concomitata da tumore ipofisario, come quelli di Berger (4), Fucs (5), ecc. nell'adiposi, per far ammettere questo rapporto, e Salmon (6) sarebbe arrivato perfino a vederlo nel fatto che le alterazioni della vita sessuale danno disturbi del sonno, i quali dovrebbero dipendere dall'aumento di attività dell'ipofisi, che secondo lui presiederebbe a quella funzione.

Ma accanto a questi casi altri ne esistono ed assai numerosi, nei quali i fatti si succedono e si esplicano in una maniera assai differente.

Harris (7) riporta un caso di una donna di 53 anni con sintomi tipici di acromegalia, in cui le sofferenze cominciarono a 25 anni, mentre le mestruazioni si conservarono sempre regolari.

Arnold (8) descrive un caso di acromegalia in una donna di 65 anni, nella quale l'inizio dell'affezione si ebbe a 48 anni coll'arresto dei catamenï, ma in cui la necroscopia mostrò tube ed ovai per grandezza e struttura normali.

Comini (l. c.) stesso descrive un caso di sindrome acromegalica assai bene sviluppato in un uomo, in cui le funzioni genitali erano normali, e casi simili descrive il Messedaglia (9).

Erb e Verstraeten (10) videro un comportamento normale dei mestrui nell'acromegalia.

---

(1) *Launois e Roy.* — Nouvelle Iconographie de la Salpetrière XV, 1902, p. 540-582.

(2) *Champy.* — Bibliographie Anatomiqne. 1906, Vol. 16, p. 163.

(3) *Comini.* — Arch. per le Sc. med. 1896, Vol. 20, p. 435.

(4) *Berger.* — Zeitschr. f. klin. medecin. Vol. 54. 1904, p. 448.

(5) *Fuchs.* — Wiener. klin. Wochenschr. 1906, N. 24.

(6) *Salmon.* — XV Congr. di med. int. Genova 25-29 ott. 1905.

(7) *Harris.* — Medical News N. 1034, 5 nov. 1892.

(8) *Arnold.* — Virchow's Arch. 1894, Vol. 135, p. 1.

(9) *Messedaglia.* — Studi sull'Acromegalia. Padova 1908.

(10) *Erb e Verstraeten* citati da Freund in Ergebn. d. allg. path. d. Mensch. ecc. 1898, II, p. 171.

Il Patellani (1) che in una vastissima memoria si è a fondo occupato dell'argomento, dopo aver descritto due casi, nei quali le funzioni sessuali si erano conservate completamente integre tanto da dare anche ripetute gravidanze e parti normali, ad onta della esistenza bene sviluppata della sindrome acromegalica, dall'esame anche dei casi riferiti dagli altri autori conclude che pure essendo in atto l'acromegalia è possibile che l'ammalata rimanga ancor gravida, contrariamente a quanto si credette fino ad oggi. L'acromegalia non sembra legata al cessare dell'ovulazione, la quale può continuare anche dopo lo sviluppo del morbo del Verga. L'amenorrea acromegalica non può esser sempre la conseguenza della cessata ovulazione, ed alcune volte è dovuta ad una peculiare condizione uterina o generale non per anco definita.

Il Cantani (2) riporta un caso di una donna acromegalica, in cui la malattia ebbe lento decorso e nella quale le mestruazioni continuarono fino all'età critica (49 anni), avendo anche 10 figli, di cui 5 viventi e sani, mentre le stigmate acromegaliche erano già evidenti all'epoca del matrimonio.

Senza dilungarci nel riferire altri casi, che numerosi posson ritrovarsi esposti anche nella memoria surricordata, a noi sembrano sufficienti i pochi, ai quali abbiamo accennato, per interpretare i fatti in un modo un po' differente da quello che la maggior parte degli altri autori ritiene, specialmente riguardo al rapporto funzionale tra glandole sessuali ed ipofisi.

Se è vero che la presenza di alterazioni nella sfera genitale osservata nella massima parte dei casi di acromegalia, nei quali contemporaneamente esisteva tumore ipofisario, può logicamente far supporre una partecipazione delle medesime, allorchè esistono, allo sviluppo del morbo di Verga, come momento patogenetico della sindrome morbosa, secondo ciò che tendono ad ammettere oramai molti studiosi, non vi ha ragione secondo noi di vedere un nesso necessario di subordinazione

---

(1) *Patellani.* — *a)* Atti della Società italiana di ostetricia e ginecologia Vol. XII. Roma 1907. — *b)* Annali di ostetricia e ginecologia Vol. I, 1907, p. 240 e 333.

(2) *Cantani.* — La clin. med. ital. 1910, N. 6, p. 321.

fra l'alterazione ipofisaria e quella genitale. Chè se questo legame esistesse realmente nel senso che altri vorrebbero ritenere, riuscirebbe assolutamente incomprensibile la persistenza della funzione sessuale integra in quei casi, nei quali tuttavia e la sindrome acromegalica e la lesione principale ipofisaria non facevano difetto.

A parte i casi evidenti di accentuata iperfunzione semplice o neoplastica della pituitaria, nei quali è mancato ogni accenno di sindrome acromegalica (Boyce, Rubert, Beadl, Cecil (1), Gutsche (2), Lawrence (3), Packard (4), Edward e Krumbhaar (5), ecc.), a noi sembra verosimile che se le condizioni di aumentata attività ipofisaria sono, come pare, quelle che determinano in certi casi la insorgenza dei fenomeni acromegalici, ed a quelle stesse dovesse andar legata la ipofunzione genitale, non vi dovesse anche esser dubbio, che quando è presente la manifestazione dei due primi fattori, il terzo non dovrebbe far mai difetto; onde la mancanza di esso, fosse pure in un sol caso, dovrebbe esser sufficiente secondo noi a toglier gran valore alla ipotesi sopra accennata, rivolgendo il pensiero a meccanismi per ora inaccessibili, se si vuole, ma di altra natura.

D'altra parte questa idea è avvalorata dal fatto che la atrofia delle glandole sessuali può aversi anche in casi di acromegalia, nei quali manca ogni accenno di iperfunzione della pituitaria (Bleitbreu (6)), e nei quali il momento patogenetico deve con molta verosimiglianza ricercarsi in meccanismi differenti da quello comunemente ammesso del tumore e della iperfunzione della glandola ipofisaria.

---

(1) *Boyce, Rubert, Beadles, Cecil.* — R. in Centralbl. f. allg. Path. u. path. Anat. 1894, p. 530.

(2) *Gutsche.* — Zur Pathogenese der Hypophysistumoren und über deu nasalen Abfluss sowie das Verhalten des Liquor cerebrospinalis bei einer Struma pituitaria. Diss. Erlangen 1894.

(3) *Lawrence.* — Pathol. soc. of. London 1899, Bd. 50.

(4) *Packard.* — American journ. giugno 1902.

(5) *Edward e Krumbhaar.* — Proceedings of the Pathological Society of Phyladelphia 1909 XII, p. 158-173.

(6) *Bleitbreu.* — Münch. med. Wochenschr 1905, p. 2079.

Nè va dimenticato come la dismenorrea, che ha dato il maggiore impulso e fondamento alla ipotesi dei rapporti tra funzione sessuale e funzione ipofisaria, perda anche la maggior parte del valor suo pel fatto che essa si presenta con modalità, intensità e durata varia in molteplici altre circostanze, nelle quali la crasi sanguigna ed il ricambio organico rimangono alterati, senza che nessuno dei segni acromegalici o degli altri di iperattività dell'ipofisi siano manifesti.

Il fatto quindi che nelle persone affette da sindrome acromegalica si trova di frequente un'alterazione nella sfera sessuale insieme ad una lesione ipofisaria con iperattività dei suoi elementi, non ci sembra sufficiente per farci ammettere di necessità un rapporto diretto fra le due manifestazioni.

Quanto al reperto, che nella gravidanza si ha, di una ipertrofia dell'ipofisi, riscontrata da Comte (1), Launois e Mulon (2), Guerrini (3), Cigheri (4), Gaifami (5), Stumme (6), Erdheim e Stumme (7), Ciulla (8) e molti altri, non credo sia un argomento da prendersi in seria considerazione, per riconoscere quel rapporto funzionale tra glandole sessuali ed ipofisi, che la maggior parte vogliono ammettere. Se pensiamo alle modificazioni che la gravidanza apporta in tutti gli organi e sistemi, non escluso il rene, le ossa, il cuore, a noi non sembra strano il fatto che possa modificarsi anche la funzione ipofisaria, la quale tanto risente di tutti i processi che alterano il ricambio materiale; ma ci pare eccessivamente preconcetta la idea di

---

(1) *Comte.* — Ziegler's Beiträge z. path. Anat. ecc. Vol. 23 A. 1898 p. 90.

(2) *Launois e Mulon.* — Annales de Gynécologie et d'Obstétrique Gennaio 1904, P. 2.

(3) *Guerrini.* — Lo sperimentale Vol. 48, 1904, p. 837.

(4) *Cigheri.* — La ginecologia 1906, p. 591.

(5) *Gaifami.* — Atti della Soc. ital. di ostetricia e ginecol. 1907, Vol. 13.

(6) *Stumme.* — Influenza della gravidanza sull'ipofisi. (37 Congr. Soc. Chir. di Berlino. Tribuna med. luglio 1908).

(7) *Erdheim e Stumme.* — Ziegler's Beiträge z. path. Anat. ecc. 1909, Vol. 46, f. I.

(8) *Ciulla.* — La ginecologia moderna A. III. 1910, f. 8, p. 355.

coloro, i quali vogliono asserire che la ipofisi abbia ad accrescere la sua funzione in quel caso unicamente in rapporto alla diminuzione od arresto di quella ovarica.

Ma occupiamoci da vicino dei rapporti fra i due sistemî ipofisario e sessuale, osservati dopo la castrazione nell'uomo e nella donna, ed in ispecial modo di quelli trovati sperimentalmente negli animali.

Dopochè Launois e Roy (l. c.) nel 1902 osservando un caso di gigantismo infantile ebbero messo in rilievo l'atrofia e la impotenza genitale, che esisteva, come negli altri, anche in quel caso, ed ebbero accennato alla importanza che avrebbe avuto la determinazione dei rapporti eventuali in quei soggetti tra atrofia testicolare ed ipertrofia ipofisaria, espressero l'idea che forse utili dati si sarebbero potuti ottenere dall'esame dell'ipofisi negli eunuchi e negli animali castrati precocemente.

Quegli che prima di tutti dal lato sperimentale studiò la quistione fu il Fichera (1905) (1), il quale esaminando le ipofisi in 5 buoi e 5 tori, in 5 bufali interi e 5 castrati, in 50 galli e 50 capponi, trovò che la castrazione produce (già dopo 25 giorni nei polli) aumento costante di quell'organo. Esso raggiungerebbe fino il doppio del suo volume nei bufali e nei gallinacei, ed aumento pur meno spiccato anche nei buoi a confronto dei tori. Lo stesso fatto l'A. osservò poi anche nelle cavie femmine e nelle coniglie; e poichè in tutti gli animali con aumento di volume dell'ipofisi trovò in essa anche aumento del numero e dell'ampiezza delle cellule eosinofile e maggiore irrorazione sanguigna, come mostravano i vasi ampii e pieni di sangue, ritenne come fatto costante che la soppressione della funzione sessuale facesse sentire direttamente la sua influenza sull'ipofisi aumentandone la funzione. E ciò tantopiù in quanto la iniezione di succo testicolare nei capponi ne avrebbe modificato profondamente l'ipofisi avvicinandola in breve a quella dell'animale intero.

In seguito altri autori in base a ricerche sperimentali riconoscono un intimo rapporto fra la funzione degli organi sessuali e quella dell'ipofisi.

---

(1) *Fichera.* — *a)* Il Policlinico. Sez. Chir. 1905, fasc. 6, p. 250. — *b)* ibidem. — fasc. 7. p. 319.

Il Giorgi (1) ha visto ipertrofia dell'ipofisi con aumento delle cellule eosinofile e dello sviluppo vasale in coniglie, cui aveva causticato i corpi lutei, onde ammette che la iperfunzione ipofisaria nella ovariectomia sia dovuta almeno in parte alla soppressione dei corpi lutei stessi. L'A. dice di aver premesso anche osservazioni preliminari sperimentali ed anatomopatologiche, le quali gli avrebbero mostrato aumento di volume e di attività secretoria nelle ipofisi di coniglie ovariectomizzate ed in quelle di donne morte dopo la ovariectomia bilaterale o poco dopo il parto.

Queste ricerche del Giorgi dimostrerebbero la comparsa di una ipertrofia ipofisaria dopo la soppressione delle glandole sessuali anche negli animali adulti, senza che all'atto della mutilazione si richiedesse per la sua comparsa quel particolare stato di giovinezza dell'animale, da altri posto come condizione essenziale.

Il Cimoroni (2) conferma la ipertrofia da castrazione, colla quale si avrebbe aumento delle cellule eosinofile, a differenza di quanto avverrebbe colla tiroidectomia, colla quale la ipofisi mostrerebbe la comparsa di elementi speciali, grandi, di aspetto epatico.

Il Thaon (l. c.) ammette pure un rapporto tra ipofisi e glandole sessuali, ma le sue conclusioni sono fondate principalmente sui risultati del Fichera (l. c.), del Comte (l. c.), del Launois e Mulon (l. c.), mentre le osservazioni da lui fatte direttamente su animali interi e castrati non gli hanno mostrato caratteri così costanti da autorizzarlo ad esprimere un giudizio personale conclusivo.

Tandler e Grosz (3) dicono di aver osservato anch'essi indipendentemente dal Fichera una ipertrofia dell'ipofisi negli animali castrati.

Il Barnabò (4) ha veduto che la resezione dei deferenti

---

(1) *Giorgi.* — *a)* La Ginecologia 1906 p. 725. — *b)* atti della Soc. ital. di Ostetr. e Ginecol. 1907 Vol. XII, p. 477.

(2) *Cimoroni.* — Lo sperimentale A. 59. 1907. fas. 1 e 2, p. 109.

(3) *Tandler e Grosz.* — Wiener klin. Wochenschr. 1908 N. 9.

(4) *Barnabò.* — *a)* Bollett. Soc. zool. italiana. 1907, p. 159.
b) Il Policlinico. Sez. Chir. 1908, f. 3.

determina ipertrofia dell'ipofisi con aumento di volume e di numero delle cellule eosinofile ed aumento della irrorazione sanguigna; invece la resezione monolaterale del deferente con la orchiettomia eterolaterale gli avrebbe mostrato dopo 98 giorni cellule ipofisarie di forma poliedrica, simili a quelle descritte da Cimoroni. L'A. quindi non propende in questo caso per una particolare specie di ipertrofia, ma crede che rappresenti l'ultimo grado della iperfunzione ipofisaria, che prende questo aspetto. Ciò tantopiù che colla castrazione in cavie maschi e topi bianchi mentre al ventunesimo giorno avrebbe ottenuto il reperto del Fichera, a ottanta-ottantadue giorni gli si sarebbe presentato quello descritto dal Cimoroni dopo la tiroidectomia, con assenza quasi assoluta di cellule eosinofile.

Invero i pesi esposti dal Barnabò nella sua tabella dimostrano l'aumento di peso dell'ipofisi soltanto in una cavia su cinque in cui erano stati allacciati i due deferenti, ed in una cavia su tre in cui era stata fatta l'allacciatura del deferente da un lato con la orchiettomia dall'altro. Nelle cavie poi in cui era stata fatta la castrazione completa, i pesi dell'ipofisi non differiscono affatto da quelli delle ipofisi dei controlli.

Questi fatti mentre non sembra giustifichino il concetto di una vera ipertrofia ipofisaria da castrazione, mostrerebbero se mai un aumento dell'ipofisi nella ritenzione ed assorbimento dei prodotti di autolisi delle cellule seminali, fatto perfettamente opposto a quello osservato da Fichera nei capponi, in cui la ipertrofia dell'ipofisi sarebbe stata impedita o rimossa dalle iniezioni di succo testicolare.

Il Solì (1) occupandosi in modo particolare della funzione del timo, tratta anche delle modificazioni che alla castrazione conseguono in molti degli altri organi glandolari, e conclude ammettendo un aumento dell'ipofisi con tutte le modalità precedentemente descritte dagli altri autori, che avevano ottenuto un simile reperto. Egli avrebbe veduto inoltre che in quei rari casi in cui la ipertrofia dell'ipofisi dopo la castrazione è meno spiccata o manca, si ha di regola un aumento pronunziato della

---

(1) *Soli.* — Contributo alla funzione del timo nel pollo ed in alcuni mammiferi. Modena. Soc. tip. mod. 1909.

tiroide. L'A. ammette che la ipertrofia dell'ipofisi costituisca un fatto di vicarietà alla soppressa funzione di secrezione interna del testicolo.

Se osserviamo però le cifre che egli riporta nelle sue tabelle, vediamo come su 11 coppie di polli interi e castrati soltanto 6 volte si siano avuti risultati tali da giustificare il concetto di una vera ipertrofia della pituitaria, mentre le altre cinque volte l'ipofisi dell'animale castrato differisce da quella del controllo di una quantità così piccola, da poterla far rientrare nelle oscillazioni, che abitualmente si osservano anche nell' organo normale. Nè mi sembra che il risultato di questi casi trovi una giusta spiegazione in quello speciale reperto che l' A. ammetterebbe nella tiroide, poichè se è vero che nei casi II° e XIV°, in cui l' ipofisi del gallo superava quella del relativo cappone, in questo la tiroide era più voluminosa e più pesante che in quello, è altrettanto evidente come nel caso III° si avesse una tiroide del cappone assai inferiore a quella del gallo con un' ipofisi presso a poco uguale, e come solo nel caso V°, in cui l' ipofisi del cappone risultava ipertrofica, si avesse in quello una tiroide più piccola che nel controllo, mentre nei casi IV° e VI° insieme ad un' ipofisi assai più voluminosa che nel gallo si ebbe nel cappone aumento pronunziato anche della tiroide. Nulla poi sappiamo circa la tiroide nei casi IX° e X° in cui fu spiccata la ipertrofia dell' ipofisi del cappone in confronto di quella del gallo relativo.

Non va dimenticato poi come se anche fosse costante il reperto di una ipertrofia ipofisaria solo nei casi, nei quali concomita un' atrofia della tiroide, rimarrebbe tuttavia il dubbio, se realmente l' aumento di funzione della pituitaria osservato negli animali castrati dovesse riferirsi direttamente alla soppressione della funzione sessuale, o non piuttosto alla diminuzione di funzione della tiroide stessa, secondo quanto ormai hanno stabilito concordemente le ricerche di Vassale (1), Vas-

---

(1) *Vassale.* — Riv. sperim. di freniatria e med. leg. delle alienaz. mentali 1902, Vol. 28, p. 25.

sale e Bernardini (1) Comte (l. c.), Ponfik (2), T. Torri (3), Cushing (4), Alquier (5), Herring (6), Calderara (7), Lucien e Parisot (8) ecc. ecc.

Nel coniglio se si eccettua il risultato ottenuto in due femmine in cui comparve discreto aumento di volume e di peso dell'ipofisi dopo la castrazione, dei 5 esperimenti fatti da Soli (l. c.) sui maschi soltanto in uno l'ipofisi del castrato superava assai quella del controllo, mentre in uno era altrettanto minore, e negli altri tre ha presentato differenze non superiori a quelle che si ritrovano anche nell'organo degli animali normali.

Anche Parhon e Goldstein (9) in una vasta e pregevole memoria sulle secrezioni interne in generale, nella quale sta raccolta tutta la letteratura riguardante i varî argomenti, espongono alcune loro personali ricerche relative ai possibili rapporti esistenti tra glandole sessuali ed ipofisi.

Innanzitutto essi avrebbero trovato che dopo la iniezione di una macerazione glicerica di ipofisi nel cane i tubuli seminiferi mostrano per la maggior parte mancanza o degenerazione degli spermatociti, senza che si abbia mai la formazione di nemaspermi, onde concludono che questo fatto, se sarà confermato, formerà il complemento degli esperimenti del Fichera, essendo anche in piena concordanza coll' atrofia testicolare

---

(1) *Vassale e Bernardini.* — XI Congr. internat. di med. int. 1894 (in Ctbl. f. allg. Pathol. u. path. Anat. 1894, p. 426).

(2) *Ponfick.* — Verhandl. d. deutschen path. Gesellsch. 1899 (in Ctbl. f. allg. Path. u. path. Anat. p. 835).

(3) *Torri T.* — Il nuovo Ercolani. Pisa 1904-1905.

(4) *Cushing.* — citato da Biedl.

(5) *Alquier.* — Journ. de Phys. et de Path. gen. 1907. T. IX p. 492.

(6) *Herring.* — Quarterly journ. of experimental physiology 1908 Vol. I N. 3 p. 281.

(7) *Calderara.* — Arch. ital. de Biol. Vol. 50. 1908, p. 190.

(8) *Lucien et Parisot.* — Réunion Biol. de Nancy 8 dec. 1908 (in C. R. de la Soc. de Biol. Vol. 65, p. 771).

(9) *Parhon e Goldstein.* — Les sécretions internes. Paris Maloine 1909.

riscontrata nell' acromegalia e nel gigantismo, in cui spesso esiste uno struma dell' ipofisi.

A parte che gli a. a. in questo capitolo dicono trattarsi del cane sottomesso alle iniezionî di macerazione glicerica d'ipofisi, di cui le dosi sono notate al capitolo delle modificazioni del fegato in queste stesse condizionî sperimentali, mentre a pag 788 sullo stesso soggetto riferiscono che la somministrazione è stata fatta per via boccale (!!), non sembra giusto che la unica esperienza fatta dai due a. a. meriti un valore reale, quando chi ha esaminato parecchi testicoli di cane, sa come in quell'animale non infrequentemente esistano alterazioni profonde delle glandole sessuali maschili all'infuori di ogni condizione sperimentale (U. Pardi (1)), e quando altri autori da un lato nel coniglio hanno ottenuto da esperimenti simili risultato affatto negativo (Hallion e Alquier (2), e dall'altro un risultato negativo hanno ottenuto Parhon e Goldstein (l. c.) stessi operando sulle cagne.

Venendo poi alle condizioni dell' ipofisi negli animali castrati Parhon e Goldstein (l. c.) concludono che la castrazione nei maschi determina nell' ipofisi una predominanza delle cellule eosinofile, predominanza che è però lungi dall'essere costante, talchè in certi casi le cromofobe costituiscono la maggioranza, specie negli animali giovani. Nelle femmine invece gli a. a. hanno ottenuto risultati varii onde per lo scarso numero delle esperienze non si sentono autorizzati ad una conclusione precisa.

Questi fatti invero si trovano in disaccordo con i risultati del Fichera, (l. c.) di Cimoroni (l. c.) ecc. i quali avrebbero trovato le modificazioni dell' ipofisi specialmente allorchè la castrazione era stata eseguita in animali giovani; e se pensiamo come le ricerche di Erdheim (3), Creutzfeld (4) ecc. ab-

---

(1) *Pardi U.* — Lo sperimentale A. 65. 1911, f. I p. 17.

(2) *Hallion e Alquier.* — C. R. de la Soc. de Biol. Vol. 65. 4 luglio, 1908.

(3) *Erdheim.* — Ziegler's Beiträge 1903, Vol. 33, p. 158.

(4) *Creutzfeld.* — Iahrb. d. Hamburg Staatskrankenanstalten Vol. 13, 1908.

biano dimostrato che normalmente le cellule eosinofile dell'ipofisi si trovano scarse nel feto, aumentano nella prima età fino ad uguagliare per numero la cellule fondamentali, si fanno quindi più numerose di queste nell'età media per tornar poi nuovamente rare nella vecchiaia, noi ritroviamo negli animali di esperimento di Parhon e Goldstein, (l. c.) salvo rare eccezioni, la espressione esatta dell'ipofisi di animali completamente normali. Di questo crediamo si sarebbero persuasi gli a. a. stessi, qualora avessero tenuto numerosi animali di controllo, ed avessero aggiunto un numero maggiore di ricerche a quella unica, che costituisce il fondamento del maggior numero delle altre serie dei loro esperimenti.

Delille (1) fondandosi sulle esperienze di Fichera, (l. c.) Cimoroni, (l. c.) Barnabò, (l. c.) Parhon e Goldstein, (l. c.) afferma che l'ipofisi ipertrofizza dopo la castrazione, ma intanto avrebbe osservato che la iniezione di estratto ovarico determina nei conigli leggera congestione dell'ipofisi e cellule eosinofile assai numerose.

Il Dialti (2), a differenza di Hallion e Alquier (l. c.), che colla ingestione di estratto d'ipofisi di bue non riuscirono nelle coniglie a produrre modificazione alcuna delle ovaie, o modificazioni solo poco marcate ed incostanti, mentre ottennero sempre modificazioni di volume e di struttura della tiroide, avrebbe osservato che la iniezione di estratto d'ipofisi d'agnello determina nei conigli straordinaria iperplasia ed iperfunzione delle glandole sessuali e specialmente del testicolo, mentre negli animali controllo si ha forse atrofia della glandola: per la qual cosa l'a. ammette che l'atrofia genitale nell'acromegalia nell'infantilismo, nella distrofia adiposo-genitale ecc. sia l'espressione di una diminuita funzione dell'ipofisi.

Frankl-Hochwart e Fröhlich (3) a loro volta avrebbero

---

(1) *Delille.* — L'Hypophyse et la medication hypophysaire. Thèse de Paris 1909.

(2) *Dialti.* — Atti della R. Accad. dei Fisiocritici di Siena 1910, N. 1-2.

(3) *Frankl-Hochwart e Fröhlich.* — Arch. f. exper. Pathol. 1910, Vol. 63, p. 347.

veduto che la iniezione intravenosa di piccole quantità di pituitaria determina nell'utero di coniglie gravide od allattanti prolungate contrazioni, onde ammettono che la principale influenza della pituitaria si faccia sentire sul territorio nervoso degli organi del bacino, in accordo col disgenitalismo che si osserva durante la evoluzione della sindrome acromegalica.

Come appare evidente i risultati dello esperimento condotto per stabilire i rapporti eventuali tra la funzione sessuale e quella ipofisaria, se si eccettuano quelli del Fichera, che hanno corrisposto, pur numerosi, con una esattezza veramente suggestiva, gli altri si trovano in assai evidente dissonanza, e non solo quelli di un osservatore con quelli dell'altro, ma talvolta tra loro anche quelli di uno stesso autore. La massima parte degli esperimenti di costoro poi non dimostra un aumento reale del peso e del volume dell'ipofisi come segno della sua ipertrofia, ma i reperti principali sono costituiti unicamente dall'abbondanza delle cellule eosinofile e dal loro predominio sugli altri tipi in molti casi. Ora tali reperti vengono ritenuti dai più come una particolare modificazione dell'ipofisi, perchè fondati esclusivamente sul preconcetto affatto errato, come dicemmo, che gli elementi eosinofili normalmente debbano sempre trovarsi in numero inferiore agli altri, tanto chè a molte osservazioni sperimentali manca perfino l'esame di relativi animali di controllo.

Nè a risultati più soddisfacenti mena l'esame dei casi descritti di orchiettomia ed ovariectomia nella razza umana.

Il Giorgi (1) ha studiato l'ipofisi di una donna ovariectomizzata bilateralmente a 39 anni e morta 9 giorni dopo l'operazione in seguito all'anestesia cloroformica. L'a. descrive fatti di iperfunzione della glandola ipofisaria; ma essi perdono certamente quel valore che egli vorrebbe attribuir loro in rapporto alla castrazione, se pensiamo alla causa che determinò in si breve tempo l'esito letale, ed alla influenza che sull'ipofisi hanno tutti i processi tossici ed infettivi (O. Torri (2),

---

(1) *Giorgi*. — La ginecologia 1907 p. 37.

(2) *Torri O.* — L'Ipofisi nelle infezioni. Pisa, tip. Orsolini-Prosperi 1903.

Guerrini (1), Gemelli (2) ecc.) È ben vero che in un'altra precedente memoria (l. c.) l'a. asserisce di aver fatto osservazioni anatomopatologiche oltrechè sperimentali, e di aver trovato sempre aumento di volume e di attività secretoria dell'ipofisi dopo la ovariectomia: ma di queste osservazioni non siamo riusciti a vedere la completa descrizione in nessuna parte: esse non sono neanche citate nè indicate nella pubblicazione in parola, e d'altra parte è strano che l'a. abbia trascurato di render noti dei casi tanto interessanti, quando successivamente non ha tralasciato la descrizione di un caso, che per il breve decorso post-operatorio e per la causa della morte presenta invero si poco valore.

Parimente Rössle (3) riporta tre casi in cui erano stati estirpati rispettivamente i testicoli o le ovaie e nei quali osservò un accrescimento non insignificante dell'ipofisi, aumentata di diversi millimetri specialmente nel diametro sagittale. Essi però perdono molta della importanza loro attribuita, poi chè oltre non essere state esposte le cifre esatte indicanti le misure ed i pesi di ciascun caso, l'a. non dice nè per quale affezione la castrazione ebbe luogo, nè per qual malattia morirono gl'infermi, nè che età avessero, mentre d'altra parte riporta un altro caso di una semplice isterectomia, in cui già dopo 4 giorni si ebbe aumento ragguardevole dell'ipofisi, ed altri tre casi (uno di idiotismo ed infantilismo, uno di nanismo, l'altro senza speciali manifestazioni cliniche), nei quali esisteva contemporaneamente ipoplasia dei testicoli, dell'ipofisi e della tiroide.

Il Kohn-Iutaka (4) che ha studiato l'ipofisi di 7 donne ed

---

(1) *Guerrini.* — Riv. di Patol. ment. e nervosa 1904, Vol. 9, p. 513.

(2) *Gemelli.* — *a)* Atti della pontif. Accad. rom. dei nuovi Lincei 21 gennaio 1906, Vol. 69.
b) Sui processi della secrezione dell'ipofisi (Congr. dei naturalisti italiani. Milano 15-19 sett. 1906).
c) Arch. ital. de Biol. 1907. Vol. 47, p. 185.

(3) *Rössle.* — Münch. med. Wochenschr. 1908, N. 8.

(4) *Kohn-Jutaka.* — Ziegler's Beiträge 1909. Vol. 44. f. 2.

un uomo, castrati per vari processi patologici conclude che sebbene la ipertrofia ipofisaria da castrazione nell'uomo non sia così spiccata come quella che Fichera ha trovato negli animali, i suoi risultati concordano tuttavia con quelli del Fichera stesso nelle linee generali, sia per ciò che riguarda il peso dell'ipofisi, che per l'aumento delle cellule eosinofile. Però se analizziamo i dati che Kohn-Iutaka riporta nelle sue tabelle, rimane molto dubbio che la castrazione abbia determinato una vera e propria ipertrofia ipofisaria. É ben vero che la media del peso delle ipofisi dei soggetti castrati da lui avuti in esame in generale superava assolutamente od in rapporto al peso del corpo la media del peso di quelle normali: ma prima di concludere che castrazione ed aumento dell'ipofisi sono tra loro in rapporto di subordinazione, sarebbe stato necessario considerare anche altri fattori, i quali non è difficile che abbiano avuto una particolare importanza, e fra questi specialmente la causa della morte, l'età ed eventuali recenti gravidanze, le quali mentre come hanno osservato Comte (l. c.) Launois e Mulon, (l. c.) Guerrini, (l. c.) Cigheri, (l. c.) Gaifami (l. c.) ecc., determinano di per sè volta per volta ipertrofie sempre più spiccate dell'ipofisi, ne protraggono, se ripetute, il ritorno allo stato normale (Erdheim e Stumme (l. c.).

Ora Kohn-Iutaka avrebbe trovato un leggero aumento dell'ipofisi nel caso II, in cui fu fatta la castrazione per tubercolosi del testicolo, ed in cui il peso del corpo di 42 kg. all'eta di 32 anni lascia supporre la morte per un processo altamente consuntivo, forse della stessa natura dell'affezione testicolare: i casi III e VI presentano un'ipofisi di peso inferiore alla media normale trovata da Erdheim e Stumme per le nullipare aventi un peso del corpo presso a poco uguale; nel caso IV in cui si è avuto un peso elevato dell'ipofisi, ammesso che veramente fosse dovuto ad una ipertrofia dell'organo, non possiamo escludere che questa possa andar legata ad altre cause piuttostochè alla castrazione, la quale non è facile che possa produrre i suoi effetti così rapidamente, da farli risentire tanto spiccati al quarto giorno dopo l'operazione, mentre d'altra parte esiste indubitatamente la influenza tossica del mezzo usato per l'anestesia, capace di aver esplicato in quel

tempo il suo massimo effetto: il caso V mostra un peso dell'ipofisi appena superiore a quello medio trovato da Erdheim e Stumme per le nullipare; aggiungasi che l'inferma morì per pionefrosi, e pur non occupandoci se ebbe o no recenti gravidanze crediamo si possa logicamente escludere che si sia avuta ipertrofia dell'ipofisi in semplice dipendenza della castrazione. Le idee che abbiamo testè esposte sono convalidate anche dal fatto che parimente nel caso VIII, in cui fu eseguita la isterectomia lasciando le ovaie, si sarebbe trovata un'ipofisi assai voluminosa in rapporto a molti degli altri casi.

Tandler e Grosz, (l. c.) i quali come già abbiamo accenato affermano di avere sperimentalmente ottenuto colla castrazione ipertrofia dell'ipofisi, dicono di aver osservato aumento della sella turcica anche negli skopzi sottoposti alla castrazione precoce. Ma gli esami necroscopici e röntgenologici da loro eseguiti non ci sembrano tanto numerosi da poterli autorizzare ad una conclusione assoluta, se si pensa quante volte anche solo occasionalmente occorre di trovare aumento e perfino veri tumori dell'ipofisi (Boyce, Rubert, Beadles, Cecil, (l. c.) Gutsche, (l. c.) Lawrence, (l. c.) Canssade e Laubry, (1) Creutzfeld (2), Edward e Krumbhaar (l. c.) ecc).

D'altra parte Priegl (3) riporta due casi di castrazione bilaterale per tubercolosi del testicolo rispettivamente a 25 e 27 anni, nei quali l'esame röntgenologico non mostrò alcuna modificazione della sella turcica nè dell'ipofisi, pure avendo i soggetti presentato tutte le altre modificazioni somatiche che alla castrazione sogliono conseguire. È ben vero che Tandler (4) spiega la mancanza delle modificazioni ipofisarie per la tardività della castrazione; ma contuttociò rimane incomprensibile come la mancanza di secrezione interna dei testicoli, che si fa

---

(1) *Caussade e Laubry.* — Arch. de med. exper. 1909 N. 2 p. 172.

(2) *Creutzfeld.* — Jahrbüch der Hamburg. Staatskrankenanstalten Vol. 13. 1908.

(3) *Prigl.* — Protokoll offiz. d. KK. Gesellsch. de Aerzte in Wien. Sitz. V. 22. Mai 1908 (in Wien. Klin. Wochenschr. 1908. N. 22, p. 814-815).

(4) *Tandler.* — Wien. Klin. Wochenschr. 1908 N. 22, p. 814-815.

risentire tanto spiccatamente a quell'età su tutto il rimanente dell'organismo, che dovrebbe presentare i maggiori caratteri di stabilità, non abbia a farsi risentire sull' ipofisi, dove tanti altri autori avrebbero potuto costatarne gli effetti indifferentemente in animali giovani ed adulti. Nè riescono parimente comprensibili il caso di Formanek (1) di ipoplasia dei genitali in una ragazza non mestruata, in cui l' ipofisi era normale, nè gli altri casi di Eppinger (2) e Störk (3) di spiccata ipoplasia dei genitali, nei quali non solo non esisteva ipertrofia dell'ipofisi, ma perfino atrofia (Störk).

Delle numerose osservazioni tendenti a stabilire per via indiretta la funzione dell'ipofisi studiando le conseguenze della sua asportazione, ed alle quali Staderini (4) impugna ogni valore per la incompletezza con cui necessariamente la estirpazione dell'organo deve essere stata eseguita, nella massima parte (Vassale e Sacchi (5), Gaglio (6), Pirone (7), Fichera (8), Garnier e Thaon (9), Gemelli (10), Crowe, Harvey, Cushing e Homann (11), Gatta (12), Caselli (13) Dalla Vedova (14),

---

(1) *Formanek.* — Wien. Klin. Wochenschr. 1909 p. 603.

(2) *Eppinger.* — Sémaine med. 2 febb. 1910 p. 60.

(3) *Störk.* — Sémaine med. 2 febb. 1910 p. 60.

(4) *Staderini.* — Archivio di fisiologia 1910 VIII p. 128.

(5) *Vassale e Sacchi.* — in Ctbl. f. allg. Path. u. path. Anat. 1894 p. 426.

(6) *Gaglio.* — Arch. ital. de Biol. 1902 Vol. 38 p. 177.

(7) *Pirone.* — Riforma medica Vol. 19. 18 febb. 1903 p. 169.

(8) *Fichera.* — Lo sperimentale 1905.

(9) *Garnier e Thaon.* — C. R. de la Soc. de Biol. 20 apr. 1907 Vol. 62 p. 659-661.

(10) *Gemelli.* — Arch. ital. de Biol. 1908 Vol. 50 p. 157.

(11) *Crowe, Harvey, Cushing e Homann.* — Quarterly journ. of. exper. physiology II. 1909 p. 389.

(12) *Gatta.* — Gazetta degli Osp. 1896.

(13) *Caselli.* — *a)* Rivista sperim. di Freniatria 1900 Vol. 26 p. 468.
b) Studi anatomici e sperimentali sulla fisiopatologia della glandola pituitaria. — (Reggio 1900 Tip. Calderini).

(14) *Dalla Vedova.* — *a)* Bull. della R. Accad. med. di Roma 1903.
b) » » » » » » » 1904.

Lo Monaco e van Rynberk (1), Paulesco (2), Boteano (3), ecc.) o non si è fatto attenzione allo stato delle glandole sessuali, o quelle sono state trovate completamente normali.

Biedl (4) invece nelle cagne avrebbe osservato dopo la ipofisiectomia atrofia dell'apparecchio genitale, tantochè le ovaie e l'utero parevano quelli di un animale di poche settimane di età.

Anche Aschner (5) avrebbe notato che nei giovani animali la ipofisectomia determina ipoplasia dei genitali ed abito infantile, similmente a quanto riferisce anche Cushing. (l. c.) secondo il quale la estirpazione dell'ipofisi determinerebbe diminuzione della capacità sessuale, che si manifesterebbe anatomicamente coll'atrofia dei testicoli e delle ovaie.

***

In una questione di tanta importanza, in cui come abbiamo veduto i fatti clinici e sperimentali sono tutt'altro che concordi nel condurre ad una conclusione assoluta, noi abbiamo creduto opportuno riprendere lo studio delle condizioni dell'ipofisi negli animali castrati, avendo di mira di non trascurare una quantità di fatti capitali, che gli altri autori spesso hanno tenuto in poco conto, e dal cui insieme soltanto possiamo aver criteri esatti circa il modo con cui i singoli fenomeni si svolgono.

É noto come il peso del corpo, l'età, malattie generali e locali ecc. possano influire sullo stato dell'ipofisi, come pure condizioni particolari estese anche a tutti gli altri organi, onde riesce necessario aver cognizione esatta di queste circostanze, le quali possono talora render ragione di alcuni reperti, cui

---

(1) *Lo Monaco e v. Rynberk.* — Rivista di neuropatologia e Psichiatria. 12 apr. 1901 e Rendiconti dell'Accad. dei Lincei Vol. X. 1901.

(2) *Paulesco.* — L'Hypophyse du cerveau (Thèse de Paris 1908).

(3) *Boteano.* — Contributiuni la physiologia glandei pituitare la brosca (Thèse de Bucarest 1906).

(4) *Biedl.* — Jnnere Sekretion. Jhre physiologischen Grundlagen und ihre Bedeutung für die Pathologie (Wien 1910).

(5) *Aschner.* — Wiener Klin Wochenschr. Dec. 1909.

altrimenti si potrebbe dare una interpretazione tutt' affatto differente e qualche volta anche errata.

Abbiamo usato come animali di esperimento i conigli, le cavie, i cani, i polli, ed abbiamo esteso le ricerche anche alle ipofisi degli ovini e dei bovini.

Di ciascuno degli animali presi in esame abbiamo tenuto conto dell' età e del peso del corpo; dei bovini e degli ovini abbiamo scelto quelli della stessa razza e che provenivano dalle stesse praterie; quanto ai polli abbiamo esaminato non solo capponi e galli provenienti dallo stesso pollaio, e dei quali potevamo avere notizie esatte; ma sono stati pure allevati pulcini della stessa chiocciata, dei quali poi venivano scelte delle coppie aventi uguaglianza perfetta anche nei caratteri esteriori, in modo da avere sempre il controllo ad ogni soggetto castrato.

Di ciascuno degli animali ci assicuravamo alla necroscopia se la castrazione fosse avvenuta o no in modo completo, e che non si avessero condizioni accidentali, capaci di modificare per sè stesse il risultato dello esperimento: abbiamo pesato il corpo dell'animale, il cervello, la ipofisi; quando ci è stato possibile abbiamo pesato il fegato, la milza, il cuore, i reni, le capsule surrenali, e di alcuni animali anche il timo e le tiroidi.

Ciò abbiamo fatto allo scopo di vedere se negli animali operati, accanto ad eventuali modificazioni nel peso della ipofisi esistessero pure proporzionali modificazioni nel peso dei visceri suddetti, specie di quelli a tipo glandolare; fatto questo di massima importanza per interpretare in tal caso la modificazione del peso dell'ipofisi dell'animale operato, come un particolare di un quadro più complesso, non riferibile direttamente agli effetti della castrazione, dal momento che questa non sembra abbia influenza immediata su alcuni di quegli organi, come i reni e la milza.

In secondo luogo ci è parso necessario prendere di ogni animale i pesi dei più importanti visceri per procurarci un criterio delle oscillazioni individuali circa il peso di un dato organo, fatto anche questo della maggiore importanza per stabilire, ad esempio, se la differenza di pochi milligrammi tra

il peso dell'ipofisi di un animale normale e quello dell'ipofisi di un animale castrato, di rispettivi pesi corporei presso a poco uguali, si dovesse piuttosto far rientrare nei limiti delle ordinarie oscillazioni individuali, anzichè attribuirla alla influenza diretta della castrazione. E tali differenze di peso tra individuo e individuo vanno tantopiù tenute presenti nella valutazione comparativa dei pesi ricordati, quando si pensi che in alcuni animali possono raggiungere gradi veramente notevoli. Nelle tavole dei pesi riportate più innanzi, molti esempi si trovano a prova di quest'ultima affermazione. Per amor di brevità diremo solo che, per esempio, in un coniglio normale di 900 grammi si è trovato il fegato di 53 grammi, ed in un altro pure normale di 1000 grammi si è trovato il fegato del peso di soli gr. 24: una differenza quindi di grammi 29, che è davvero notevole e certo non proporzionata alla esigua differenza di 100 grammi tra il peso corporeo dei due animali.

Particolare importanza specialmente nei polli ha la osservazione se la castrazione è avvenuta o no in modo completo, inquantochè in qualche animale avente la forma esteriore del cappone abbiamo potuto ritrovare nell'addome degli organi testicolari più o meno voluminosi, i quali all'esame microscopico mostravano talora assai attiva la spermatogenesi per presenza di numerosi nemaspermi, e mostravano abbondanza di cellule interstiziali: ciò abbiamo potuto notare anche in qualche animale, in cui da noi stessi era stata fatta l'asportazione dei testicoli in modo apparentemente completo.

Della presenza di questi organi testicolari residui si aveva un segno evidente nelle condizioni della cresta, se veniva lasciata, o dei suoi monconi, se veniva tagliata contemporaneamente alla castrazione; poichè negli animali perfettamente castrati l'una e gli altri impallidiscono e scompaiono del tutto o quasi, mentre negli animali non perfettamente castrati si mantengono essai turgidi e discretamente arrossati.

Fino ad ora non siamo riusciti a stabilire caso per caso se questi piccoli organi sessuali siano organi rigenerati, od innesti e iperplasie di frammenti staccati dall'ilo durante la castrazione, oppure organi succenturiati, al che farebbe anche

pensare il reperto ottenuto in un gallo, in cui accanto ad uno dei testicoli bene sviluppati ne esisteva un terzo della grandezza di una nocciola, e l'altro di aver ritrovato un organo simile alla necroscopia di un cappone, cui noi stessi avevamo asportato i testicoli in modo apparentemente completo.

In tutte le nostre operazioni di castrazione, salvo casi eccezionali nei polli, abbiamo cercato di soddisfar sempre alle più rigorose misure di asepsi e di antisepsi. Attenzioni scrupolose avemmo nell' operare di ovariectomia bilaterale le cavie, le quali, se non trattate con speciali riguardi, molto difficilmente sopravvivono. Questo fatto è dovuto a che nelle cavie occorre aggredire le ovaie per via dorsale, e quindi se non si ha cura che l'incisione cada proprio in corrispondenza della loro sede anatomica, la loro ricerca diviene molto indaginosa, si hanno facili maltrattamenti dei visceri, e la operazione si rende troppo lunga ed eccessivamente traumatica.

Tanto gli animali operati che i relativi controlli furono sempre mantenuti nelle identiche condizioni di vita, specialmente nei riguardi del cibo, che per tutti fu sempre uguale per qualità e presso a poco anche per quantità.

Abbiamo condotto il nostro studio sull'ipofisi sia per via macroscopica che per via istologica.

Per il primo scopo abbiamo raccolto, come già più sopra è stato accennato, i pesi dei più importanti visceri di ogni animale castrato e sacrificato dopo un tempo più o meno lungo dall'operazione, per confrontarli con i corrispondenti di ogni animale controllo, e poter così arrivare a stabilire nettamente, in base a tale studio comparativo, il valore delle differenze macroscopiche tra l'ipofisi dei soggetti castrati e quella dei soggetti interi.

Massima attenzione ponemmo sempre nel pesare i visceri di ciascun animale subito dopo estratti ed accuratamente puliti; di ciascun viscere poi oltre il peso assoluto abbiamo creduto opportuno stabilire anche quello relativo al peso del corpo. Per rendere infine più chiari e comprensivi i risultati delle varie pesate, abbiamo ritenuto utile riunirli in tavole, in cui sono esposti i singoli pesi, ai quali poi abbiamo fatto seguire il peso medio dei varii visceri tanto per il gruppo degli

animali castrati, quanto per quello dei controlli: a questo modo molto più agevole e più significativo diviene lo studio comparativo dei risultati ottenuti dalle numerose pesate.

Le ipofisi di tutti gli animali sono state fissate, salvo rare eccezioni, in soluzione di gr. 2 di bicromato di potassio, e gr. 1 di sublimato corrosivo in 100 gr. d'acqua, durante un periodo vario da 6 ore per le ipofisi più piccole a 24 per le più voluminose: e perchè lo studio istologico loro riuscisse il più completo ed esatto possibile, quelle dei conigli, delle cavie, dei cani, dei polli sono state sezionate totalmente in serie; quelle degli ovini e dei bovini sono state sezionate in zone molteplici a tutto spessore, per aver agio di esaminar la struttura in tutte le parti del parenchima glandolare.

Le sezioni sottili di 2-3 μ sono state colorate prevalentemente con ematossilina ed eosina, sia perchè si ottengono dei preparati in cui la struttura della ipofisi appare oltremodo evidente e chiara, sia perchè anche dalla maggior parte degli altri autori fu riconosciuto come il metodo più conveniente.

Nella descrizione dei preparati ci riferiamo prevalentemente ai particolari più interessanti, che si riferiscono al lobo glandolare della ipofisi e più specialmente alla sua porzione anteriore.

Esporremo ora minutamente i risultati delle nostre ricerche (1).

***

Ricerche sugli ovini.

Gli animali di questa specie sono stati castrati ai primi mesi di vita. I montoni però non sono stati uccisi alla stessa età dei castrati, i quali normalmente si abbattono ad una età molto più precoce. — Tenendo conto di queste particolari condizioni e cercando che gli animali siano della stessa razza, non crediamo tuttavia che i risultati abbiano ad essere ecces-

---

(1) Una nota preventiva fu già pubblicata da uno di noi su « Pathologica » Anno II N. 39, 15 giugno 1910.

sivamente modificati dalla differenza di età, quando pensiamo che lo stato dell'ipofisi rimane invariato generalmente per un periodo della vita assai lungo. — Gli animali interi da noi presi in esame trovavansi tutti in attività sessuale completa, la quale veniva rilevata e dalle attitudini del soggetto e dallo stato delle glandole testicolari: nei castrati ci assicuravamo che non esistessero più tracce dei testicoli.

Non è stato possibile ottenere il peso degli altri organi oltre quello del corpo e del cervello, poichè al mattatoio non ce ne è stata consentita la estrazione.

La tavola seguente mostra a colpo d'occhio i risultati ottenuti.

Montoni						Castrati					
Età in anni	Peso del corpo in Kg.	Peso del cervello in gr.	Peso dell'ipofisi in gr. totale	% Kg. del peso del corpo	% gr. del peso del cervello	Età in anni	Peso del corpo in Kg.	Peso del cervello in gr.	Peso dell'ipofisi in gr. totale	% Kg. del peso del corpo	% gr. del peso del cervello
5	48	98	1,180	2,458	1,204	1	35	110	0,585	1,671	0,532
5	65	115	0,848	1,305	0,737	1	47	105	0,655	1,394	0,624
6	37	100	0,780	2,108	0,780	1	43	100	0,630	1,465	0,630
6	47	105	0,745	1,596	0,709	1	50	115	0,825	1,650	0,717
8	45	105	0,580	1,289	0,552						

Montoni		Castrati	
Peso del corpo	medio Kg. 48,4	Peso del corpo	medio Kg. 43,75
	massimo » 65		massimo » 50
	minimo » 37		minimo » 35
Peso dell'ipofisi	medio gr. 0,827	Peso dell'ipofisi	medio gr. 0,674
	massimo » 1,180		massimo » 0,825
	minimo » 0,580		minimo » 0,585
Peso medio dell'ipofisi % Kg. del peso del corpo	gr. 1,751	Peso medio dell'ipofisi % Kg. del peso del corpo	gr. 1,545.

Come appare evidente dalla tavola riassuntiva esposta e dalle medie che ne risultano, mentre esiste una differenza spiccata nel peso dell'ipofisi fra l'uno e l'altro animale della stessa specie e presso a poco anche della stessa età e dello stesso peso, la media delle ipofisi dei montoni è risultata leggermente superiore a quella dei castrati.

Infatti se prendiamo in esame il 1° ed il 4° montone vediamo come alla stessa età presso a poco (avendo uno 5 anni e l'altro 6) e collo stesso peso del corpo (48 Kg. uno e 47 l'altro si sia avuto nel primo un'ipofisi di gr. 1,180 con un cervello di gr. 98, e nel secondo un'ipofisi di gr. 0,745 con un cervello di gr. 105; cioè a dire si è avuto nel primo un'ipofisi con il peso circa 1 volta e mezzo maggiore che nel secondo.

Dando poi uno sguardo alla tabella dei castrati, dalle cifre ivi esposte risulta in modo chiaro come anche in essi si abbiano delle differenze individuali nel peso dell'ipofisi, sebbene negli animali cadutici sott'occhio siano un po' minori di quelle riscontrate nei montoni: tuttavia messe a confronto le ipofisi dei castrati con quelle dei montoni aventi presso a poco lo stesso peso del corpo, apparisce altrettanto evidente come in questi la ipofisi mostri un peso maggiore che in quelli. Tal differenza si apprezza facilmente anche nella media dei pesi dell'ipofisi fatta in rapporto al peso del corpo degli animali, essendo essa di gr. 1,751 pei montoni e di gr. 1,545 pei castrati.

É ben vero che l'età dei castrati era assai inferiore a quella dei montoni, ma noi non crediamo che questo valga tuttavia ad infirmare le conclusioni cui i dati di fatto ci conducono, anzitutto per la considerazione sopra espressa, ed in secondo luogo anche pei risultati che ci ha dato l'esame microscopico dell'ipofisi negli uni e negli altri animali.

Esame microscopico dell'ipofisi dei montoni. — I risultati dell'esame microscopico sono stati fondamentalmente gli stessi in tutti questi animali. Hanno mostrato i vasi per lo più poco visibili e poveri di sangue; ma in qualche zona più ampï e maggiormente ripieni di ematie. In quasi tutto il campo delle sezioni osservate si notano cellule eosinofile, le quali ora sono disseminate irregolarmente, ora riunite in cordoni pieni, ora scaglionate lungo i capillari sanguigni, ora intorno a spazi che

hanno l'aspetto di veri lumi glandolari. Questi ultimi però per lo più sono circondati da cellule cianofile o da cellule di diversi tipi, fra i quali un'attenta osservazione lascia riconoscere chiari termini di passaggio. Alcuni di questi spazi, come ci ha mostrato l'ipofisi del montone di 6 anni e del peso corporeo di Kg. 47, sono straordinariamente dilatati, formando piccole cavità cistiche. In quest'animale anche le cellule eosinofile sembra presentino una grandezza maggiore che nelle ipofisi degli altri.

Tale aspetto delle cellule eosinofile si può osservare anche nell'ipofisi del montone di 5 anni di età e del peso di Kg. 48, nel quale alcuni elementi talora contengono anche due nuclei, senza pur presentare evidenti figure di divisione.

Esame microscopico dell'ipofisi dei castrati. — I risultati ottenuti dall'esame microscopico dell'ipofisi di questi animali non differisce affatto da quello precedentemente descritto. Le sezioni di ipofisi di castrato si confondono assolutamente sotto al campo del microscopio con quelle di montone, qualunque sia la regione in cui le esaminiamo.

Dalle nostre ricerche sugli ovini ci sembra dunque di poter molto verosimilmente concludere che la castrazione in questi animali non determina alcuna modificazione apprezzabile dell'ipofisi, non potendo tener conto di quella leggera inferiorità osservata nel peso dell'ipofisi dei castrati, poichè essa rientra nei limiti assai più vasti delle oscillazioni individuali, alle quali abbiamo accennato.

***

Ricerche sui bovini.

Negli animali di questa specie, come in quelli della precedente, difficilmente possiamo avere esattissima notizia circa l'epoca della castrazione; sappiamo però molto approssimativamente come questa abbia sempre luogo ai primi mesi di vita e sempre avanti che si inizi la capacità sessuale, quindi noi possiamo ritener questi dati come sufficientemente esatti.

I soggetti presi in esame, salvo due, erano tutti di razza

friulana e provenienti dalle stesse praterie. I tori mostravano ancora tendenze sessuali molto pronunziate e testicoli con attiva spermatogenesi: di questi animali però non si è riusciti ad avere che un numero molto scarso, essendone qua estremamente rara la mattazione. Degli animali castrati (vitelli, buoi) ci assicuravano che non fossero rimaste tracce testicolari, e soltanto questi abbiamo preso in esame, tenendo conto dell'età, del peso del cervello, del peso e delle condizioni strutturali dell'ipofisi. Degli altri organi non è stato possibile ottenere la estrazione al macello; soltanto dei reni qualche volta si è potuto avere il peso, che si è mostrato poco differente dall'uno all'altro caso, e che perciò tralasciamo di riportare.

Le tavole seguenti riassumono i dati relativi ai bovini.

Tori.

Età in anni	Peso del corpo in Kg.	Peso del cervello in gr.	Peso dell'ipofisi in gr. totale	Peso dell'ipofisi in gr. % Kg. del peso del corpo	Peso dell'ipofisi in gr. % gr. del peso del cervello	OSSERVAZIONI
3	706	440	3,255	0,461	0,740	
4	590	475	3,420	0,580	0,720	
4	489	430	3,670	0,751	0,850	
8	850	450	2,720	0,320	0,644	Toro della campagna romana
9	870	600	5,110	0,587	0,852	Idem.

Peso del corpo { medio Kg. 595; massimo » 706; minimo » 489 }

Peso dell'ipofisi { medio gr. 3,448; massimo » 3,670; minimo » 3,255 }

Peso medio dell'ipofisi { % Kg. del peso del corpo gr. 0,597; % gr. » » » cervello » 0,770 }

Bovini castrati.

I° gruppo — Vitelli di 18 mesi di età.

Età in mesi	Peso del corpo in Kg.	Peso del cervello in gr.	Peso dell'ipofisi in gr. totale	Peso dell'ipofisi in gr. % Kg. del peso del corpo	Peso dell'ipofisi in gr. % gr. del peso del cervello
18	251	450	1,960	0,781	0,436
»	316	420	2,135	0,676	0,508
»	352	460	1,690	0,480	0,367
»	379	420	2,510	0,662	0,598

Peso del corpo { medio Kg. 324,50; massimo » 379 —; minimo » 251 — } Peso dell'ipofisi { medio gr. 2,074; massimo » 2,510; minimo » 1,690 }

Peso medio dell'ipofisi { % Kg. del peso del corpo gr. 0,650; % gr. » » » cervello » 0,636 }

II° gruppo — Vitelli da 25 a 30 mesi di età.

Età in mesi	Peso del corpo in Kg.	Peso del cervello in gr.	Peso dell'ipofisi in gr. totale	Peso dell'ipofisi in gr. % Kg. del peso del corpo	Peso dell'ipofisi in gr. % gr. del peso del cervello
25	513	450	2,260	0,440	0,502
26	570	450	2,720	0,477	0,604
30	453	485	3,005	0,663	0,620
30	583	500	2,720	0,466	0,544

Peso del corpo { medio Kg. 529,75; massimo » 583 —; minimo » 453 — } Peso dell'ipofisi { medio gr. 2,676; massimo » 3,005; minimo » 2,260 }

Peso medio dell'ipofisi { % Kg. del peso del corpo gr. 0,511; % gr. » » » cervello » 0,567. }

III° gruppo — Vitelli da 3 a 3 ½ anni di età.

Età in anni	Peso del corpo in Kg.	Peso del cervello in gr.	Peso dell'ipofisi in gr. totale	% Kg. del peso del corpo	% gr. del peso del cervello
3½	679	440	2,955	0,435	0,672
3½	681	480	2,805	0,412	0,584
3	675	460	2,900	0,429	0,635
3½	590	450	2,715	0,460	0,603
3½	720	490	3,090	0,429	0,630
3	595	450	2,745	0,461	0,610

Peso del corpo { medio Kg. 658; massimo » 720; minino » 590 } Peso dell'ipofisi { medio gr. 2,868; massimo » 3,090; minimo » 2,715 }

Peso medio dell'ipofisi { % Kg. del peso del corpo gr. 0,438; % gr. » » » cervello » 0,622 }

IV° gruppo — Buoi da 4 a 6 anni di età.

Età in anni	Peso del corpo in Kg.	Peso del cervello in. gr.	Peso dell'ipofisi in gr. totale	% Kg. del peso del corpo	% gr. del peso del cervello
4	368	400	2,655	0,721	0,664
4½	494	420	3,050	0,617	0,726
5½	444	460	2,845	0,641	0,618
6	777	470	4,550	0,586	0,968
5	520	450	2,540	0,488	0,564

Peso del corpo { medio Kg. 521; massimo » 777; minimo » 368 } Peso dell'ipofisi { medio gr. 3,128; massimo » 4,550; minimo » 2,540 }

Peso medio dell'ipofisi { % Kg. del peso del corpo gr. 0,611; % gr. » » » cervello » 0,708 }

I dati relativi ai bovini castrati abbiamo creduto bene raccogliere in gruppi, anzitutto perchè a questi si presta bene l'età dei varï animali, e poi anche per vedere se in qualche epoca della vita si avessero quelle modificazioni dell'ipofisi, che in altre fossero invece risultate assenti.

Dando uno sguardo alle medie relative ai singoli gruppi appare evidente come il peso assoluto doll'ipofisi vada man mano aumentando coll'età, in modo che mentre nei vitelli di 18 mesi di età il peso medio è di gr. 2,074, questo risulta di gr. 2,676 nei vitelli da 25 a 30 mesi di età, di gr. 2,868 nei vitelli da 3 a 4 anni, e di gr. 3,128 nei buoi da 4 a 6 anni.

Quest'aumento progressivo del peso assoluto dell'ipofisi verificatosi coll'età negli animali da noi presi in esame, riteniamo che in parte vada legato alla differenza nella taglia dell'animale, specialmente allorchè questa è molto spiccata, ma che in gran parte sia puramente causale e legata unicamente a differenze individuali.

Noi vediamo infatti fra i vitelli del 1 gruppo come nel III e nel IV, pur aventi un peso del corpo presso a poco uguale, esistano due ipofisi di peso così differente: vale a dire di gr. 1,690 per il terzo, e di gr. 2,510 per il quarto. Nè può certo ritenersi che la superiorità di gr. 0,820 nel peso dell'ipofisi di quest'ultimo animale sia dovuta a quella leggera eccedenza che si ha anche nel peso del corpo, poichè nell'animale II, il cui peso corporeo è inferiore a quello del III, si ha tuttavia un'ipofisi che si avvicina a quella del quarto. Ne risulta quindi che la differenza riscontrata fra le ipofisi dei due animali non può esser legata che a condizioni loro particolari, delle quali a noi sfugge la natura.

Di tali esempi di differenze individuali noi possiamo trovare con facilità esaminando tutte le cifre esposte nelle tabelle, le quali dimostrano pure la mancanza frequente di correlazione fra il peso dell'ipofisi e quello del cervello, mentre essa, come già abbiamo detto, apparisce assai chiara in molti casi fra il peso dell'ipofisi e quello del corpo, specialmente allorchè le differenze di quest'ultimo tra animale ed animale risultano spiccate.

Comunque sia anche considerando in senso assoluto la

media dei pesi delle ipofisi dei varï animali, nè quella dei vitelli del I gruppo, nè l'altra degli animali appartenenti agli altri tre gruppi risulta superiore alla media del peso ipofisario ottenuta nei tre tori esaminati.

D'altra parte anche se noi prendiamo delle coppie di animali aventi presso a poco la stessa età e lo stesso peso del corpo, come il toro primo ed il vitello quinto del III gruppo; il toro primo ed il vitello primo o secondo pure del III gruppo; il toro secondo ed il vitello quarto o sesto del III gruppo; il toro terzo ed il bove secondo del IV gruppo, noi vediamo come il peso della ipofisi del toro risulti sempre superiore a quella del relativo castrato. Soltanto l'ipofisi del bove quarto del IV gruppo, la quale ha avuto il massimo dei pesi riscontrati è risultata di circa $^2/_7$ superiore a quella del toro primo, che aveva però un peso del corpo e specialmente un' età assai inferiore. Noi crediamo tuttavia che anche questa differenza sia legata a condizioni individuali, dal momento che anche nei vitelli terzo e quarto del IV gruppo all'infuori di ogni cagione apprezzabile esiste una differenza anche superiore ai $^2/_6$.

Se finalmente prendiamo in esame non più i pesi assoluti delle ipofisi, ma la loro media in rapporto al peso del corpo e del cervello, vediamo come il peso dell'ipofisi degli animali castrati di tutti e quattro i gruppi risulti inferiore a quello dell'ipofisi dei tori in rapporto al peso del cervello, e come mentre quello dell'ipofisi degli animali del I e IV gruppo in rapporto al peso del corpo è molto vicino a quello medio analogo dei tori superandolo leggermente, ne risulta invece inferiore quello dell'ipofisi degli animali del II gruppo, ed assai più quello delle ipofisi degli animali del III gruppo.

Anche queste divergenze noi preferiamo attribuire a differenze individuali anzichè a modificazioni legate alla castrazione, poichè mentre esse sono di gran lunga inferiori a quelle riscontrate anche normalmente fra animale ed animale nelle stesse condizioni e con età e peso del corpo presso a poco uguali, ci sembrerebbe strano che una causa, la quale determina un leggero aumento del peso ipofisario a 18 mesi di età dell'animale e dopo 4-5-6 anni, avesse a produrre effetti assolutamente contrarï nelle età intermedie. Una tale idea è anche

avvalorata dall'esame delle cifre esposte pei tori I R e II R. Si tratta di due tori delle campagne romane, aventi ambedue lo stesso aspetto esteriore, e di cui uno aveva il peso del corpo di Kg. 870 ed un'età di circa 9 anni, e l'altro un peso del corpo di Kg. 850 ed un'età di circa 8 anni. Il primo mostrava un cervello del peso di gr. 600 con un'ipofisi di gr. 5,110; il secondo un cervello di gr. 450 con un'ipofisi di gr. 2,720.

Non vi ha dubbio che tale spiccata differenza nel peso dell'ipofisi di questi due animali, così simili tra loro per l'aspetto, per il peso del corpo, per l'età, acquisti una straordinaria importanza e dimostri nel modo più evidente come vi possano essere condizioni puramente individuali, di cui non conosciamo il valore, ma certamente estranee alla castrazione, per le quali l'ipofisi può modificarsi profondamente nel suo volume e nel suo peso.

L'esame microscopico dell'ipofisi di tutti gli animali di questa specie da noi osservati offre un particolare interesse.

Esame microscopico dell'ipofisi di toro. — Si ha in tutti presso a poco lo stesso risultato. Alcune sezioni assai periferiche dell'ipofisi appaiono costituite quasi esclusivamente da cellule eosinofile, le quali sono riunite in cordoni pieni od in cumuli di varia forma e grandezza, o sono scaglionate lungo i capillari sanguigni od intorno a spazi alveolari di ampiezza diversa. Altre sezioni più prossime alle regioni mediane contengono una zona centrale od eccentrica, costituita quasi esclusivamente da cellule cianofile, cui sono frammiste in discreta quantità cellule cromofobe e rare eosinofile; le zone circostanti invece sono costituite esclusivamente da cellule eosinofile. I vasi sono discretamente ampï e contengono sangue in abbondanza. Le cellule eosinofile hanno forma rotondeggiante od ovalare con nucleo eccentrico, in cui il reticolo cromatico è molto spiccato; non sono molto grandi ed il protoplasma è colorato uniformemente.

Nelle sezioni appartenenti a qualche altra ipofisi di toro si vedono le cellule cianofile e cromofobe frammiste con maggior frequenza alle cellule eosinofile nelle zone dove queste sono di regola quasi uniche, ed in altre sezioni ancora le zone

in cui le eosinofile scarseggiano sono più vaste. Dall'esame di numerose sezioni condotte in varie zone delle diverse ipofisi ed a tutto spessore risulta tuttavia nel modo più evidente come gli elementi eosinofili si trovino su quelli degli altri tipi in fortissimo predominio.

Esame microscopico dell'ipofisi di vitello e di bove. — L'esame microscopico dell'ipofisi di questi animali non è stato sostanzialmente diverso dall'uno all'altro di essi, nè da quel che abbiamo descritto per l'ipofisi dei tori. I vasi sanguigni nelle sezioni d'ipofisi di alcuni animali si mostrano ampï e ripieni di sangue, in quelle di altri completamente vuoti. Anche nell'ipofisi dello stesso animale mentre in alcune sezioni si vedono i vasi estremamente turgidi, in altre essi non sono quasi affatto appariscenti. Lo stesso fatto si osserva talora anche nelle diverse zone della stessa sezione.

L'aspetto e la disposizione degli elementi nelle sezioni dell'ipofisi di questi animali sono simili a quelli delle sezioni d'ipofisi di toro. Soltanto nel maggior numero delle ipofisi osservate negli animali castrati esistono più abbondanti le modalità, con cui ci si presenta la disposizione dei varï tipi di elementi, tantochè in alcune sezioni ci è dato trovare più estesa quella zona che abbiamo descritta costituita quasi esclusivamente da cellule cianofile e cromofobe, mentre in altre rare essa manca completamente, ed i suoi elementi si trovano frammisti agli eosinofili nelle altre zone, in maggior abbondanza di quel che abitualmente non avvenga.

I singoli elementi hanno aspetto identico a quello degli altri descritti nell'ipofisi di toro.

I risultati dell'esame microscopico non mostrano in conclusione differenze manifeste tra l'ipofisi degli animali interi e quella degli animali castrati. In tutti si ha un forte predominio delle cellule eosinofile di fronte agli elementi degli altri tipi, che si trovano abbastanza scarsi. Onde mettendo a confronto quanto è stato precedentemente rilevato coll'esame ponderale, con quello che è stato microscopicamente osservato, ci sembra logicamente di poter ritenere *che la soppressione delle*

glandole sessuali nei bovini non determina nell'ipofisi modificazioni appariscenti.

***

Esperimenti sui cani.

Sarebbe stato nostro desiderio eseguire esperimenti su coppie di animali della stessa figliata e simili tra loro; ma non ci è stato possibile sia per la difficoltà di provvedere il materiale adatto, sia per la mortalità precoce di quello che eravamo riusciti a procurarci.

Nulla quindi possiamo aggiungere a quello che uno di noi (Marrassini) comunicò alla VI riunione della società italiana di Patologia, tenuta in Modena nel sett. 1909, e da cui risulta evidente come nel cane la castrazione non determini fatti sensibilmente differenti da quelli che si osservano anche nei cani normali, nè per ciò che riguarda il peso, nè per ciò che riguarda la struttura dell'ipofisi.

In alcune sezioni dell'ipofisi di questi animali, siano essi normali o sottoposti alla castrazione, spiccano a piccolo ingrandimento le cellule eosinofile per il loro numero straordinario, tantochè in alcune parti sembrano costituire da sole la zona che osserviamo. In altre regioni però esse appariscono più rare, e quivi ora predominano le cellule cianofile, ora altri elementi grandi, ricchi di protoplasma finamente granuloso, i quali non mostrano elettività nè per l'eosina nè per gli altri colori acidi, mentre ricordano le cellule di aspetto epatico, descritte da Cimoroni negli animali stiroidati. Sebbene le zone, in cui predominano gli elementi di quest'ultimo tipo, siano assai più rare che le altre, pure dall'esame di tutte le sezioni dell'ipofisi tagliata in serie, ci è dato osservarle talora quasi uniche sotto al campo del microscopio.

In mezzo a questi elementi aventi o non affinità pei colori acidi, si trovano le cellule cosidette cromofobe, le quali si trovano frammiste alle altre in vario numero e con varia dispo-

sizione, formando talora anche aggruppamenti autonomi assai spiccati.

In alcune sezioni, nelle quali riesce più evidente la disposizione degli elementi intorno a cavità alveolari ripiene di sostanza colloide, si notano fatti i quali meritano particolare attenzione. Alcuni spazi si vedono circondati unicamente da cellule eosinofile, altri circondati unicamente da cellule cianofile, altri infine puramente da cellule di aspetto epatico, o da cellule cromofobe. Ma in mezzo a loro altri spazï esistono, i quali sono racchiusi da elementi rappresentati in vario numero da tutti i tipi di cellule ipofisarie, tantochè in essi si può ritrovare ogni serie di termini di passaggio per giungere dall'uno all'altro di quegli spazï, cui circonda un unico tipo di cellule, e che abbiamo testè ricordati.

I singoli tipi cellulari non ci hanno mostrato particolarità degne di nota, tali da farci distinguere quelli degli animali castrati da quelli degli animali interi. Essi si sono sempre presentati collo stesso carattere e negli stessi rapporti, il che corrisponde del resto a quanto altri autori hanno normalmente descritto per ciascuno di essi.

(Continua).

PROF. MICHELE CRAVERI
Dottore in Chimica e Farmacia — Dottore in Scienze Naturali
Diplomato dalla R. Accademia d'Agricoltura di Torino

DIVERSI MODI DI UTILIZZARE I RESIDUI DELLA VINIFICAZIONE

(Continuazione e fine)

Possiamo ritenere che la vinaccia presenti in media in questa proporzione gli *elementi della fertilità:*

Azoto	0,89 $_0$/^{0}
Anidride fosforica . .	0,23 $_0$/^{0}
Potassa	0,83 $_0$/^{0}

Ora attribuendo all'*azoto* in questo materiale un valore di L. 1,00 al Kg., all'*anidride fosforica* di L. 0,48 ed alla *potassa* di L. 0,50, una tonnellata di vinaccia potrebbe valere come concime L. 15. Prego lor Signori di confrontare questo calcolo con quello del Dot. Martinotti sopra citato a proposito dei vinelli, dove peraltro l'Autore non ha tenuto conto della spesa per la mano d'opera, ecc, mentre sa tener conto delle spese di trasporto che calcola in L. 0,05 per Mg. quando, si tratta di vendere la vinaccia al distillatore! È ben vero però che destinando la vinaccia ad uso di concime la si può consumare sul fondo stesso risparmiando o riducendo di molto le spese di trasporto, mano d'opera, ecc.

Un calcolo analogo si pnò fare per i *vinaccioli.* Secondo le analisi chimiche 100 Kg. di vinaccioli secchi contengono in media:

Azoto	1,15 $_0$/^{0}
Anidride fosforica . .	0,56 $_0$/^{0}
Potassa	1,12 $_0$/^{0}

cioè ai prezzi attuali delle materie concimanti i vinaccioli avrebbero un valore di L. 2-2,30 al Q.le come concime. Evidentemente é la peggiore destinazione che possano avere,

perchè pel solo rendimento in olio essi darebbero intorno a 5-6 lire al Q.le nette di spesa di lavorazione, ed il panello si vende da 3,50 a 4 lire al Q.le, il che porta sommato un utile di 9-10 lire il Q.le. Occorre ancora notare che un mulino moderno, per esempio il mulino Fumagalli, costa 310 lire, e può essere mosso a motore oppure a maneggio. Ogni quintale di vinaccioli può dare 10-12 Kg. di olio.

Dulcis in fundo! Quì sentiremo le dolenti note delle imposizioni fiscali col miraggio di un Eden di delizie per i distillatori ed i fabbricanti di cremore, quale ci offre il D.r Somma di Asti, ed io cercherò senz'altro di riassumere il suo opuscolo esponendo il suo pensiero.

Per avere un punto di partenza nella valutazione, dovendo i nostri distillatori lottare contro la concorrenza estera, vediamo a qual prezzo viene ceduto sui nostri mercati l'alcool forestiero. L'alcool tedesto alla frontiera viene offerto a L. 21,25 il Q.le ed entrando in Italia è soggetto ad una *tassa di dogana di L. 180 all'ettolitro* cioè L. 212,90 al Q.le di 96° (poichè un El. di alcool il quale ha peso specifico assai minore dell'acqua non è la stessa cosa di un Q.le come per l'acqua stessa), più una *sopratassa di confine in L. 14 l' El.* pari L. 17,30 il Q.le. Quindi un Q.le di alcool tedesco sul nostro mercato assume il valore di L. 251-256 (cioè 21 + 212,70 + 17,30).

Ecco per contro quanto viene a costare oggi un El. di alcool etilico; e qui l'Autore suppone di distillare un vino a 8° di alcool, cioè uno dei vinelli ottenuti per diffusione che venga pagato L. 6 all'El. Siccome per avere un El. di alcool occorrerebbero El. 12,50 circa di tale vino, la spesa per la materia prima raggiungerebbe la somma di L. 75,00. Aggiungiamo a questa L. 16 di lavorazione e *L. 135 di tassa per ogni El. di alcool anidro* (coll'abbuono); avremo così una spesa totale all'El. di L. 226,00 pari a lire 262,16 al Q.le. Dunque il distillatore per avere un piccolo margine e fare la concorrenza all'alcool forestiero che costa L. 251-256 circa il Q.le, dovrà pagare il vino ad 8° di alcool non più di L. 4,75-5,00 l'El., venendogli sempre a costare in tal modo un Q.le di alcool a 96° non meno di L. 248-251 circa.

Se prendiamo invece a considerare le vinacce come ma-

teria prima per l'estrazione, sappiamo che ne occorrono circa Q.li 30-35 per ottenere un El. di alcool, che al prezzo di vendita attuale di L. 2,00-2,50 il Q.le porta una spesa di 70-80 lire per la materia prima; a questa bisogna aggiungere L. 40 circa per spese di lavorazione, compresa la rettificazione e l'estrazione del cremore, e L. 135 di tassa (coll'abbuono) le quali portano una spesa complessiva di L. 255-265 all'El., pari a L. 295,83-307,40 circa al Q.le. Dalle quali dobbiamo togliere per lo meno 80 lire, prodotto del cremore, e così un Q.le di alcool a 96° distillato dalle vinacce viene a costare, con una certa larghezza, L. 225-237. Come ben si vede è neccessario che proceda di pari passo l'estrazione del tartaro per avere qualche guadagno.

Il Governo italiano oltre l' *abbuono* sulla tassa degli alcool distillati in Italia, ha pure fatto una condizione di favore per l'alcool destinato alla illuminazione e riscaldamento (*alcool industriale*); ribassando per esso la tassa di fabbricazione da L. 180 a L. 15 l'El. di spirito supposto assoluto. Questo alcool viene quindi a costare da L. 69 a 73 il Q.le. I prezzi commerciali praticati ultimamente sono questi: Luglio 1908, Milano: Alcool a 96° finissimo di cereali, L. 228-298 il Q.le alla stazione di Milano, senza fusto; Alcool di vinaccia L. 274-276; Acquavite di grappa a 50° L. 116-120; Spirito rettificato di vino L. 274-280; Alcool a 95° per fabbricazione di aceto L. 176; Acquavite di grappa a 50° del Piemonte L. 118-115.

Ed allora, stando così le cose, il viticultore per ricavare dalla sua vinaccia un maggior profitto dovrà diventare industriale? dovrà fare il distillatore? Poichè nella maggioranza dei casi al piccolo produttore mancherebbero i mezzi per l'impianto di una distilleria, nonchè la materia prima da distillare, egli potrà associarsi con altri conterranei produttori di vino e quindi di vinaccia, ed insieme impiantare una *distilleria cooperativa*. Volendo ora fare dei conti per preventivare l'utile netto vediamo quanto costi, secondo il Marescalchi, l'impianto di una distilleria, e quali siano le spese ed il profitto di un esercizio prendendo la media dei prezzi dell'ultimo decennio:

Per la distilleria:

Rame totale impiegato (per caldaie, cilindro, colonna, tamburi, scaldavini e refrigerante ecc.) Kg. 524 a L. 3,60 il Kg. = ...	L.	18446,40
Per N. 5 fornelli, per il sostegno al serbatoio dell'acquavite ed altre opere in muratura . . .	L.	1340,00
Totale	L.	19786,40

Per la tinaia:

Per N. 75 tini di 13 El. a L. 20 l'uno = . . .	L.	1500,00
» » 40 » » 8 » » » 15 »	»	600,00
» » 2 pompe » » 150 »	»	300,00
» » 2 torchi » » 600 »	»	1200,00
» » 100 metri canale in legno per le acque rosse	»	100,00
Totale	L.	3700,00

L. 19786,40 +
L. 3700,00 =
L. 23486,40 (spesa totale d'impianto)

Con questo impianto possono essere distillati *giornalmente* da 80 a 100 Q.li di vinaccia.

Secondo il Da Ponte invece per una distilleria che lavori 5000 Q.li di vinaccia l'impianto costerebbe all'incirca L. 10000 così suddivise:

N. 2 apparecchi di distillazione Da Ponte a fuoco diretto, a L. 2500 l'uno = ...	L.	5000,00
N. 2 fornelli in muratura	»	600,00
N. 2 caldaie per il cremore da 8 Q.li di capacità	»	750,00
N. 2 fornelli per le medesime	»	500,00
N. 2 pompe, 1 torchio, 1 basculla	»	570,00
N. 10 tini per il cremore	»	300,00
Mobili ed altri accessori	»	475,00
Vasche e tini per conservare le vinacce . . .	»	400,00
Vasi per il deposito dell'acquavite (El. 100) . .	»	500,00
Botti serbatoi d'acqua con rubinetti di presa . .	»	80,00
Tubi di gomma	»	50,00
Provino per le vinacce	»	70,00
Filtri da 12 sacchi	»	240,00
Sistemazione locali	»	400,00
Totale	L.	9935,00

Data così la spesa d'impianto di una distilleria vediamo quali ne sono le passività e le attività in un esercizio.

Passivo.

Mano d'opera per infossare 5000 Q.li di vinaccia	L.	300,00
Giornate 100 per la distillazione con 2 alambicchi, compresa la lavoraz. ed essicaz. dei tartari	»	1000,00
Combustibile Q.li 330 a L. 3,15 il Q.le	»	1039,50
Riparazioni al macchinario	»	150,00
Fitto locale e relativi interessi (5,5 %)	»	800,00
Spese generali (assicurazioni posta, custodia, illuminazione, ecc.)	»	1250,00
Tassa di fabbricazione sopra El. 365 al netto dell'abbuono	»	22995,00
Direzione ed amministrazione	»	750,00
Ammortamento del capitale d'impianto di L. 10000 compresi i relativi interessi	»	963,42
Interessi 5,5 % per sei mesi sopra il capitale industriale di $26294{,}70 - r\frac{1}{p} = (1+r)\frac{1}{p} - 1$	»	657,00
Totale passivo	L.	29904,92

Attivo.

Vinaccia residua Q.li 5000 a L. 0,30 il Q.le (per foraggio o concime)	L.	1500,00
El. 355,88 di acquavite (tenuto conto del calo in ragione del 2,5 %) a L. 102 l'El. . . .	»	36299,76
Tartaro Q.li 173 al 75 % di bitartrato, a L. 1,15 il grado	»	14921,25
Totale attivo	L.	52721,01

Attivo totale L. 52721,01 —
Passivo » » 29904,92 =

Totale attivo netto L. 22816,09.

Il Dott. Somma trae ancora da questi calcoli la conclu-

sione che nella distilleria cooperativa di Frascati, per ogni Q.le di vinaccia portato dai soci vengono corrisposte L. 4,74 di profitto netto, avendo già tenuto conto che il produttore abbia ripresa la vinaccia distillata, ed alla quale è stato assegnato come concime il valore di L. 0,30 il Q.le

Ma abbiamo visto che la vinaccia fresca si può vendere al distillatore circa L. 2,50, quindi resterebbe in realtà dall'impianto della cooperativa un utile netto e reale di sole L. 2,20 in più per Q.le che non vendendole subito al distillatore. Ora domando io se vale la pena arrischiare un capitale per un sì misero profitto! Facciamo un calcolo pratico: uno di lor Signori che produca in media ogni anno supponiamo 1000 brente, ossia 500 El. di vino, ricaverebbe dai residui della vinificazione il seguente utile netto:

Supposto che ogni El. di vino lasci 20 Kg. di vinaccia sarebbero dunque 10000 Kg. ossia 100 Q.li di vinaccia che si possono portare alla distilleria cooperativa, tenendo nel debito conto, come passivo, anche la spesa di trasporto. Per lavorare come abbiamo visto 5000 Q.li di materia prima all'anno occorrerebbe che cinquanta proprietari della stessa forza si facessero soci della Cooperativa. La spesa di impianto e di esercizio sarebbe quindi divisa in 50 parti, ma diviso anche l'utile totale. Insomma i 100 Q.li di vinaccia supposti renderebbero a L. 4,74 portati alla Cooperativa L. 474, ed a L. 2,50 venduti al distillatore L. 250. Resterebbero adunque L. 224 lire all'anno di differenza. Non abbiamo però tenuto conto dei vinaccioli che si possono separare e vendere a L. 6 il Q.le per l'olio. Se ogni El. di vino lascia 5 Kg. di vinaccioli, i 500 El. supposti ne daranno 25 Q.li, che moltiplicati per L. 6 renderebbero L. 150. Mi stupisco anzi che il Dott. Somma non ne abbia tenuto conto. Questo intanto è per la vinaccia, e poi resterebbero la feccia ed il tartaro delle botti che rappresentano sempre un valore. In conclusione io credo che, tutto sommato, il produttore di vino trovi ancora maggiore convenienza nel vendere i suoi residui alle distillerie in grande, senza sobbarcarsi al rischio e pericolo di una intrapresa industriale a cui non è preparato.

Insomma hanno potuto vedere anche loro tutto ciò che si

potrebbe e si dovrebbe fare dei residui della vinificazione. Io non aggiungerò dei commenti, nè voglio far pesare la mia opinione personale davanti a quella di specialisti assai competenti in materia. Farò loro osservare però ancora due cose di indole chimica l'una, e geologica-pratica l'altra. Ho già fatto notare che in uno degli esercizi passati (1897-98) si produsse in Italia quasi il doppio di alcool dalle sostanze amidacee, feculente e zuccherine, (*carboidrati*) in confronto coll'alcool del vino. È inutile tentare la dimostrazione della maggiore convenienza degli industriali, benchè sia giusto osservare che il cosidetto *alcool d' industria* non è *alcool etilico* puro. La chimica ci insegna che si può avere alcool etilico:

I) Per fermentazione di liquidi zuccherini naturali	*a*) Senza distillazione	*Vino* *Sidro*
	b) Con distillazione	*Acquavite* *Cognac*
II) Da materie amidacee e feculente mediante saccarificazione e successiva fermentazione	*a*) Senza distillazione	*Birra*
	b) Con distillazione	*Alcool d' industria* (dai cereali e patate) *Arrac* (dal riso)

La *saccarificazione* consiste nel trasformare *l'amido* mediante processi chimici (anzi biochimici) in *saccarosio* (o zucchero di canna), e sdoppiare questo in due molecole di *glucosio* (o zucchero d'uva) chiamate *destrosio* e *levulosio*. Il glucosio a sua volta fermentando per azione di certi funghi (*saccharomycetes*) si trasforma in *alcool etilico* e *anidride carbonica*, secondo le equazioni:

a) $2(C_6H_{10}O_5)^n + H_2O = C_{12}H_{22}O_{11}$
amido — acqua — saccarosio (disaccaride)

b) $C_{12}H_{22}O_{11} + H_2O = 2C_6H_{12}O_6$
saccarosio — acqua — glucosio (monosaccaride)

c) $C_6H_{12}O_6 = 2C_2H_5OH + 2CO_2$
glucosio — alcool etilico — anidride carbonica.

Ora l'esempio della Francia che ha commesso lo stesso imperdonabile errore dell' Italia, cioè ha impiantato troppi vigneti, mi fa pensare alla possibilità di certi fatti anche da noi.

Se lor Signori si ricordano quando imperversava la crisi vinicola nel mezzogiorno della Francia si lamentava da tutti che i produttori francesi non avessero nemmeno più la possibilità di distillare il loro vino invenduto, perchè i grandi raffinatori di zucchero del Nord della Francia estraevano l'alcool dalle *melasse* di barbabietole e lo mettevano in commercio ad un prezzo più basso. Ora, io penso, che cosa avverrà anche da noi se il Governo continua ad inceppare la distillazione, ma protegge in certa misura la raffinazione dello zucchero? In molte regioni d'Italia ora si coltivano le barbabietole destinate alle raffinerie, e siccome i raffinatori ci trovano la convenienza incominciano anche da noi a distillare le melasse, che altrimenti servirebbero solo come foraggio o concime precisamente come le vinacce. Questo è un fatto che fa pensare e che merita di essere studiato.

La seconda osservazione è relativa all'acqua del Monferrato. Quello che deve preoccupare lor Signori non è tanto la mancanza di acqua in Montemagno; a questo ha pensato l'Ing. Eugenio Clivio col suo progetto di un acquedotto che si potrebbe al caso fare solo in piccolo per uso esclusivo della industria da impiantare in detto Comune, se pure non si potrebbe impiantare addirittura lo stabilimento nella valle dove si trova l'acqua. L'importante è che il suolo del Monferrato è costituito in prevalenza da *marne plioceniche*, quindi le acque circolanti nel sottosuolo sono eminentemente calcaree (*dure o crude*) ed anche *selenitose* per l'abbondanza di gesso. Se per uso dell'alimentazione domestica sono da preferirsi anche così alle acque inquinate dei pozzi, assolutamente le acque dure o crude non sono adatte come vedemmo, all'estrazione dei tartari, trasformando il bitartrato potassico in tartrato di calcio.

Gli Autori consigliano a preferenza l'impiego dell'acqua piovana, che naturalmente non potrebbe servire senza l'impianto di costosi serbatoi per un processo grandioso come quello dell'Ing. Negro, ma basterebbe per un trattamento economico delle materie prime allo scopo di estrarne unicamente il tartaro greggio da vendere ai raffinatori ed ai fabbricanti di acido tartarico.

Io ho finito così il mio lavoro di compilatore. Se qualche

cosa di buono e di utile avranno trovato in queste note io non ne ho merito alcuno, perchè non ho inventato niente; mi vogliano piuttosto scusare delle manchevolezze e della prolissità. A me resta il dovere di ringraziarli per avermi fornito l'occasione di farmi una piccola cultura in questa parte interessantissima della scienza agraria che ha tanta importanza sì per il Chimico che per il Naturalista.

Torino, Luglio 1910.

BIBLIOGRAFIA

Cantamessa Filippo « Spirito di vino e cognac — Guida alla distillazione — « Torino, Tip. edit. Bocca 1890.

Cantamessa Filippo « L'alcool — Fabbricazione e materie prime » — Milano, U. Hoepli edit., 1895.

Cantamessa Filippo « Il vino » — Torino, Un. Tip. Edit. 1904.

Carles P. « Les dérivés tartriques du vin » — Bordeaux, Féret édit., 1898.

Carpené A. « Composizione dei tartari delle diverse provincie vinicole italiane » — Conegliano, Tip. Cagnani, 1899.

Carpené A. « Sunto teorico-pratico di enologia » — Torino, C. Clausen edit., 1901.

Cencelli Conte G. Vedi : *Giornale vinicolo italiano, 1882, pag. 110.*

Cettolini Prof. Sante « Manuale per la distillazione delle vinaccie » — Milano, Frat. Dumolard edit., 1893.

Cettolini Prof. Sante « Distillazione del vino ed utilizzazione dei residui della vinificazione » (Bibl. Agric. Vallardi) — Milano, D. F. Vallardi edit.

Chuard Prof. — Vedi : *Cronique agricole du Canton de Vaud* (Lausaune) decembre 1897.

Clivio Ing. Eugenio « Progetto di un acquedotto per il Comune di Monteinagno Monferrato » — Torino, Tipo-lit. Bosio, 1908.

Comboni E. « Trattato di enochimica » — Milano, Frat. Richiedei edit., 1882.

Comboni E. « Industria dell'alcool, del cremore e dell'acido tartarico » *in Annali del Ministero d'Agric. Ind. e Comm., n. 158*, Roma, Tip. Bolla, 1888 (e Roma Frat. Treves edit.).

Comboni E. « Apparecchio per la distillazione delle vinacce, del vino e dei frutti » — Conegliano, 1891.

Corrà Dott. G. « Della quantità di cremore contenuto nelle vinacce di Puglia » *in Boll. Notizie Agrarie, N. 19 del 1900.*

Coste-Floret P. « Les résidus de la vendange » — Montpellier, C. Conlet et Frat. édit., 1901.

Craveri Dott. Michele « Sull'impiego dei concimi fosfatici e potassici nella moderna agricoltura » — *Pubblicato per cura dell' Ufficio d'incoraggiamento per esperienze di concimazione*, Roma, 1910.

Dal Piaz « Fabbricazione del cognac e dello spirito di vino, e distillazione delle fecce e delle vinacce » — Milano, U. Hoepli edit.

Da Ponte « Distillazione delle vinacce e delle frutta fermentate » Milano, U. Hoepli edit., 1900.

Egrot et Grangé « Les appareils de distillation — Réctification continue système E. Guillaume » — Paris, 1899.

Funaro Prof. A. Vedi: *Suppl. ann. alla Enciclop. di chimica scientif. e industr. diretta dal Prof. I. Guareschi* — Torino, 1897-98, p. 113.

Giornale vinicolo italiano (a. 1899 a pag. 52; a. 1900 a pag. 90).

Industria (L') — a. 1892, pag. 539.

La Roos « L'industrie vinicole méridionale » — Montpellier, C. Coulet édit., 1899.

Marescalchi A. « Associazioni e cooperative enologiche » (*Bibl. Agr. Ottavi*) — Casale, Tip. Cassone.

Martinotti Dott. F. Vedi: *Annuario della R. Staz. agr. sperim. di Torino* — Torino, 1898, pag. 149-154.

Menozzi A. e Niccoli V. « Alimentazione del bestiame » — Milano, U. Hoepli edit., 1899.

Müntz et Girard « Les engrais » — Paris, 1889.

Negro Ing. V. « Perfezionamenti nell'industria dei residui della vinificazione » *in Ann. della R. Accad. di Agric. di Torino, vol. XL,* Torino, 1897.

Negro Ing. V. Vedi: *L'Industria*, 1897, n. 37, pag. 577.

Ottavi E. e Marescalchi A. « I residui della vinificazione » *(Bibl. Agr. Ottavi, vol. XXIX)* — Casale Tip. lit. Cassone 1901.

Ottavi O. « Enologia teorico-prativa » *(Bibl. Agr. Ottavi)* — Casale Tip. Cassone, 4ª ediz., 1900.

Ottavi « L'aceto » *(Bibl. Agr. Ottavi)* — Casale, Tip. Cassone, III ediz., 1900.

Pasqualucci L. « Nuovo annuario del commercio e dell'industria d'Italia nel 1895 » — Roma, 1896.

Prunaire Dott. « L'art de colorer les vins avec la couleur naturelle du raisin » — Béaune, 1887.

Ravizza E. Vedi : *Giornale vinicolo italiano* del 1882 a pag. 584.

Romegialli Prof. E. A. « Trattato sistematico di Mercilogia » — Torino, G. B. Paravia e Comp. edit., 4ª ediz., 1908.

Sannino F. A. « Alterazioni del vino » *(Bibl. Agr. Ottavi)* — Casale, Tip. Cassone.

Sébastian Dott. « Guide pratique du fabriquant d'alcools et du distillateur - liquoriste » — Montpellier, C. Coulet édit., 1900.

Somma Dott. U. « Il tornaconto nella diversa utilizzazione della vinaccia » — Asti, Tip. Cooperativa, 1904.

Stradaioli Prof. Vedi : *L'enotecnico* 1⁰ vol., 1893.

Suppl. ann. alla Enciclop. di Chimica Scientif. e industr. diretta dal Prof. I. Guareschi — Torino — (a. 1885-86, pag. 314 ; a. 1893-94, p. 430 ; a. 1894-95, p. 442).

Vecchia L. « La distillazione » *(Bibl. Agr. Ottavi)* — Casale, Tip. Cassone, 1901.

Villavecchia Dott. V. « Dizionario di Merciologia e di Chimica applicata ».

C. ALASIA

PER LA TEORIA DEI GRUPPI

In una conferenza tenuta ad Evanston il Prof, *F. Klein* dell'Università di Gottinga ha mostrato come alle due nozioni fondamentali delle matematiche moderne, e cioè all'*algebra* detta *universale* ed ai *fondamenti dell' aritmetica*, debba ormai aggiungersi quella di *gruppo*, che domina tutto il campo matematico. — Ma queste teorie, non semplici, e solo in parte comprese nell' insegnamento superiore, sono alla portata di pochi, ed anzi anche fra coloro che con successo coltivano le matematiche, molti ve ne sono che ignorano completamente la nozione di gruppo e la parte che essa occupa nello sviluppo immenso oggi raggiunto dalla geometria, dalla teoria delle equazioni, ecc. — (1).

Se la teoria dei gruppi é di data relativamente recente, lo stesso non può dirsi del concetto di gruppo nel suo stretto significato: anzi, osserva il *Poincarè*, che l'esistenza di esso e delle sue proprietà formali è fondamento della geometria euclidea. È evidente, egli aggiunge, che vi hanno nella geometria del grande filosofo greco, degli assiomi che è ben difficile mettere in relazioue col concetto di gruppo, e fra essi è appunto quello secondo il quale il segmento rettilineo è definito come più breve distanza fra due punti; ma la più gran parte dei rimanenti assiomi che egli esplicitamente o implicitamente ammette hanno indubbiamente il loro fondamento nella nozione di gruppo. Ciò che noi chiamiamo geometria costituisce appunto lo studio sistematico delle proprietà formali di un certo

(1) Si è notato che sarebbe cosa utilissima che le nozioni elementari sulla teoria dei gruppi fossero introdotte nell'insegnamento secondario come altre utili nozioni vi furono introdotte per trovar il loro razionale svolgimento negli studi ulteriori, quale, ad esempio, la nozione di congruenza nell'aritmetica razionale (Cf. ad esempio, l'ottimo « *Trattato di Aritmetica razionale* » di Amanzio: — Pierro Napoli).

gruppo continuo. e ciò che diciamo *spazio* possiamo invece dire *gruppo*.

Il concetto di gruppo è solo apparso esplicitamente nel secolo decimottavo, e più specialmente nelle ricerche di Lagrange e Vandemonde sul numero dei valori distinti che una funzione può assumere per le sostituzioni delle variabili dalle quali dipende, verso il 1770. La ricerca delle radici dell'equazione generale di 5^0 grado è uno dei problemi che più appassionarono i matematici dopo che le equazioni di 3^0 e 4^0 grado furono completamente risolte, ma bisogna giungere appunto fino a Lagrange per veder dimostrata l'impossibilità di risolvere per radicali una tale equazione, impossibilità che poi altri matematici dimostrarono per ogni altra equazione di grado n quando sia $n > 4$. Ed è appunto nella ricerca del numero di valori che una funzione intera e razionale può assumere quando in essa si permutano gli elementi in tutti i possibili modi che la teoria dei gruppi ha trovato il suo razionale fondamento e che la teoria delle equazioni ha potuto a sua volta avviarsi per una via nuova e feconda. Il celebre teorema che *Lagrange* ha stabilito è il seguente:

« Le sostituzioni di una funzione di variabili formano un gruppo il di cui indice è eguale al numero di valori distinti che essa può assumere per effetto di tali sostituzioni »;

« reciprocamente, esistono funzioni che ammettono le sostituzioni di un gruppo dato e non altre »,

ritenendo che una funzione *ammette* una sostituzione solo quando questa sostituzione la lascia invariata. Egli potè per tal guisa giungere al teorema classico,

« Ottenuto, con un qualunque mezzo, il valore di una funzione razionale delle radici di un'equazione, si può, in generale, ottenere il valore di un'altra funzione razionale qualunque delle stesse radici, e ciò mediante un'equazione semplicemente lineare ».

L'italiano *Paolo Ruffini*, professose a Modena è stato però colui che per primo ha esplicitamente ammesso la nozione di gruppo considerato in sé stesso, intuendone tutta l'immensa portata ed è stato lui il primo a studiarne la struttura ed enunciarne le proprietà fondamentali. A buon diritto perciò egli è

considerato quale fondatore della teoria benchè sia stato il *Cauchy* che poco dopo ne ha data un'esposizione sistematica. Ed è stato ancora il *Ruffini* che di poco precedendo il norvegese *Abel*, ha potuto dimostrare mediante questa teoria, come l'equazione di 5° grado non possa venir risolta per successive estrazioni di radici.

Vari anni dopo un altro matematico, ucciso giovanissimo, il *Galois*, ha trovato il teorema che può dirsi fondamentale, stabilendo che, « data un'equazione $f(x)=o$, di grado n, le di cui radici sian tutte distinte, *esiste un gruppo G* tale che ogni funzione razionale delle radici, il cui valore numerico è *invariabile* per ogni sostituzione del gruppo G, può esprimersi in funzione razionale delle quantità note, e reciprocamente ».

Questo teorema conduce al concetto di *funzione risolvente* cioè della funzione V più su nominata, che ammette gli 1.2.. n valori distinti, essendo $F(V)=o$ *l'equazione risolvente*, ed al concetto di *gruppo proprio* dell'equazione data, cioè al gruppo che soddisfa alla condizione più su ricordata ed alla sua reciproca. — Infine è ancora di *Galois* il teorema, che stabilisce la condizione di risolvibilità delle equazioni irriducibili il cui grado è un numero primo, e cioè:

« Affinchè un'equazione irriducibile il cui grado è un numero primo, possa risolversi per radicali, è necessario e sufficente che la risolvente di *Lagrange* possegga una radice razionale »,

Non starò quì ad esporre neppur sommariamente i risultati ai quali, nei vari rami dell'analisi matematica, si è giunti mediante questo possente strumento di ricerca che chiamasi *teoria dei gruppi*. — Dirò solo che l'Italia vi ha largamente contribuito con numerose pubblicazioni, alcune delle quali son diventate classiche.

Lo scopo che mi son proposto nello scrivere questa breve nota, è semplicemente quello di dare un'idea il più possibilmente elementare di questa teoria, mantenendomi nel campo della matematica elementare, anzi della matematica *scolastica*.

Permutiamo in tutti i possibili modi gli elementi dell'espressione $ab+cd$: i 24 valori che essa può allora assumere

sono sempre eguali ad uno dei valori rappresentati dalle tre espressioni

$$ab+cd; \qquad ac+bd, \qquad ad+bc.$$

L'insieme di otto permutazioni che lasciano invariato il valore di una di queste espressioni forma un *gruppo di permutazioni* e l'espressione stessa *appartiene* al gruppo. -- In generale le distinte espressioni che appartengono allo stesso gruppo di permutazione sono in numero stragrande, e ciò fa subito rilevare come sia più generale lo studio di un intero gruppo di permutazioni che non quello di una qualunque delle espressioni in esso contenute.

Il gruppo delle permutazioni di una data espressione gode di proprietâ caratteristiche, fra le quali, importantissima, è la seguente:

due permutazioni del gruppo sono sempre equivalenti ad una stessa permutazione, e cioè, se una permutazione vien ripetuta od è seguita da un'altra delle permutazioni dell'insieme considerato, il risultato che si ottiene è equivalente ad una permutazione del gruppo.

Questa proprietà caratterizza il gruppo, giacchè, se data una serie di permutazioni distinte si riconosce che esse godono di tale proprietà, la serie forma un gruppo, ed anzi è sempre possibile costruire un numero infinito di espressioni tali che esse, ed esse solamente, ne lascino invariato il valore.

Ma fu ben presto notato che varie altre operazioni, oltre le permutazioni, godono di queste stesse proprietà, e ciò condusse naturalmente a definizioni più astratte. La condizione che si ammette come fondamentale è la seguente:

una serie di operazioni distinte costituisce un gruppo quando col ripetere una qualunque di esse o col combinare in tutti i modi due operazioni della serie, il risultato è ancora una delle operazioni della serie considerata.

Una tal serie di operazioni soddisfa dunque allle proprietà di gruppo alle condizioni,

1ª, che sia soddisfatta la legge associativa, ossia che essendo a, b, c tre operazioni qualunque della serie, sia

$$abc = ab.c = a.bc,$$

il che può anche enunciarsi col dire che il risultato che si ottiene effettuando successivamente le tre operazioni a, b, c è analogo a quello che si ottiene considerando o ab o bc quali operazioni uniche. — Non è però sempre $ab = ba$; cioè le operazioni non sono sempre permutabili,

2^a, che se è $ab = cb$, $ba = bc$; sia pure $a = c$:,

3^a, che se l'equazione $xy = z$ contiene due operazioni della serie, il terzo elemento dell'equazione rappresenti anche esso un' operazione della serie.

Se ad esmpio consideriamo la serie dei numeri naturali e ne combiniamo gli elementi per moltiplicazione, notiamo subito che le condizioni 1^a e 2^a restano soddisfatte, ma che così non è della 3^a, per cui tal serie non ha carattere di gruppo. Se invece consideriamo la serie di valori che soddisfano all' equazione

$$x^n = 1,$$

e li combiniamo per moltiplicazione, scorgiamo che le tre condizioni precedenti restano verificate, per cui la serie delle n radici dell'equazione forma un gruppo rispetto alla moltiplicazione, e tal gruppo, poiché i suoi elementi sono potenze di una stessa radice, è detto *gruppo ciclico*.

I gruppi ciclici sono i gruppi più semplici.

L'insieme dei movimenti che lasciano invariato un poligono regolare costituisce pur esso un gruppo. Così, ad esempio, se facciamo rotare di un arco di 120° o 240° il piano d'un triangolo equilatero attorno al suo ortocentro, il triangolo si trasforma in sè stesso, e se lo facciamo rotare di 180° attorno ad una qualunque delle sue altezze, il triangolo rimane invariato. Queste cinque rotazioni insieme a quella che non fa muovere nessuno degli elementi del triangolo, (*rotazione identica* o semplicemente *identità*), costituiscono tutti i possibili movimenti del piano capaci di trasformare il triangolo in sè stesso, e questi sei movimenti formano un gruppo che è analogo al gruppo delle sei possibili permutazioni che possono operarsi su tre elementi.

Si scorge in modo analogo che *otto* movimenti del piano trasformano un quadrato in esso contenuto in sè stesso, cioè

le tre rotazioni di 90°, 180°, 270° attorno al suo centro di figura, le quattro rotazioni di 180° attorno alle due diagonali ed ai due segmenti che uniscono i punti medi dei lati opposti, ed infine la rotazione identica. Questo gruppo di otto movimenti ha le proprietà stesse del gruppo delle permutazioni che si possono operare su quattro elementi a, b, c, d capaci di trasformare l'espressione $ab+cd$ in sè stessa, e perciò si suol dire che i due gruppi, come i due altri più su ricordati, sono in *isomorfismo oloedrico.* — Considerati quali gruppi astratti essi sono identici.

Si può riscontrare in modo analogo che i movimenti capaci di trasformare in sê stesso un pentagono, un esagono, ecc., regolari formano un gruppo, e si conclude che sono $2n$ i movimenti del piano d'un poligono regolare di n lati capaci di trasformare in sè stesso il poligono, e che tali movimenti sono le n rotazioni di 180° attorno ai suoi assi di simmetria, gli $n-1$ movimenti attorno al suo centro, e l'identità.

Questi gruppi di movimenti dei poligoni regolari formano una classe di gruppi nota sotto il nome di *classe dei gruppi dei poligoni regolari*, od anche di *classe dei gruppi di rotazione diedrica.*

Gli $n-1$ movimenti del poligono attorno al suo centro insieme al movimento identità formano da loro soli un gruppo che è compreso nel gruppo totale dei movimenti di quel poligono e che perciò è detto *sottogruppo* di quello.

Formano ancora un gruppo in isomorfismo oloedrico a quello formato da tutte le permutazioni operate su quattro elementi l'insieme dei movimenti nello spazio capaci di trasformare un dato solido in sè stesso. Così ad esempio sono 24 i movimenti che trasformano un cubo in sè stesso, e cioè l'identità, le otto rotazioni attorno alle diagonali, le sei attorno ai segmenti che congiungono i punti medi degli spigoli opposti, le nove attorno ai segmenti che uniscono i punti medi delle facce opposte.

I gruppi fin qui citati ad esempio sono costituiti da un numero finito di operazioni e perciò son detti *gruppi d'ordine finito* o semplicemente *finiti.* Ma altri ve ne sono nei quali il numero delle cperazioni che li costituiscono è illimitato e che

perciò diconsi *d'ordine infinito* o *infiniti* (1). Uno dei più semplici esempi di gruppo d'ordine infinito lo abbiamo nella serie dei numeri interi combinati per addizione, e nella serie dei numeri reali, dei numeri razionali e dei numeri complessi se combinati per addizione o moltiplicazione. Tali gruppi additivi d'ordine infinito si sogliono rappresentare mediante l'equazione $x = x' + a$, ove a assume tutta la serie di valori menzionati; ma se a assume valori reali solamente, il gruppo è detto *continuo*. È invece detto *discontinuo* se a assume solo valori razionali (2).

Anche vari capitoli delle matematiche elementari che s'insegnano nelle nostre scuole ci danno numerosi esempi di gruppi. Uno di questi, semplicissimo, si ha nella considerazione del supplemento e del complemento d'un angolo. Sia x tale angolo, minore di 90° e indichiamo con S il supplemento, con C il complemento, con SC il supplemento del complemento, con CS il complemento del supplemento, e così via. Considerando i due angoli $x \pm \pi$, che differiscono l'uno dall'altro di 2π, cioè di un'intera rotazione, come formanti uno stesso angolo, abbiamo:

$$\mathrm{S}.\alpha = \pi - \alpha, \qquad \mathrm{SCS}.\alpha = \frac{3\pi}{2} - \alpha,$$

$$\mathrm{C}.\alpha = \frac{\pi}{2} - \alpha, \qquad \mathrm{CSC}.\alpha = -\alpha,$$

$$\mathrm{SC}.\alpha = \alpha + \frac{\pi}{2}, \qquad \mathrm{SCSC}.\alpha = \alpha + \pi,$$

$$\mathrm{CS}.\alpha = \alpha - \frac{\pi}{2}, \qquad \mathrm{CSCS}.\alpha = \alpha - \pi.$$

---

(1) I gruppi d'ordine finito hanno origine nella teoria delle equazioni algebriche e quelli d'ordine infinito nella teoria delle equazioni differenziali alla quale hanno dato impulso insperato.

(2) La teoria dei gruppi continui è particolarmente dovuta a *Sophus Lie* e trova le principali applicazioni nella risoluzione delle equazioni differenziali: quella dei gruppi discontinui trova le maggiori applicazioni nella teoria delle funzioni ed il suo sviluppo è particolarmente dovuto al *Klein*.

Abbiamo così ottenuto otto differenti valori: osserviamo però che proseguendo ancora la formazione di tali elementi quegli otto valori si ripetono periodicamente. Notiamo inoltre che scambiando S e C in una qualunque delle precedenti espressioni si ottiene o α od uno dei valori scritti. Di più, se successivamente operiamo due qualunque delle otto operazioni, ciò che dicesi *fare il prodotto* di esse, ricadiamo sempre in uno di quegli otto valori. — Così dunque nel prendere ordinatamente il supplemento, il complemento, il supplemento del complemento, il complemento del supplemento, ecc., di un angolo α, e ricordando di aver supposto che $\alpha + \pi$ e $\alpha - \pi$ rappresentino uno stesso angolo, per cui sia $SCSC = CSCS$, o più brevemente $(SC)^2 = (CS)^2$, *otteniamo un gruppo* che, l'identità compresa, ha otto valori diversi, e che perciò dicesi di *ottavo ordine*, generato dalle due operazioni S e C. Indicandolo colla notazione $\{S, C\}$ equivalente a quella più generale G_8, abbiamo,

$$\{S, C\} = G_8 = \{1, S, C, SC, CS, SCS, CSC, (SC)^2\}.$$

Trascriviamo queste otto operazioni in una linea orizzontale ed una verticale e pigliamo per moltiplicandi le operazioni scritte nella verticale e per moltiplicatori quelle della orizzontale: otteniamo una tavola di valori che è la *tavola di moltiplicazione del gruppo*:

	1	S	C	SC	CS	SCS	CSC	$(SC)^2$
1	1	S	C	SC	CS	SCS	CSC	$(CS)^2$
S	S	1	SC	C	SCS	CS	$(SC)^2$	CSC
C	C	CS	1	CSC	S	$(SC)^2$	SC	SCS
SC	SC	SCS	S	$(SC)^2$	1	CSC	C	CS
CS	CS	C	CSC	1	$(SC)^2$	S	SCS	SC
SCS	SCS	SC	$(SC)^2$	S	CSC	1	CS	C
CSC	CSC	$(SC)^2$	CS	SCS	C	SC	1	S
$(SC)^2$	$(SC)^2$	CSC	SCS	CS	SC	C	S	1

Leggiamo in questa tavola che tutte le operazioni del gruppo entrano in ciascuna linea e che il quadrato di ognuna delle operazioni, le SC e CS eccettuate, è l'identità, nel mentre

è l'identità il prodotto di ognuna di queste due ultime per l'altra. Si scorge così come la serie di queste otto operazioni soddisfi alle proprietà di gruppo.

Questo gruppo così definito possiede otto sottogruppi, cioè,

$$\{1,S\},\ \{1,C\},\ \{1,SCS\},\ \{1,CSC\},\ \{1,(SC)^2\};$$
$$\{1,\ SC,\ CS,\ (SC)^2\},$$
$$\{1,\ S,\ CSC,\ (SC)^2\},$$
$$\{1,\ C,\ SCS,\ (SC)^2\}\ (1).$$

Invece di operare sull'angolo α si potrebbe operare sulla espressione

$$\cos\alpha + i\ \text{sen}\ \alpha,$$

essendo $i = \sqrt{-1}$; operando S sull'α di tale espressione, abbiamo,

$$\cos(S\alpha) + i\ \text{sen}(S\alpha) = \frac{-1}{\cos\alpha + i\ \text{sen}\ \alpha},$$

ed operando invece C,

$$\cos(C\alpha) + i\ \text{sen}(C\alpha) = \frac{i}{\cos\alpha + i\ \text{sen}\ \alpha}.$$

Così, se la notazione r sta invece della frase « *reciproco di* » il gruppo

$$\{1,\ S,\ C,\ SC,\ CS,\ SCS,\ CSC,\ (SC)^2\}$$

corrisponde, elemento ad elemento, al gruppo

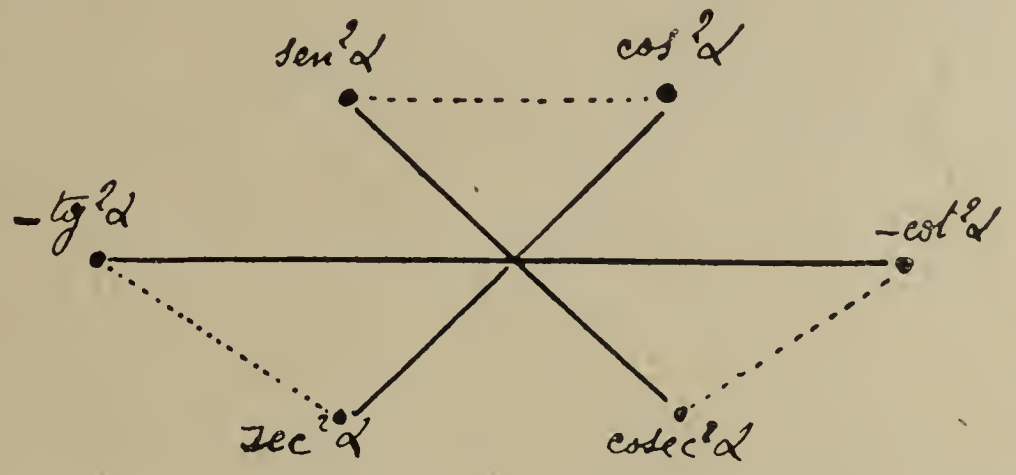
$$\{1,\ -r,\ ir,\ i,\ -i,\ -ir,\ r,\ -1\}.$$

Se osserviamo per di più che i ed r stanno ad indicare le operazioni: *moltiplicare per* $\sqrt{-1}$, e « *prendere il reciproco di* », vediamo che è $ir = -ri$.

---

(1) I sottogruppi della prima linea sono del 2° ordine e sono generati da un'operazione reciproca di sè stessa; il sottogruppo della seconda linea è del 4° ordine ed è generato da SC o da CS; i due sottogruppi seguenti sono entrambi del 4° ordine.

La serie delle sei funzioni trigonometriche di uno stesso angolo costituisce pur essa un gruppo. Nella figura che ho tracciata due espressioni congiunte con tratto pieno sono reciproche, e quelle congiunte da un tratto punteggiato hanno l'unità per somma.



Se dunque u^2 è il valore di una di quelle operazioni, le sei funzioni sono,

$$u^2,\ 1-u^2,\ \frac{1}{u^2},\ \frac{u^2-1}{u^2},\ \frac{1}{1-u^2},\ \frac{u^2}{u^2-1}.$$

Se, come poco prima abbiamo fatto, con r denotiamo la espressione « *reciproco di* », e con m indichiamo $1-$, le sei operazioni precedenti possono scriversi

$$u^2,\ mu^2,\ ru^2,\ mru^2,\ rmu^2,\ mrmu^2,$$

che generano il gruppo

$$\{1,\ m,\ r,\ mr,\ rm,\ mrm\},$$

la di cui tavola di moltiplicazione è

	1	m	r	mr	rm	mrm
1	1	m	r	mr	rm	mrm
m	m	1	mr	r	mrm	rm
r	r	rm	1	mrm	m	mr
mr	mr	mrm	m	rm	1	r
rm	rm	r	mrm	1	mr	m
mrm	mrm	mr	rm	m	r	1

ed i sottogruppi sono,

$$\{1, m\}, \{1, r\}, \{1, mr, rm\}, \{1, mrm\}.$$

Che questi siano i soli sottogruppi si scorge facilmente, poichè od m od r od mrm con una seconda operazione del gruppo, generano sempre l'intero gruppo.

Se mi sarà possibile darò in seguito una esposizione elementare della teoria dei gruppi di sostituzioni e delle loro semplici applicazioni all'algebra.

CRONACHE E RIVISTE

CHIMICA

Berthelot D. — **Les effets chimiques des rayons ultra-violets** — Rev. gen. des Sciences — N. 8. 1911.

L'attività chimica dei raggi ultravioletti fu studiata già nel 1771 dallo Scheele, e poi dal Semnelier e quindi dal Ritter e Wollaston, i quali distinsero le diverse specie di radiazioni in calorifiche, luminose e chimiche: una lunga schiera di studiosi da quel tempo ad oggi ha apportato con importanti ricerche alla scoperta di molti fatti fino a qualche tempo fa ancora oscuri nella loro costituzione. Uno dei primi caratteri di molte azioni fotochimiche di tali radiazioni è la reversibilità: così se le radiazioni ultraviolette determinano la combinazione del H ed O, le stesse decompongono pure il vapor di acqua, e così anche la decomposizione del CO^2 in CO e O_2 è reversibile, onde si può dedurre l'efficace energia chimica di tali radiazioni nel decomporre dei corpi assai stabili a temperatura ordinaria; altra cosa notevole è la reversibilità degli equilibri fotochimici gazosi anche nel caso del miscuglio d'idrogeno e cloro, esempio classico di combinazione per la luce.

Dobbiamo ancora ricordare il caso dell'acqua ossigenata, di cui alcuni studiosi hanno segnalato la decomposizione, altri la formazione sotto l'influenza della luce solare e specialmente la presenza nell'acqua di pioggia: queste azioni sono facili a riprodurre con la luce ultravioletta, l'ossigeno sotto forma di bolle si sviluppa sollecitamente, ed inversamente, in special modo se l'acqua è acida, si producono tracce d'acqua ossigenata. Possiamo domandarci se la luce è atta a fornire a spese della sua propria energia, l'energia necessaria al compimento delle azioni chimiche o se, al contrario, essa si limita ad effettuare il lavoro preliminare neces-

sario onde permettere a dette reazioni di vincere le resistenze chimiche passive: certo si è che la luce accelera l'attività delle reazioni, ed a questo proposito ci rischiarano la via le belle ricerche di Lemoine e di Berthelot per le quali è dimostrato che le radiazioni ultraviolette realizzano le azioni date dai fermenti e restaurano l'energia chimica riservandola sotto la forma potenziale. Altre reazioni son quelle della decomposizione dell'anidride solforosa con precipitazione di solfo ed ossigeno libero che si unisce al gas non decomposto formando anidride solforica: e questa precipitazione di solfo avviene anche quando l'anidride solforosa è in presenza di un eccesso d'ossigeno.

***

Perchè una radiazione agisca sopra un mezzo è necessario che essa sia assorbita, adunque deve esistere un intimo rapporto fra l'attività chimica dei raggi ultravioletti e la loro straordinaria attitudine ad essere assorbiti.

Infatti nei gas usuali l'idrogeno è quasi trasparente per l'ultravioletto e l'azoto è poco assorbente: questi due gas sono infatti i più inerti nelle radiazioni ultraviolette, e non siamo per ora riusciti a manifestare la loro combinazione: mentre l'ossigeno ed ancor più l'ozono si mostrano assai attivi. Davy ha trovato che l'ossido di carbonio si unisce a volumi uguali di cloro per dare il gas cloro-ossicarbonico e l'A. ha dimostrato che si combina con l'ossigeno per dare anidride carbonica e con altri gas in modo da realizzare la formazione di semplici composti organici quaternari: adunque l'efficacia chimica dei raggi ultravioletti dovrà esplicarsi come causa d'ordine cinetico, e potrà esser riposta nel sincronismo delle loro vibrazioni con le vibrazioni della materia. Ad avvalorare, questi studi vengono quei fatti per i quali sembra esistere una analogia di risonanza fotochimica fra l'etere e la materia, le ricerche di Becquerel sui sali di uranio e di Wood e Moore sui vapori di sodio stanno a dimostrare tale armonica relazione. A lato del punto di vista cinetico conviene considerare anche quello termodinamico; il principio dell'equivalenza ci

insegna che l'energia radiante assorbita si trasforma in una quantità equivalente di energia, in generale chimica o calorifica; due sono i casi che possono presentarsi per l'energia chimica e cioè la reazione esotermica o l'endotermica: gli studi a questo scopo compiuti ci dimostrano. che le radiazioni ultraviolette possono produrre corpi endotermici, quali l'ozono. Una applicazione fra le più interessanti dei raggi ultravioletti, consiste nel riprodurre i fenomeni fondamentali della sintesi clorofillana, problema fino ad oggi ritenuto come proprietà misteriosa della vita. Siamo indotti a ritenere che per ciascuna decomposizione fotolitica si esige un potenziale fotochimico minimo, nello stesso modo che per ciascuna decomposizione elettrolitica è necessario un minimo potenziale elettrochimico.

L'elettrolisi non si esercita che su certi corpi speciali (acidi, basi, sali) purchè siano disciolti nell'acqua, mentre con la fotolisi si ottengono decomposizioni di alcuni corpi organici (alcool, aldeidi, cetoni, zuccheri, ecc). La decomposizione fotolitica dei corpi organici solidi con sviluppo abbondante di gas è un risultato inaspettato. In questo sviluppo gassoso si riconosce una analogia con le fermentazioni.

L'identità dei prodotti di fotolisi ottenuti con corpi, qualunque sia il lor stato fisico, ci fa pensare che il primo effetto delle radiazioni ultraviolette sia quello di riportare tali corpi ad uno stato comune: quello che risulta dalla dissociazione dei radicali reagenti allo stato d'ioni. Si sa che i raggi ultravioletti esercitano un'azione energica sia sui solidi che sui liquidi e gas nei quali essi determinano la formazione di centri di condensazione. Le esperienze di decomposizioni di alcool, aldeide ed acidi con le radiazioni ultraviolette, ci stanno a dimostrare quale sia la loro attività sui corpi a struttura lineare (serie grassa) a differenza di quelli a struttura ciclica.

I raggi ultravioletti possiedono ancora un grande potere di polimerizzazione, e questo si manifesta sopra i carburi organici non saturi, quali l'etilenici o gli acetilenici. Il metano, tipo dei carburi saturi, non ha tendenza alla polimerizzazione: non è modificato dai raggi ultravioletti, ma la loro attitudine si manifesta quando il metano è in presenza d'ossigeno. Reazioni simili possono essere avvenute in epoche geologiche,

nella formazione dei petroli, contribuendo a togliere all'atmosfera una parte del gas emanato dai vulcani. Infine i raggi ultravioletti condensano il cianogeno gassoso in paracianogeno solido: l'azione polimerizzante avviene debolmente anche per l'ozono.

***

Si sa da lungo tempo che l'attività dell'ossigeno dell'aria si esalta sotto l'influenza della luce: i raggi ultravioletti possiedono una facoltà ossidante ad un grado massimo, che sorpassa quella dell'ozono nelle medesime condizioni, e così si realizza la combustione a freddo di un gran numero di corpi: l'idrogeno è totalmente bruciato dall'ossigeno con formazione di vapor d'acqua così il gas ammoniaco brucia con formazione d'azoto ed acqua; il cianogeno brucia con produzione d'anidride carbonica ed azoto. Quando si parlò della cometa di Halley e degli effetti tossici che avrebbe prodotto il cianogeno introdotto nell'atmosfera terrestre, fu infatti rimarcato che tale gas sarebbe bruciato per l'ossigeno negli strati superiori dell'atmosfera ove è assai attiva l'azione delle radiazioni ultraviolette. Una azione ossidante assai manifesta è la perossidazione dei composti ossigenati di azoto e solfo. Una applicazione di tali facoltà ossidanti è quella della nitrificazione dei composti ammoniacali o azotati. Fino dal tempo di Schloesing e Munz si sa che la nitrificazione naturale dei composti organici o ammoniacali avviene sotto l'influenza di fermenti: ora si è scoperto che i raggi ultravioletti in presenza d'ossigeno o semplicemente d'aria realizzano a freddo la nitrificazione ma solo fino allo stato nitroso.

Mentre la fotolisi non ci rappresenta che una parte dell'attività chimica delle radiazioni ultraviolette, la fotosintesi è l'altra parte non meno interessante ed apre nuovi orizzonti nello studio delle azioni vitali.

Si conoscono per Berthelot i metodi sintetici per i quali si possono, in laboratorio, riprodurre tipi di composti organici al di fuori della forza vitale, ma queste sintesi si fanno in condizioni assai diverse da quella della Natura, cioè ad alta tem-

peratura o con l'intervento di reattivi chimici incompatibili con la vita. I raggi ultravioletti al contrario realizzano queste sintesi per azione diretta, alla temperatura ordinaria sui corpi più semplici e più diffusi quali: l'anidride carbonica, il vapor acqueo, l' ammoniaca. I raggi ultravioletti hanno permesso, per la prima volta di riprodurre, al di fuori dell'organismo, la sintesi fondamentale dell'azione clorofillana degli idrati di carbonio: senza questa funzione capitale la vita sarebbe impossibile; poichè il carbonio tornato nel mondo minerale allo stato di gas di rifiuto senza la funzione clofillana non potrebbe passare allo stato organico. Oltre questa sintesi dei composti ternari, i raggi ultravioletti hanno permesso di realizzare anche i composti quaternari e delle sostanze albuminoidi, base della materia vivente. In conclusione oggi nei laboratori una nuova forma d'energia s'introduce, l'energia radiante; essa è destinata ad apportare nuova luce sui più grandi fenomeni che avvengono in Natura: la scienza moderna si accorda con le più antiche tradizioni umane che riconoscono nel Sole una grande sorgente d'energia per il compimento delle più interessanti funzioni vitali. *e. b.*

Vignolo Lutati. — **Enzimi e loro applicazione nell'industria dei grassi.** — (Industria Chimica n. 13).

É noto che l'inversione del saccarosio e idrolizzazione del maltosio nella fermentazione alcoolica si possono ottenere, invece che colle cellule viventi dei saccaromiceti, anche con gli estratti che si ricavano dai medesimi, spremendo attraverso speciali diaframmi di porcellana porosa le cellule dell'essere vivente, stemperate in acqua e triturate con polvere di quarzo. A sostanze, come queste costituite di materie organiche ed atte a determinare fenomeni fermentativi, sebbene non costituiscono dei veri e propri fermenti, si dà il nome di enzimi, o falsi fermenti. Di fermenti organici si ha: la diastasi per la trasformazione dell'amido in maltosio e destrina; la maltasi della birra per la trasformazione del maltosio in glucosio; la zimasi del lievito per la fermentazione del glucosio; la *lipasi* che saponifica e decompone i grassi, e si trova nel pancreas, ecc. — L'azione degli enzimi è analoga quella dei catalizzatori inorganici, per cui furono detti anche catalizzatori orga-

nici. L'analogia diventerebbe quasi identità, se si dimostrasse vera la spiegazione che oggi si tende a dare dell'azione catalitica degli enzimi: cioè che sia dovuta a minime quantità di metalli in essi contenute. Una proprietà importantissima degli enzimi più di recente studiata è quella della riversibilità della loro azione, vale a dire della capacità che hanno di esercitare non solo azione idrolitica, di scissione, ma anche in date circostanze azione sintetica di ricomposizione. Il sig. Adolf Welker ha fatto importanti ricerche sull'azione dell'enzima dei semi di ricino, costatando tra l'altro che l'azione del fermento in date circostanze è riversibile. L'A. espone chiaramente tutta la parte tecnica delle ricerche del Sig. Welker.

La riversibilità dell'azione degli enzimi ha speciale significato per la fisiologia animale e vegetale, ed ha un gran valore pratico per la fabbricazione industriale della glicerina e degli acidi grassi. È quindi interessante per il chimico che vuol ottenere da un grasso le massime quantità di glicerina, l'adoprarsi a porsi il più vicino possibile al punto di completa idrolisi, lavorando a diluizione piutosto elevata, senza però oltrepassare i limiti pratici oltre i quali una idrolisi più avanzata non lo compenserebbe dell'eccesso di diluizione della glicerina ottenuta.

FISIOLOGIA

Pugliese. — **Sul ricambio azotato dei muscoli durante il lavoro.** — (A. della Società italiana di Scienze Naturali, Vol. L, fsc. 1).

Il Liebig sostenne per tutta la sua vita che le sostanze ternarie avevano una funzione puramente termodinamogena, mentre alle proteine spettava non solo una funzione plastica, di riparazione all'usura incessante degli elementi cellulari, ma altresì quella, non meno importante, di fornire ai muscoli, di cui sono parte preponderante, il materiale per il loro lavoro. Più tardi un'esperienza di Fick e Wislicenus, che mostrava come il lavoro compiuto in una ascensione sul Faulhorns era

molto superiore a quello somministrato dall'albumina decomposta, scosse fortemente il concetto del Liebig; ma nè Pflüger, nè altri si potevan persuadere che il lavoro muscolare si effettuasse senza scomposizione di albumina. L'A. ha misurato il contenuto in azoto del muscolo a riposo e del muscolo omologo affaticato, ed ha analizzato il plasma del sangue che arrivava, ed usciva dal muscolo a riposo e da quelle in attività. Le analisi del plasma sanguigno ebbero sopra tutto di mira la determinazione dell'azoto totale, dell'azoto solubile e dell'azoto delle globuline e delle albumine. Egli non trovò variazioni degne di nota nella percentuale dell'azoto del muscolo e neppure nella quantità complessiva delle sostanze azotate del plasma sanguigno, anche dopo un lavoro prolungato ed intenso. Ma nel sangue refluo dal muscolo attivo si trovarono accresciute le globuline, e diminuite le albumine; nel sangue che andava al muscolo cresciute le albumine, e diminuite le globuline. Inutilmente si analizzerebbero i componenti azotati delle orine, perchè le sostanze albuminose non degradano fino agli ultimi prodotti del ricambio. Solo quando fanno difetto le sostanze ternarie, le proteine si disintegrano fino agli ultimi prodotti del ricambio azotato, dovendo servire quali sorgenti di forza; ma normalmente quest'ultima funzione spetta ai corpi ternari, e particolarmente al glicogene, e la molecola albuminosa soggiace con ogni verosimiglianza ad una semplice modificazione fisica. Il miogene, la proteina prevalente nel plasma muscolare, passa allo stato di miogenfribina solubile, e come tale viene esportato dal muscolo dalla corrente venosa e linfatica per ritornarvi forse colla corrente arteriosa in modo acconcio per esser ripreso ed elaborato dal muscolo.

Pugliese e Giacomin. — **La composizione del sudore da calore e da lavoro.** — (Id.).

Gli AA. hanno studiato il sudore emesso da tre cavalli dopo un forte lavoro, e quello emesso in un ambiente riscaldato. L'età dell'animale ha un'influenza grande sulla composizione quantitativa del sudore. Coll'età crescono le sostanze fisse e specialmente le proteine. Ma per lo stesso animale si trovarono in forte aumento nel sudore da lavoro, in confronto a

quello da calore, i componenti solidi, proteine, ceneri, cloruri, non che il peso specifico e la pressione osmotica. Anche la viscosità, determinata col viscosimetro Scarpa, presentò un leggero aumento, in relazione col maggior contenuto in corpi colloidali. Le differenze più accentuate fra sudore da lavoro e sudore da calore si ebbero nel cavallo più giovane. Adunque il lavoro muscolare influisce straordinariamente sulla composizione del sudore. Forse i muscoli non immettono durante la loro attività altre sostanze, all'infuori di quelle che si trovano pure nel sudore da calore; ma i componenti comuni all'uno ed all'altro, si trovano in quantità notevolmente maggiore nel primo. Inoltre nel sudore da lavoro si trovarono in forte aumento le proteine coagulabili con l'alcool e le sostanze azotate non precipitabili con questo mezzo. Le sostanze azotate non precipitabili con l'alcool sono probabilmente originate dal ricambio azotato del muscolo attivo; ma le altre provengono dall'attività funzionale delle ghiandole sudorifere, stimolate forse ad un maggior lavoro da sostanze speciali, che si formano durante il lavoro muscolare.

Bascapé. — **Cenni su modalitá diverse di alimentazione.** (Boll. della Soc. Medico Chirurgica di Pavia, n. 2).

É noto che gli individui i quali devono vivere in ambienti ove sono sospese nell'aria minutissime particelle di determinate sostanze, presentano a poco a poco dei sintomi i quali indicano che l'organismo ha assorbito quelle sostanze. Sono frequenti gli avvelenamenti per mercurio, fosforo, ecc., in persone che vivono in ambienti la cui aria è ricca di codeste sostanze, e che non le hanno certamente assorbite per via gastrica. Per sino i cadaveri si arricchiscono di certe sostanze contenute in abbondanza nei terreni ove sono sepolti. Questa penetrazione si deve certamente verificare anche per le sostanze alimentari. L'A. ha fatto esperienze con i comuni animali da esperimento, fra individui in condizioni il più possibilmente uguali, ma di cui alcuni furono conservati in ambiente la cui aria conteneva determinati materiali nutritizi ed altri invece in aria pura, essendo identica la qualità e quantità del vitto somministrato per bocca, ha trovato che dopo un po' di tempo i primi aumentano di peso rispetto ai secondi.

Naturalmente durante queste esperienze si impediva all'animale di assumere direttamente colla bocca le sostanze in sospensione nell'aria fissando con un laccio attorno al muso la mandibola contro la mascella superiore.

Ora, per *quale via*, oltre a quelle del tubo gastro-intestinale, le sostanze alimentari possono penetrare nell'organismo, e sotto quale forma?

Le esperienze istituite e le osservazioni biologiche non hanno finora permesso di stabilire sotto qual forma l'assorbimento avvenga (saccarificazione degli amidi, peptonizzazione degli albuminoidi), ma hanno intimamente persuaso l'A. che oltre all'assorbimento di sostanze alimentari aeriformi esiste un vero e proprio assorbimento e consecutiva assimilazione di sostanze solide minutissime in parte (minore) attraverso la cute, in parte (maggiore) attraverso alla superficie polmonare.

BIBLIOGRAFIA

Jahrbuch der Naturwissenschaften, 1910-1911, herausgegeben von Dr. J. Plasmann, 1 vol. in-8 gr. pag. 458, Herder, Freiburg 1911, Mk. 7,50.

Già gli scorsi anni abbiamo fatto conoscere ai nostri lettori questo annuario, preziosissimo aiuto per lo studio delle scienze naturali. E siamo lieti di presentare ai nostri lettori anche il volume che riguarda il 1910 e i primi mesi del 1911. E, poichè a qualcuno può essere sfuggito quale ne è lo scopo, ricordiamo come esso vuole essere un mezzo rapido per informare rapidamente il lettore con sufficiente esattezza intorno ai progressi compiutisi nel campo delle scienze naturali e nel campo delle scienze tecniche durante l'anno che precede la pubblicazione del volume. Oggi, poiche il numero dei periodici specialisti va moltiplicandosi e le memorie che riguardano le singole questioni sono sparse così che assai difficilmente possono venire sott'occhio di chi non ha modo di avere una bi-

blioteca ricchissima, l'Annuario dell'Herder torna opportunissimo; e lo è sopratutto per gli insegnanti delle scuole medie, che in poche pagine troveranno raccolto quanto a loro interessa. Non è necessario aggiungere che esso serve anche ottimamente a quanti pur comprendendo la necessità di una buona cultura debbono necessariamente limitarsi a formarsela in qualche particolare campo; qui essi troveranno quanto a loro è necessario per gli altri campi della scienza.

Le rubriche sono scelte con criterî assai buoni e la trattazione ne è affidata a buoni scrittori che danno affidamento delle esattezza delle notizie raccolte. Enumeriamo le principali: Fisica (Konen); Chimica (Damman); Astronomia (Plasmann); Aviazione (Kleinschmidt); Metereologia (Kleinschmidt) Antropologia, etnologia, e preistoria (Birkner); Mineralogia e Geologia (Wegner); Zoologia (Reecker); Botanica (Weiss); Economia forestale e rurale (Schuster); Geografia e statistica (Schotte) Medicina (Moester); Meccanica applicata, tecnica industriale (Kuegg).

Come già gli anni scorsi, raccomandiamo ancora questo anno l'importante annuario, che costituisce un utile sussidio. È solo da lamentarsi ancora la scarsità di informazione per quanto riguarda gli studî italiani. Del che forse in parte i colpevoli siamo noi con la nostra pigrizia nel far conoscere le cose nostre. DOTT. AGOSTINO GEMELLI.

ALBERT COLSON. — **L'essoir de la chimie appliquée**, 1 vol. della « Bibliothéque de philosophie scientifique », pag. 349 Paris Flammarion, 1911, L. 3,50.

Quando con un procedimento chimico si è composto o isolato un corpo, se la sostanza ottenuta possiede qualche utilità, si cerca di produrla economicamente, e si entra senz'altro nel dominio della chimica applicata. Tuttavia il modo di produzione non cambia, e le medesime regole elementari, che regolano le preparazioni dei laboratorî, regolano ancora la fabbricazione nelle officine: la chimica è una sola. Credere che la pratica non abbia bisogno della teoria, o che essa la domini è un errore. É un confondere la pratica con l'empirismo che ha presieduto alle invenzioni dei primi tempi. Se alcuni effetti

singolari, constatati empiricamente, rimangono ancora inesplicati, se, per esempio; si ignora perchè il fiele di bue ravviva certi colori, ciò proviene dal fatto che tutto questo non è stato oggetto di sufficienti ricerche. D'altra parte ciascun giorno il numero dei punti oscuri diminuisce senza posa, la chimica allarga il suo dominio in ogni senso, allargando così, in pari tempo, le applicazioni dell'attività umana. Prodotti chimici e farmaceutici, calci, cementi, metallurgia, agricoltura, materie coloranti e odorose, igiene, alimentazione, ecco altrettanti campi che essa continuamente rinnova. E, ciò che è più sorprendente, si è che questa espansione feconda della chimica non è altro che l'applicazione dei principî fondamentali che la reggono.

Questi sono i concetti fondamentali che l'autore del presente volume ha messo in luce con un esame delle applicazioni industriali odierne della chimica. Il libro è indirizzato al gran pubblico, e perciò l'autore ha evitato con cura ogni parola tecnica che potesse riuscire di ostacolo alla lettura facile. Ci ha dato così un libro piacevole che ci mette al corrente, senza sforzo alcuno, di un mondo di cose meravigliose che sono vicine a noi, dei benefici delle quali godiamo, e dell'esistenza delle quali non ci accorgiamo punto. Dopo di aver esposti i fondamenti della chimica, e i concetti che servono alla applicazione industriale delle leggi della chimica, esamina le applicazioni della chimica inorganica alla industria mineraria, alla agricoltura, alla preparazione delle calci, dei cementi, ai forni chimici, ecc. La chimica organica è studiata nelle applicazioni alle industrie estrattive, alle industrie dei corpi grassi, della cellulosa, degli idrocarburi, dell'alcool, del gas, dei fermenti, alle applicazioni dell'igiene, alla produzione delle materie coloranti e dei profumi.

Chiude l'interessante volume un appendice sugli equilibrï chimici.

Dott. Agostino Gemelli.

A. Murri. — **L' organoterapia**, Bologna, Zanichelli, 1911 L. 2, 1 vol. in-8 gr. di pag. 70. L. 2,00.

G. Ciamician. — **La cooperazione delle scienze,** Bologna, Zanichelli, 1 vol. in-8 gr. pag. 60, L. 1,50.

La collezione « Attualità scientifiche », edita con tanta cura dal Zanichelli, si è arrichita in questi ultimi mesi di tre fascicoli interessanti da più punti di vista.

Il clinico di Bologna, A. Murri, vi riassume le attuali idee sulla organoterapia, una corsa rapida che non mette in luce tutti i fatti ora dimostrati, ma che può essere sufficiente per avere una idea della impostatura generale della questione.

La pubblicazione del Ciamician non comprende altro che il discorso pronunciato alla inaugurazione del Congresso della Società per il progresso delle scienze tenuto a Napoli nel dicembre scorso. Il Ciamician vi mette in luce la reciproca influenza che esercitano le varie scienze fra di loro. Ma, come tutte le cose in cui si prendono a trattare cose troppo vaste, anche questo discorso finisce per dir nulla di nuovo e di interessante. Sopratutto dove l'oratore fa delle scorrerie nel campo della filosofia si mette in chiara luce quanto sia pericoloso l'uscire dal proprio campo di studî.

Sinceramente vedremmo assai meglio che, invece di discorsi come sono questi tre, discorsi che non dicono nulla di nuovo e che non possono servire per la loro natura a chi ne sa già qualcosa e nemmeno servono a chi non è addentro negli studî speciali, la bella collezione *Attualità scientifiche* si arrichisse di sodi volumi come già un tempo. I discorsi dei grandi nomi della scienza lasciamoli alle grandi adunanze, ai congressi, ecc. Esse non servono che a far opera di parata, e pur troppo di parata noi italiani ne facciamo di troppa senza che ci si attossichino anche i campi severi che vi si erano sin qui sottratti.

Dott. Agostino Gemelli

Stanislao Meunier. — **L'évolution des téories géologiques**, 1 vol. in in-8 pag. 366 della collezione « Nouvelle Collection scientifique » Alcan, Paris 1911.

Se vi ha una scienza nella quale hanno larga parte le ipotesi questa è la geologia, ed infatti, da che questa scienza

è stata coltivata, le teorie vi sono succedute in numero grandissimo: teorie geogeniche, teorie geografiche, orogeniche, sismologiche, metamorfiche, vulcanologiche, erosive, fluviali, glaciali, sedimentarie, paleontologiche, cronologiche, profetiche. Andrebbe però errato quegli che reputasse che queste teorie non fossero che il frutto di una fantasia sbrigliata. L'autore del presente volume, che si è proposto di ricercare per quali vie, per quali esitazioni, per quali errori successivamente corretti si è progressivamente arrivati alla scienza geologica attuale, mostra in una serie di interessantissimi capitoli, che, al contrario di quanto le apparenze farebbero credere, le ipotesi emesse successivamente non son state emesse in un ordine qualsiasi. Esse al contrario sono state provocate e determinate le une dalle altre come mediante una specie di evoluzione intellettuale che si impadronisce a un tempo di tutti gli spiriti, in tutti i paesi modificando l'ambiente scientifico in tal maniera che sembra che, ad un dato momento, tali idee siano nell'aria come si suol dire, e spiegano così perchè è frequente il fatto che parecchi pensatori si abbiano a incontrare e propongano simultaneamente una medesima interpretazione e teorica di certi fenomeni.

Così il volume del Meunier costituisce una monografia, nella quale è esposta nelle sue connessioni logiche, la storia della goologia.

L'esposizione facile e lo stile chiaro conferiscono a questo volume un carattere per cui, oltre che essere utile ai competenti, riesce un facile mezzo di volgarizzazione.

Dott. Agostino Gemelli

J. Guiart. — **Les parasites inoculateurs des maladies**, Bibliothéque de philosophie scientifique, Flammarion, Paris, 1911, 1 vol. in-8 pag. 362, L. 3,50.

Sino a pochi anni or sono si riteneva che i microbî dessero direttamente ed esclusivamente le malattie infettive, delle quali ciascuno di essi é l'agente patogeno. Ma a poco a poco sull'esempio di quanto si è trovato per qualche malattia, come la malaria e la malattia del sonno, si è trovato che molti microbî sarebbero per sè stessi innocui se non fossero trasportati

ed introdotti nell'organismo umano da un altro essere che vive pur esso parassiticamente sull'uomo. Il fatto è oramai ammesso comunemente ed anche universalmente conosciuto per un numero grandissimo di insetti succhiatori di sangue, i quali, pungendo l'uomo, diventano il veicolo di parassiti che essi trasportano nel loro corpo e che vivono e si trasformano nel loro intestino e nelle loro ghiandole salivari, o di bacilli che trasportano col loro corpo. In tal modo vengono inoculate la filariosi, la malaria, la febbre gialla, la febbre da pappataci, la febbre di Malta, la lebbra, la pellagra, la malattia del sonno le piroplasmosi, le spirochetosi, la peste. Così zanzare, mosche, pulci, cimici, eoc. vengono ad acquistare un importanza nel ciclo patogenetico di queste malattie grandissima, e rappresentano l'ospite intermedio e necessario, attraverso il corpo del quale deve passare il parassita, come nel caso della malaria e della malattia del sonno, ovvero diventano un semplice veicolo meccanico, come nel caso del carbonchio trasportato dalle mosche.

Ma il Guiart è stato l'osservatore di un altro fatto generale che egli ha veduto, benchè rillutantemente, essere a poco a poco ammesso e che qui egli cerca di volgarizzare. La più grande parte delle infezioni che vengono trasmesse all'uomo attraverso la parete intestinale come, per esempio, il tifo e il colera, vengono trasmesse all'uomo mediante i vermi intestinali: l'ascaride, gli oxiuri, il tricocefalo, la trichina, l'anchilostoma e l'anguillula sono dannosi non solo per il fatto che albergano parassasiticamente nell'intestino dell'uomo, ma anche e molto più perchè fissandosi sulla parete mucosa dell'intestino per succhiarvi il sangue o attraversandola per compiere nel corpo dell'ospite il resto del ciclo vitale, producono lesioni per le quali vengono messi nel circolo sanguigno o linfatico germi patogeni. Insomma essi agiscono da veri agenti inoculatori al pari e nello stesso modo degli insetti. Come esempî di tali malattie egli dà l'appendicite, la febbre tifoide, il colera, molte infezioni da b. colli.

Il volume del Guiard, per i fatti nuovi che mette a nostra conoscenza, riesce veramente interessante. L'autore giustamente si lamenta della scarsa importanza che si dà ai vermi

intestinali e richiama l'attenzione degli igienisti che non debbono solo in tempo di infezioni intestinali proibire le acque inquinate, ma proibire anche le verdure che trasportano uova di parassiti intestinali, i quali, introdotti nell'intestino, possono inoculare le malattie infettive mediante la loro puntura. Al che è da osservarsi che, se è vero che il fatto in molti casi non e da negarsi ed acquista un valore altissimo per la profilassi, è però pur vero che queste malattie intestinali non possono riconoscere *esclusivamente* questa via di entrata, come invece una sola via di entrata dobbiamo riconoscere per molte malattie inoculate da insetti. Il parallelismo sul quale il Guiard vorebbe basare la prova della sua affermazicne è tutt'altro che rigoroso.

DOTT. AGOSTINO GEMELLI.

DR. BERNARDO DÜRCKEN. — **Die Hauptprobleme der Biologie.** (Sammlung Kösel 1 vol. in-8 picc. pag. 190, Kösel, Kempten, 1910).

La collezione Kösel è una pubblicazione in piccoli volumetti delle questioni più importanti del giorno. Essa è assai diffusa perchè, essendo i volumetti compilati da persone competenti, essi riescono una nitida esposizione delle singole questioni. Essi rappresentano un modo facile per informarsi rapidamente ed esattamente intorno ad una data questione. Non mancano i volumetti che trattano di scienze naturali. E il presente ne è uno riuscitissimo, nel quale si espongono le questioni fondamentali della biologia. In esso vi è posto in luce il progresso della biologia durante questi ultimi anni, quali ne sono i metodi di studio e di ricerca. Poi i viventi sono studiati nella loro posizione nel mondo dei viventi (sistematica), nella loro struttura, nei loro elementi, nelle loro funzioni fondamentali come individui e come specie. Chiude il volumetto un interessante capitolo sulle questioni che la biologia non può risolvere, come ad esempio, l'origine della vita.

Insomma in poche pagine, in un linguaggio chiaro ed esatto, si ha il modo di essere rapidamente informati intorno ai fondamenti di una scienza che ha tanta importanza. Chi conosce quanto siano utili i volumi che trattano le questioni

in siffatto modo deve augurarsi che questo volumetto e gli altri della collezione si abbiano a diffondere tra noi.

DOTT. AGOSTINO GEMELLI

DR. ALBERTO ASCOLI. — **Elementi di serologia**, con 12 tavole in nero e colorate, Capodistria, Priora, 1911.

L'egregio vicedirettore dell'istituto sieroterapico di Milano, ben noto per i suoi studî nel campo della serologia, ha raccolto in un volume le lucide lezioni da lui tenute ai medici dl Trieste e di Pola, nelle quali egli ha esposti i concetti fondamentali della dottrina dell'immunità e delle questioni pratiche che vi connettonno. E fu pensiero ottimo. Se le conoscenze sulla immunità, sui suoi meccanismi e sulle applicazioni alla preparazione e al meccanismo d'azione dei sieri si sono rapidamente accresciute, di guisa che oggi ci troviamo di fronte ad un corpo di dottrine che si può dire costituiscono una scienza a sè: la serologia, non si può però dire che queste nozioni siano altrettanto diffuse, specie al di fuori del cerchio ristretto dei medici che si occupano di ricerche scientifiche. E la ragione ne è che le singole ricerche sono sparse nelle riviste e non ancora esposte metodicamente in opere di volgarizzazione, almeno per quanto riguarda l'Italia.

L'Ascoli ha perciò provveduto ottimamente a colmare una lacuna. Precede una esposizione rapida e succosa dell'evoluzione delle dottrine dell'immunità. Dai primi studî sulle vaccinazioni antivaiolose alle attuali applicazioni delle nozioni fondamentali alla diagnosi di alcune malattie, alle ricerche sulla anafilassi, quanto cammino e quanto trasformarsi e integrarsi di dottrine!

E delle varie teorie quella che più ha resistito all'urto dei fatti ed anzi ha condotto alla scoperta di nuove leggi e di geniali applicazioni è quella delle catene laterali ideata dall'Erlich della quale l'Ascoli fa una esposizione a parte abbastanza diffusa.

Seguono capitoli sui varî sieri antitossici, sui sieri antibatterici, sulle agglutinine, sulle precipitine, sulle emolisine, sulla fissazione del complemento, sulla sierodiagnosi e sulla reazione meiostagmica. Crediamo opportuno consigliare la diffusione di questo volume e non solo a medici ma a quanti si

interessano a questioni di biologia, poichè i problemi ivi trattati, sia dal punto di vista teorico — in connessione con le funzioni fondamentali di difesa dell'organismo, — sia ancora dal punto di vista pratico — per esempio per l'applicazione della reazione di affinità alla diagnosi della specie animali — non possono essere trascurate di essere conosciute da alcun naturalista. La forma piana e lucida agevola la lettura.

DOTT. AGOSTINO GEMELLI

A. SCHMITT. — **Der Ursprung des Menschen oder die gegenwärtiger Anschauungen ueber die Abastammung des Menschen**, 1 vol. in-8 pag. 119 Herder Freiburg Mk. 240.

Eterno e sempre rinnovato problema questo dell'origine dell' uomo! Esso, presentato alle persone non competenti è stato — io credo — un'acqua che si è voluto di proposito intorbidare. E il resultato è stato assai semplice. Si è avuta la preoccupazione di presentare l'origine dell' uomo come una questione omai risoluta, e coloro che non seguono l'intenso lavorio nel campo delle ricerche anatomiche, embriologiche, paleontologiche e geologiche possono avere ritenuto che gli schemi semplicizzanti che si presentavano come rappresentazioni di veri fatti fossero realmente il prodotto dell'indagine scentifica e non già pure ipotesi più o meno giustificate.

Il libro dello Schmitt, uno studioso di paleontologia che è ben noto per altri lavori di volgarizzazione dei risultati della paleontologia, (si vegga, ad esempio, il volume: *Das Zeugniss der Versteinerungen gegen den Darwinismus*, Herder, Freiburg 1909) — ha il merito di porre esattamente la questione esaminandola, con scrupolo e senza prevenzioni, sui risultati dei dati di fatto.

Incomincia l'autore ad esaminare dal punto di vista anatomico, la posizione dell'uomo nel mondo dei viventi. Poscia espone ed esamina criticamente le attuali dottrine sopra la derivazione dell'uomo, dottrine che divide in tre gruppi: La teoria della diretta discendenza dell'uomo, quale era ammessa sino ad Haeckel, poi le dottrine successive che continuano ad ammettere, perfezionandola, la concezione di una derivazione diretta dell'uomo dalla scimia; e infine le teorie che ammettono una derivazione indiretta dell'uomo dalle scimmie. Com-

piuta così l'opera negativa, l'autore passa a dimostrare qual'è la reale storia dello sviluppo dell'uomo servendosi delle scoperte compiute nell'America Meridionale e nell'Europa. Termina con considerazioni sull'importanza dei suoi resultati dal punto di vista filosofico e teologico.

L'autore giunge, sulla scorta dei fatti, a respingere la ipotesi della derivazione scimmiesca dell'uomo. Perciò consigliamo assai vivamente questa pubblicazione che ci sembra assai buona. Avremmo solo desiderato che alcune illustrazioni avessero reso più evidente quanto l'autore afferma.

Dott. Agostino Gemelli.

G. Sergi. — **L'uomo secondo le origine l'antichità le variazioni, e la distribuzione geografica. Sistema naturale e di classificazione** 1 vol. di pag. 421 con 212 figure nel testo e 107 tavole separate e una carta geografica, Bocca, Torino, 1911, L. 20.

Il volume che il Sergi pubblica a circa settant'anni attesta innanzitutto — a parte il giudizio intrinseco sulle conclusioni alle quali egli arriva — quanto grande sia l'attività di questo uomo. E poichè il volume è un tentativo di una rinnovata soluzione di ardui problemi antropologici, un tentativo di dare all'antropologia un carattere nuovo, esso acquista una importanza eccezionale e merita che noi vi fermiamo sopra la nostra attenzione.

In esso il Sergi viene a riprendere e a sviluppare maggiormente e a sistemare concetti che egli ha sviluppati in opere precedenti e specialmente nel volume « *Europa* » che due anni or sono abbiamo analizzato in questo periodico.

Il fatto principale che viene in questo volume affermato è la distruzione dell'antico concetto di razze, « termine equivoco dice il Sergi, perchè per le razze non può essere criterio di classificazione, nè di seriazione, nè di affinità, nè di filiazione ».

E la ragione di questo giudizio sulle razze umane dato dal Sergi la si comprende tosto che si rifletta al fatto che egli ammette come arbitrario il concetto di specie; specie e varietà umane sono concetti classificatori adottato per pura convenienza e ad arbitrio.

Però anche il Sergi classifica ed usa della aborrita siste-

matica e enumera tre grandi gruppi, che adunano gli uomini viventi, e due che adunano quelli estinti. Questi gruppi sono troppo vasti e troppo estesi per conservare il nome di specie; il Sergi ritiene che essi costituiscono grandi generi. Questi generi sarebbero determinazioni reali derivate da osservazioni morfologiche sui molteplici gruppi umani.

La ragione fondamentale per la quale il Sergi ammette questi tre grandi generi non è però come egli vuol far credere, data da determinazioni morfologiche, ma dalla ipotesi da lui adottata del poligenismo. Corrispondentemente ai tre grandi gruppi umani — i generi — esistono tre grandi *facies* distinte di tipi umani ora viventi: una facies africana, una asiatica e una america. Fare un unica specie di queste tre e grandi e complessive serie umane con rispettive aspetti differentissimi, egli dice, è un assurdo, effetto di una tradizione che non si sa abbandonare « Ma oltre la separazione evidente dei tre generi per mezzo dei caratteri morfologici, bisogna aggiungere il fatto (?) dell' accantonamento di essi in aree differenti ed originarie. Questo accantonamento dimostra, secondo il Sergi, che l'uomo di ciascun tipo ha un'area di distribuzione limitata e che ai confini questi tipi hanno avuto contatto e si sono mescolati col tentativo ciascuno di invadere le aree dell'altre: Ma i grandi nuclei stanno ancora nel medesimo luogo ed area di origine. Quindi secondo il Sergi, questi tre stipiti umani con facies propria e in aree geografiche separate come tre generi di origine locale sono il risultato di uno studio obiettivo dei fatti. L'uomo discende quindi da parecchi stipiti. Ed introducendo nella classificazione i generi estinti allora avremmo dell'uomo la seguente classificazione (risparmiamo al lettore il lungo elenco delle specie): Palaeanthropus genere estinto, Notanthropus vivente (africano), Heoanthropus genere vivente (asiatico), Archaeantropus genere estinto, Hesperanthropus genere vivente (americano).

Questi generi rappresentano i cinque stipiti dai quali ha avuto l'origine l'uomo. Queste sono le conclusioni alle quali è arrivato l'autore. Per discuterle dovremo tirare fuori tutto l'arsenale delle argomentazioni che vi hanno contro il poligenismo; non lo faremo quindi e nemmeno discuteremo la stra-

nissima ipotesi secondo la quale il Sergi fa delle razze altrettanti generi. Ciò che ci meraviglia si è che un uomo che ha tanto orrore per la sistematica e dice che specie e generi non esistono altro che nella mente del naturalista perda tanto tempo nello scrivere un volume di sistematica. Contraddizione questa che sembrerebbe un poco strana, se non si pensasse che per dimostrare la sua ipotesi poligenista il Sergi aveva appunto bisogno della sistematica!

Non è però a credersi che il volume del Sergi sia un libro inutile. Esso è il testimonio di un età che tramonta, se già non tramontata, che riduce tutto lo studio dell'uomo allo studio dei crani. Il Sergi stesso ha sentito che uno studio sintetico dell'uomo non può essere compiuto solamente basandosi sulla morfologia, e si scaglia contro coloro che vogliono ridurre l'antropologia a pura craniometria e classificano i gruppi umani a seconda della forma del cranio. Ma, in fatto, se si fa eccezione per le considerazioni geografiche — di assai dubbio valore — egli fa così poco delle osservazioni di altro genere, che si deve ritenere che il Sergi appartiene ancora al gruppo di quegli antropologi che studiano esclusivamente i crani dell'uomo e risolvono lo scibile umano a base di misure. Perciò l'osservazione giustissima che egli fa nella prefazione, e cioè che per conoscere il valore dei carattere fisici umani bisogna penetrare nella vita interna dei gruppi umani e studiare le manifestazioni dell'attività psichica, rimane per il Sergi lettera morta.

Un'ultima osservazione: « Questo mio lavoro, dice il Sergi è un tentativo di mettere la scienza che tratta soltanto del mammifero umano sulle stesse vie che percorrono le scienze degli altri organismi incominciando da una classificazione naturale senza la quale le ricerche della discendenza non possono essere fruttifere ».

Ecco, questa pretesa la vorremmo ammettere come legittima... ma via! non ci sembra nuova. Già da quarant'anni e più il Lombroso e tutti i suoi sino al Morselli ne hanno mostrata la possibilità. Il Sergi ne è stato uno dei più attivi cooperatori. Ma dov'è di grazia la vostra scienza dell'uomo? Via! Professore Sergi, permetta glielo dica in un orecchio, che

nessuno ci ascolti, la scienza dell'uomo non si può ridurre alla solo antropologia anatomica come ella tenta di fare; fino a che questo non sarà compreso non sarà possibile uscire fuori dalla via cieca nella quale ella e i suoi si sono messi.

Dott. Agostino Gemelli

A. Poppi. — **L'ipofisi cerebrale, faringea e le ghiandole pineale in patologia,** 1 vol. pp. XII. 214, con 68 figure e 10 tavole, Bologna, Neri, 1911, L. 10.

Le vegetazioni adenoidee danno un complesso di sintomi: ipertrofia della tiroide, esoftalmo, tachicardia, tremore, glaucoma, strabismo, vitilifo, astenia, sintomi di tumore ipofisario, corea, ecc., i quali scompaiono con la loro asportazione. Ma, poichè in alcuni casi quanto viene esportato, essendo, poca cosa, non può avere agito da ostacolo meccanico alla respirazione, così si pensa dal Poppi che le migliorate condizioni non sono da attribuirsi solo alla migliorata respirazione nasale, ma anche ad una probabile interruzione di comunicazioni anomale vasali con l'ipofisi faringea ed eventualmente con la cavità ipofisaria per la sua ritardata chiusura con la tonsilla di Luschka ipertrofica.

Il Poppi ritiene inoltre che il ritardo di chiusura del condotto ipofisario nell'adulto o la permanenza del canale craniofaringeo stia in rapporto con alterazioni primitive della tasca di Rathke e della estremità cefalica della corda dorsale rappresentata quest'ultima dalla presenza del canale basilare mediano da iperostosi del clivus, dal tubercolo della cresta e dalla fossetta faringea.

Per le alterazioni fetali del segmento superiore della corda dorsale dovranno risentirne anche le parti vicine, prima fra le altre, il lobo anteriore dell'ipofisi, che nel suo sviluppo sta in rapporto diretto con l'estremità della corda dorsale e con la chiusura del condotto o canale ipofisario. A unà ritardata o alterata chiusura di questo condotto corrisponderà quindi un ritardo o una alterazione nella formazione ghiandolare e nella sua unione con l'evaginazione infundibulare del cervello intermedio che diverrà poi il lobo posteriore dell'ipofisi.

Inoltre, essendo costante l'iperplasia del timo e degli organi linfatici in alcuni stati patologici infantili (rachitismo,

diatesi essudativa, linfatismo, scrofolosi, adenoidismo) e frequente la permanenza o l'ingrossamento del timo oltre il limite fisiologico in alcune sindromi morbose che per solito si determinano dopo l'inizio della vita sessuale (acromegalia, malattia di Basedow, morbo bronzino, malattia di Erb), il dott. Poppi ritiene che tale iperplasia dipenda dalla primitiva alterazione ipofisaria e dalla conseguente alterata correlazione tra glandola pituitaria, pineale, tiroide e timo.

Il dott. Poppi cerca di dimostrare la correlazione degli organi a secrezione interna, oltre che per le conoscenze di fisiologia di queste glandole e per la fisiopatologia del simpatico, anche per la coincidenza, concomitanza e successione di tali sindromi che non di rado si riscontrano nello stesso individuo e per la presenza di alcune manifestazioni comuni alle varie forme morbose (stato timolinfatico, sintomi oculari, linfocitosi, alterazioni degli organi sessuali, alterazioni psichiche ecc).

Per ciò il Poppi ritiene che il *primum movens* di tutti questi stati patologici consista nel primitivo alterato rapporto del lobo anteriore dell'ipofisi con il lobo nervoso per le già accennate condizioni anormali del detto ipofisario e dell'estremità cefalica della corda dorsale in rapporto alle condizioni anormali di derivazione dei genitori per tubercolosi, sifilide, alcoolismo, per tare nervose, per pauperismo fisiologico, in genere, o per cause esterne che possono influire sulla gravidanza.

L'organismo, durante il periodo di sviluppo e di accrescimento, tenderebbe a riparare tali manifestazioni e a raggiungere la normalità delle funzioni per la correlazione e per l'attività compensativa dei vari organi; ma l'alterazione dell'armonia e dell'equilibrio funzionale si renderebbe maggiormente palese, se le lesioni primitive furono profonde, quando si inizia la vita di riproduzione, per le alterazioni corrispettive degli organi sessuali e per cause inerenti alla vita di relazione (traumi, intossicazioni, infezioni ecc.).

Questi sono gli importanti risultati ai quali è arrivato il dottor Poppi con la presente monografia, la quale viene così ad aprire un capitolo nuovo nella patologia e che merita perciò di essere presa in considerazione per la dignità funzio-

nale che essa viene ad attribuire a organi che parrebbero senza importanza alcuna come l'ipofisi faringea, l'ipofisi cerebrale e l'epifisi.

DOTT. AGOSTINO GEMELLI.

G. SCHMORL. — **Ricerche isto-patologiche,** 1 vol. in-8 pag. 570 traduziono di G. Alonzo. Unione, Tipografica Torinese, Torino, 1911, L. 8.

Fu pensiero assai buono quello di tradurre l'ottimo trattato di istologia patologica del prof. Schmorl, che tanto favore ha avuto in Germania; perchè risponde assai bene alle esigenze didattiche e alle esigenze della sala di necroscopia. La ricchezza di notizie, l'accuratezza con la quale sono esposti i singoli metodi, la ricchezza dei consigli che accompagna la descrizione delle singole manipolazioni, lo rendono un prezioso sussidio, che permetterà di ottenere certamente buone preparazioni microscopiche, perciò lo lodiamo e lo raccomandiamo. La traduzione è accurata

DOTT. AGOSTINO GEMELLI.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE

Bollettino del R. Magistrato delle acque. Servizio mareografico e pluviometrico.

» del Seminario Patriarcale di Venezia. Gennaio, Febbraio, Marzo e Aprile.

» dell'osservatorio Ximeniano. Maggio e Giugno.

» dell'osservatorio di Moncalieri. Maggio.

» dell'Osservatorio Maccioni (Siena) Marzo-Giugno.

» dell'Osservatorio Baldini (Capannoli) Gennaio e Febbraio.

» dell'Osservatorio dell'Ebro Agosto 1910.

» dell'Osservatorio di Cartuja (Granada) Gennaio e Febbraio.

» dell'Osservatorio di Ksara (Livano) Gennaio Maggio.

G. Schiaparelli. Osservazioni sulle stelle doppie. Serie II. (Pubblicazioni del R. Osservatorio di Brera).

R. Fabiani. La regione dei Berici. (Venezia — R. Magistrato delle acque).

G. Stefanini. Sulla Stratigrafia e sulla tettonica dei terreni miocenici del Friuli. (Id.).

F. Carnevali. Traduzione del Manuale di Metallurgia di E. Heyn e O. Bauer. (Unione Tipografica Torinese, 1911).

M. Laue. Das Relativitätsprinzip — Fr. Vieweg & Sohn. Braunschweig, 1911.

A. Müller. Das Problem des absoluten Raumes und seine Beziehung zum allgemeinen Raumproblem. (Id.).

G. Borghino. Metodo generale di estrazione delle radici e di soluzione delle equazioni. (Paravia, 1911).

E. Bianchi. La deviazione della verticale alla R. Specola al Collegio Romano. Longitudine astronomica di C. Romano da M. Mario. (R. Commissione geodetica italiana. Roma 1911).

Memorie della R. Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna. Serie VI, T. VII. Sezione delle Scienze Fisiche e Matematiche — Sezione delle Scienze Naturali.

Annales de la Faculté des Sciences de l' Université de Toulouse. III Serie. T. 1, Année 1909.

Commentari dell'Ateneo di Brescia per l'anno 1910.

P. Gamba. Risultati dei lanci di palloni-sonda effettuati nel R. Osservatorio Geofisico di Pavia nel 1908. (Annali dell'Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica, vol. 32, P. I).

G. Martinelli, Intorno ad alcuni recenti tentativi di previsione sismica. (Estr. dal Bollettino della Società sismologica italiana. Vol. XV, fsc. 1, 1911).

N. Ranucci. Risolnzione dell'equazione $x^n - Ay^n = \pm 1$ con una nuova dimostrazione dell'ultimo teorema di Fermat. Tipografia S. Giuseppe. Roma, 1911.

G. Celoria. Sull'eclisse totale di Luna del 16 novembre 1910. (Estr. dai « Rendiconti dell'Ist. Lombardo », s. II, vol. 43).

L. Gabba e L. Volta. Osservazioni della cometa 1910a e della cometa di Halley fatte al R. Osservatorio di Brera. (Id.)

E. Guerrieri. Statistica delle macchie solari isolate ed in gruppi e facole, osservate nel 1910 a Capodimonte. (Estr. dalla « Rivista di Astronomia e Scienze affini ».

G. Lorenzoni. Relazione sulla nota del prof. Antoniazzi. (Estr. dagli « Atti del R. Ist. Veneto di Sc. Lett. ed Arti » Tomo LXX, p. II).

A. Antoniazzi. Il valore medio della parallasse solare risultante dalle osservazioni dei passaggi del pianeta « Eros », fatte all'equatoriale Dembowski (ob. 187 mm.) dell'Osservatorio di Padova dal 23 Ottobre 1900 al 13 Febbraio 1901. (Id.).

M. Maggini. Observations de la Comète 1910b. (Extrait de *Ciel et Terre*, n. 12).

» Les voiles intérieurs et le double pénombre des taches du Soleil. (Idem).

» Observations de la Planète Saturne (Extrait du « Bullettin de la Societé Astronomique de France ». Mars 1911).

Andreini. L'astronomia nei detti popolari. (Estr. dall' « Opinione Geografica » anno 7, n. 4).

T. Taramelli. Di alcune questioni geologiche riguardanti il Lago di Garda. (Estr. dagli « Atti del X Congresso Nazionale di Idrologia, Climatologia, e Terapia fisica ». Salò, 1910).

M. Craveri. Il tufo calcareo o breccia conchigliare dei templi di Girgenti. (Estr. dal « Bollettino della Società Geografica italiana ». Vol. XXIX, fsc. 3).

I. Carballo. De Espeleologia. (Estr. dal « Bol. de la Real Societad espanola de Historia natural » Diciembre 1910).

Estratti di sommari di alcuni periodici ricevuti nel mese di Luglio 1911.

Rendic. R. Accad. dei Lincei. — N. 10.

Almansi. Sulle deformazioni finite dei solidi elastici isotropi. — *Ciamician e Silber.* Azioni chimiche della luce. — *Grassi e Foà A.* Intorno ai Protozoi dei Termitidi. — *Orlando.* Sulla dimostrazione elementare del teorema di Harwitz. — *Corbino.* Rotazione in un campo d'un disco metallico percorso da una corrente elettrica radiale. — *De Cesaris.* Il sistema binario Cu Br — K Br. — *Mazzucchelli.* A proposito di uno studio recente su l'indice di rifrazione dei miscugli binari. — *Sandonnini.* Analisi termica di miscele binarie dei cloruri di metalli monovalenti. — *Paolini.* Sopra gli alcooli tanacetilici isomeri. — *Id.* Sopra alcuni derivati di un alcool d-tanacetilico. — *Danesi e Topi.* Esperienze sulla disinfezione delle piante. — *La Cava.* Sulla presenza di Lesshmanie nel liquido cefalo rachidiano di un bambino affetto da Kala-Azar. — *Visco.* Sull'azione della lipasi pancreatica. Contributo alla biologia degli enzimi.

Id. — N. 11.

Colonetti. Sull'efflusso dei liquidi fra pareti che presentano una interruzzione. — *Agamennone e Cavasino.* Sopra una presunta periodicità secolare nella ricorrenza dei grandi terremoti. — *Ciusa e Vecchiotti.* Ricerche sugli idrazoni. — *Paolini.* Sul glicerofosfato sodico Poulenc, e sopra un acido glicerofosforico libero. — *Pratolongo.* Sulle soluzioni citrofosfatiche. — *Porlezza e Narzi.* Contributo alla conoscenza del secondo spettro dell'idrogeno. — *Politis.* Sopra speciali corpi cellulari che formano Antocianine. — *Munerati.* La recettività del frumento per la carie in rapporto col tempo di semina.

Atti della Pontifica Accad. romana dei nuovi Lincei. — Febbraio-Marzo, 1911.

Lais P. G. Sul micrometro dell'Equatoriale fotografico vaticano. — *Galli D. I.* A proposito del corrente inverno nelle regioni orientali. — *Antonelli.* Contributo allo studio degli Araneidi della Provincia di Roma. — *Emanuelli P.* Le spedizioni che osserveranno il prossimo eclisse totale di sole.

Memorie della Pontificia Accad. romana dei Nuovi Lincei. — LXIII. 1909-1910.

Lais P. G. Deduzione di posizioni astronomiche stellari da carta fotografica del Cielo. — *Borghesani G.* Ricerche chimiche sul Castagno. *De Sanctis P.* Somma dei numeri componenti alcune classi di *n* cifre. — *Gabelli L.* Lo sdoppiamento fogliare interpretato coi criteri della teratologia sperimentale. — *Poussin Ch. J.* Sur les enveloppes de courbes planes qui ont un contact d'ordre supérieur avec leur enveloppées. — *Gabelli L.* Sull'esistenza di rapporti tra la simmetria fogliare e la distribuzione della linfa. — *Silvestri A.* Lepidocicline Sannoisiane di Antonimina in Calabria. — *Negro C.* Sulla elettricità e radioattività della precipitazione atmosferica. — *Alibrandi P.* Sulle equazioni algebriche trinomie. — *Galli J.* I principali caratteri dei fulmini globulari. — *Emanuelli P.* L'eclisse totale di sole del 28-29 aprile 1911. — *Pepin P. T.* Théorie des nombres.

Rendic. R. Istituto Lombardo. — Vol. XLIV. Fasc. X-XI.

Bonardi. Il Beri-beri ed i suoi reliquati fra i nostri emigranti al Brasile. — *Calzecchi-Onesti.* Le mie esperienze e quelle di Edoardo Branly sulla conduttività elettrica delle limature metalliche. — *Pastore.* Contributo alla teoria della conoscenza.

Rivista de la R. Acad. de Ciencias. — N. 8.

Echegaray. Conferencia sobre fisica matemática. — *Ocana G.* Antagonismo entre el magnesio, el calcio y el bario. — *Buylla B.* Nuovo método de obtención de aminas, empleando la reacción de Grignard.

Il Nuovo Cimento. — Maggio 1911.

Del Lungo C. La legge della resistenza dell'aria e il sostentamento degli aeroplani. — *Scarpa O.* Su alcune esperienze di diffusione. — *Rossi A. G.* Esperienze sul piano inclinato. — *Bernini A.* Sulla macchina idroelettrica ad influenza di R. W. Thomson. — *Ercolini G.* Sulla magnetizzazione del ferro per effetto di due campi ortogonali. — *La Rosa M.* Distribuzione del flusso d'induzione concatenato col secondario di un rocchetto.

Rivista di Astronomia. — N. 6.

Andreini A. L. Sul ripristinamento di un vecchio orologio solare orizzontale. — *Sormano J.* Osservazioni solari. — *Guerrieri E.* Statistica delle macchie solari, isolate ed in gruppi e facole osservate durante l'anno 1910.

Idem. — N. 7.

Abetti A. Il tempo. — *Bemporad A.* L'osservazione a stima e l'osservazione fotometrica delle stelle variabili.

Bull. de la Soc. astronom. de Francie. — Juillet 1911.

Puiseux P. Les courants stellaires. — La tache rouge de Jupiter. — *Boquet.* Les observations méridiennes et la détermination de l'heure. — *Bloch.* La fête du soleil. — Jubilé de C. Flammarion.

Periodico di Matematica. — Fasc. VI.

Soschino C. I numeri reali considerati come successioni di numeri decimali. — *Usai G.* Su uno speciale determinante di funzioni. — *Melfi Molè V.* Due metodi generali per la somma delle potenze simili dei termini d'una qualsivoglia progressione aritmetica. — *Cavallaro V. G.* Sulla determinazione dei punti di Brocard per mezzo del punto di Lemoine. — *Wodetzky J.* Sulle catacaustiche della parabola per raggi paralleli.

The American Mathematical Monthly. — Drury College, Springfield (Missouri). Vol. XVIII, n. 1 a 5. 1911.

B. F. Finkel. Cenno biografico su G. B. M. Zerr. — *W. C. Lells.* Metodi greci di risoluzione delle equazioni quadratiche. — *W. B. Carver.* I poli dei gruppi finiti di sostituzioni lineari frazionarie nel piano complesso. — *F. Cajori.* Nota storica sul metodo di approssimazione Newton-Raphson. — *A. S.* Havokesworths. Su certe generalizzazioni dello spazio. — *B. Porter.* Nota sul testo degli integrali di Cauchy. — *G. A. Miller.* Sui polinomi simmetrici. — *D. N. Lehmer.* Sulle combinazioni delle involuzioni. — *N. J. Lennes.* Dimostrazione della prima formula del calcolo di $^0/_0$. — *D. E. Smith.* Rithmomachia. — *W. B. Carver.* Ideali di un campo quadratico di numeri in forma canonica. — *L. C. Karpinski.* Numero. — *L. A. Howland.* Una risoluzione delle equazioni biquadratiche. — *L. E. Dickson.* Note sulla teoria dei numeri. — Soluzioni dei problemi d'algebra, di geometria, di meccanica, della teoria dei numeri, del calcolo delle probabilità proposti nei singoli fascicoli.

L'Enseignement Mathématique. — Revue internationale. — Paris, Genève, Leipzig. An. 13, n. 1 a 3, 1911.

Ch. Méray. — Schizzo di una trigonometria liberata dall'intrusione degli archi di circonferenza. — *P. Barbarin.* Il problema di Pappo. — *E. Turrière.* Sull'integrazione geometrica, secondo Mannheim, dell'equazione intrinseca d'una curva piana. — *L. Godeaux.* Sulle congruenze dirette. — *Y. Sawayama.* Nuove dimostrazioni d'un teorema relativo alla circonferenza di nove punti. — *Ch. Méray.* Ricerca diretta delle relazioni di variabile a funzioni esistenti fra la misura d'un angolo ed i suoi rapporti trigonometrici. — *G. Loria.* Sulla determinazione della curvatura d'una linea piana considerata quale inviluppo delle sue tangenti. — *E. Turrière.* Costruzione dei centri di curvatura principali

in un punto di una quadrica. — *F. R. Scherrer.* Determinazione del centro di gravità d'un segmento parabolico con metodo elementare. — Commissione internazionale per l'insegnamento matematico. — 1° Riunione di Milano; 2° Stato dei lavori al 1° marzo 1911 (*H. Fehr*, segretario generale). — *C. A. Laisant.* Carlo Méray (1835-1911). — *A. Aubry.* I principi della geometria. — *G. Majecen.* Una costruzione dell'iperbole come luogo di punti e come inviluppo. — *P. Pojet.* Regioni definite da un'iperbole. — *E. Turrière.* Il problema di Tramson in geometria rigata. — *E. Turriere.* Sulle fonzioni sinettiche. — *A. Schülke.* Differenziale e derivata — Corrispondenza — Cronaca — Note e documenti — Bibliografia — Bollettino bibliografico.

Bulletin of the American Mathematical Society. — vol. XVII, n. 8-9. New York, 1911.

F. N. Cole. Riunione di febbraio della Società Americana di matematica. — *P. Saurel.* Classificazione dei cristalli. — *F. Cajosi.* Il metodo di approssimazione di Horner già stabilito dal Ruffini. — *G. D. Birkhoff.* Letture nella riunione di New Haven. — *H. C. Mareno.* Congresso della Sezione di S. Francesco. — *O. E. Glenn.* Condizioni invarianti affiinchè una forma *p*-aria abbia fattori lineari multipli. — *A. Ranum.* Termine generale di una serie ricorrente. — *R. Curtis.* Su d'un problema di dipendenza lineare. — *W. A. Wilson.* Nota sull'integrazione delle serie mediante gli integrali di Lebesque. — *G. A. Bliss.* La geometria differenziale di Eisenhart. — *E. G. Bill.* Gli studi di geometria analitica di Stuyvaert — Notizie — Nuove pubblicazioni.

Il Pitagora. — Giornale di matematica per le scuole secondarie. An. XVII, n. 1 a 9. Palermo 1911.

S. Catania. Sui rapporti con grandezze eterogenee. — *G. Burali-Forti.* Una curiosa questione sul calendario. — *A. Natucci.* Sul volume del segmento sferico. — *E. Piccioli.* Il teorema di Menelao nel triangolo sferico. — *C. Alasia.* Alcuni teoremi sul triangolo. — *ex-Langham.* Sulla teoria dei numeri reali. — *O. Stolz, J. A. Gmoneiner, R. Alagna.* Concetto di grandezza e di numero. — *S. Catania.* Sui numeri reali. — *Strazzeri.* Identità dei polinomi. — *Chiari.* Relazioni attorno al quadrilatero inscrittibile. — *Catania.* Su una dimostrazione del teorema di Pitagora. — *F. Palatini.* Sulle inequazioni irrazionali. — *P. Cattaneo.* Sulle equazioni cubiche, ecc. — *G. Bernardi.* Dimostrazione di una formula di trigonometria sferica. — *P. Biffis.* Proposizione errata. — *F. Ferrari.* Sopra i poligoni convessi inscritti e circoscritti. — *E. Piccioli.* Il teorema dei seni ecc. — *G. Mignosi.* Teoria formale del massimo divisore comune. — *I. Amaldi.* Sopra una notissima questione elementare di minimo. — *E. Piccioli.* I polinomi parasimmetrici. —

S. Catania. Su d'un errore materiale nella « Recente geometria del triangolo » del Prof. C. Alasia. — *C. Alasia.* Sulle mediane ed il baricentro del triangolo. — *G. Drago.* Potenza — Risposte alle questioni proposte — Questioni da risolvere.

Tokyo Sûgaku-Buturigakkwai Kizi. — (Rendiconti della Società Fisico-Matematica di Tokio). 2 ser. vol. VI, n. 3-4.

J. Ishiwara. Zur theorie der elektronenbervegung in Metallen. — *H. Nagaoka.* A table for facilitating the calculation of Mutual Inductance of two parallel coaxial circles. — *J. Ishiwara.* Berechnung der elektrischen leitfahigkeit für oszillierende elektrische-Kraft aus der Elektronentheorie.

Boll. del R. Comitato Geologico d'Italia. — Vol. XLI. Fasc. 4.

Cappellini e Baldacci. La XI Sezione del Congresso geologico internazionale e la II conferenza agro-geologica a Stoccolma. — *Lotti.* Verrucano e pseudoverrucano in Toscana. — *Sabatini.* Cronologia delle eruzioni dei Vulcani Cimini. — *Crema.* Sezione geologica attraverso la valle di Licenza nel bacino dell'Aniene. — *Dal Piaz.* Altipiano del Cansiglio e Regione circostante. — *Gortani M.* Rilevamento geologico della Valcalda (Alpi Carniche).

Rivista Geografica italiana. — Fasc. VI.

Dalla Vedova, Bertacchi, De Marchi, Errera e Ricchieri. Le riforme urgenti per la geografia nelle Università italiane. — *Almagià R.* L'opera scientifica di Teobaldo Fischer.

Boll. della Soc. Geografica italiana. — N. 7.

Pasi P. La colonia del capo. — *Kozlov P.* Spedizione nella Mongolia e nel Seciuan. — *Sanguinetti U.* Nei possedimenti tedeschi dell'Oceania.

La Technique Moderne. — N. 6.

Lefebvre. Les applications frigoriques à bord des Navires de guerra. — *L. D. I.* La construction du Tunnel du Somport et la traversée de la Chaine des Pyrénées. — *Letombe.* Considérations sur les moteurs d'aviation. — *Tarron.* De la construction et de la conduite des aeroplanes. — *Dromel.* Les installations électriques du Chemin de fer souterrain Nord-Sud. — *Potin.* Sur les menisques brillants observés sur la table di roulement de certains rails. — *Crussard.* La distribution et les mouvements secondaires dans les perforatrices et marteaux pneumatiques. — *Dantzer.* Détermination des densités et diamètres des matières texiles à l'état de fils simples. — *Rigotard.* La tuerie des

porcs d'Aubervilliers (Seine). — *Emanaud.* Fonctionnement interne des générateurs de vapeur. — *G. et V.* L'Industrie du Goudron de Houille.

Scientia. — (Bologna n. 19).

Herz. Concezione filosofica e analisi matematica nell'osservazione dell'universo. — *Langevin.* L'evoluzione dello spazio e del tempo. — *Bruni.* L'opera di J. H. van't Hoff. — *Costantin.* I progressi della cultura dei fiori e la loro importanza per le teorie trasformiste. — *Pearl.* Idee e metodi biometrici in Biologia, loro significato e loro limite. — *Von Engelmeyer.* Il valore eurologico dell'invenzione tecnica. — *Hoernes.* Le antiche forme dell'abitazione umana e loro rapporto generale con lo sviluppo della civiltà. — *Perozzi.* Il socialismo giuridico. — *Enriquez.* La filosofia di G. Vailati.

SCOSSE TELLURICHE NEL GIUGNO 1911



GRADI DELLA SCALA DI MERCALLI

★ Punti colpiti

I - Strumentale.
II - Molto leggera.
III - Leggera
IV - Sensibile o mediocre.
V - Forte.
VI - Molto forte.
VII - Fortissima.
VIII - Rovinosa.
IX - Disastrosa.
X - Disastrosissima.

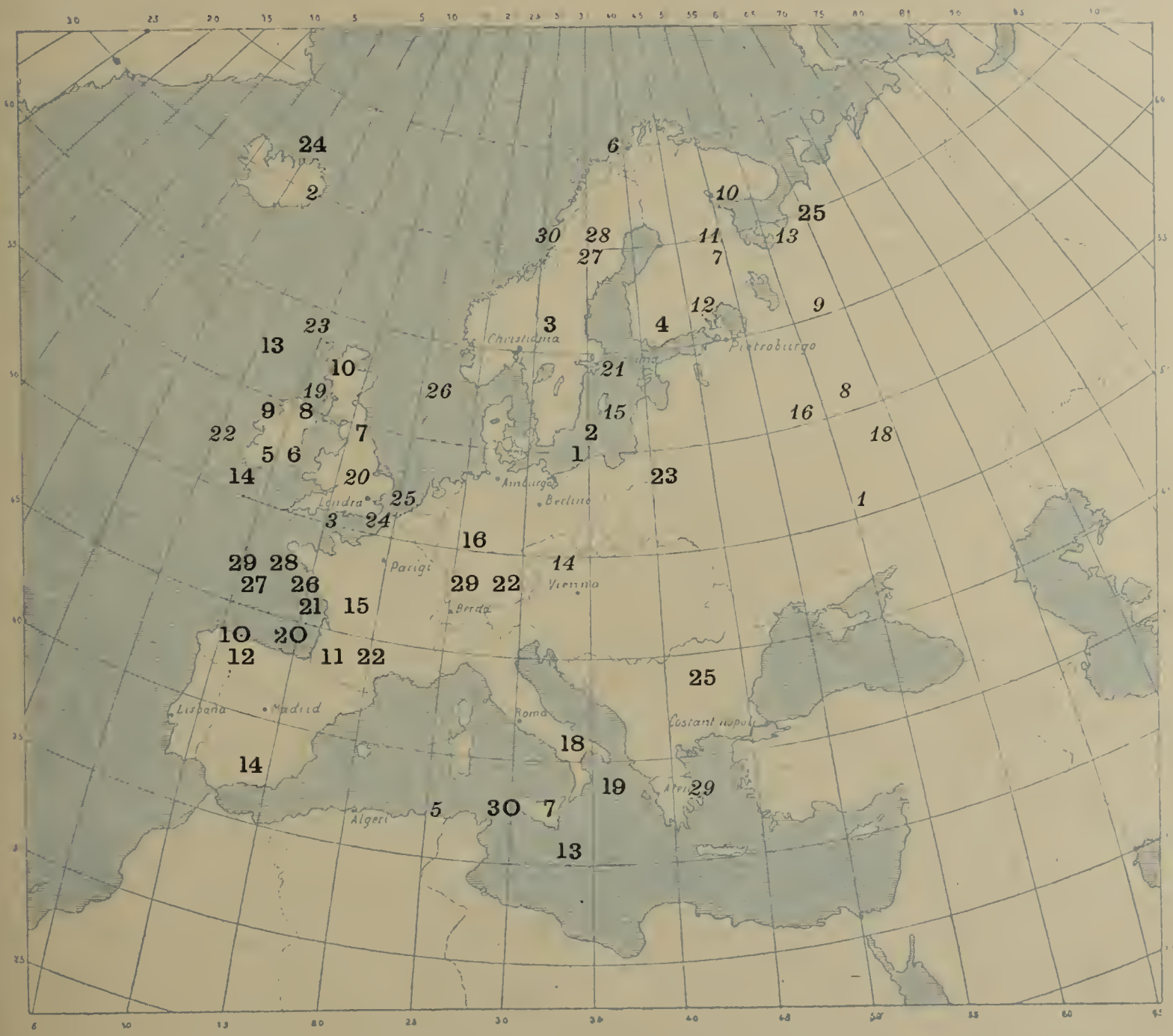
Il 2 a 4 h 1/2 Osimo (Ancona) sc.; 5 h 1/2 Bertinoro sc. — Il 3 a 18 h 1/2 Osimo sc. a 23 h 1/4 Mineo sc. — Il 5 a 2 h 1/4 Bertinoro sc. — Il 7 a 7 h Giano (Perugia). — Il 10 a 10 h 3/4 Messina III. — Il 12 a 2 h 55m. Rocca di Papa II, Frascati III. — Il 14 a 12 h 1/2 Bertinoro sc. — Il 18 a 10 h 3/4 S. Giovanni (Como) sc. a 18 h Calabria ulteriore. — Il 19 a 7 h S. Nicandro (Foggia). — Il 20 a 14 h 3/4 Bertinoro sc. — Il 21 a 13 h 3/4 Cascia (Perugia) IV. — Il 23 a 22 h 1/4 e il 24 a 3 h 1/4 Bertinoro sc.; a 4 h Bertinoro V-VI e a 14 h id. sc. — Il 24 a 8 h 1/2 Claut (Udine) sc. — Il 26 a 12 h 50 Siena II; a 23 h 1/4 Claut sc. — Il 28 a 11 h 1/2 e 13 h Messina III; a 18 h Salò (Brescia) sc. — Il 30 a 6 h Salò II, a 6 h 1/2 Messina VI a 15 h 3/4, a 20 h e 20 h 1/4 Messina sc.

Registrazioni. — Il 2 a 14 h 1/2 Ischia. — Il 3 a 21 h 40 m Firenze (Xim.) Moncalieri L: a 22 h 1/2 a Rocca di Papa. — Il 4 e 4 h 3/4 Moncalieri V; a 6 h 1/4 Mineo. — Il 6 a 8 h Mineo e Catania. — Il 7 a 12 h 17 m e l'8 a 1 h 10 m in tutti gli osservatori L. — Il 10 a 8 h 52 m Firenze (Xim.) — Il 12 a 2 h 55 Roma, Rieti V. — Il 13 a 12 h 3/4 Ischia, Taranto. — Il 15 a 15 h 38 m in tutti gli osservatori L. — Il 16 a 3 h 38m Firenze (Xim.) — Il 17 a 6 h 34 m Firenze (Xim.) — Il 18 a 18 h negli osservatori dell'Italia inferiore. — Il 25 a 10 h 12 m Firenze (Xim.) Rocca di Papa V.

MASSIMI E MINIMI BAROMETRICI NEL GIUGNO 1911

C = ciclone
A = anticiclone

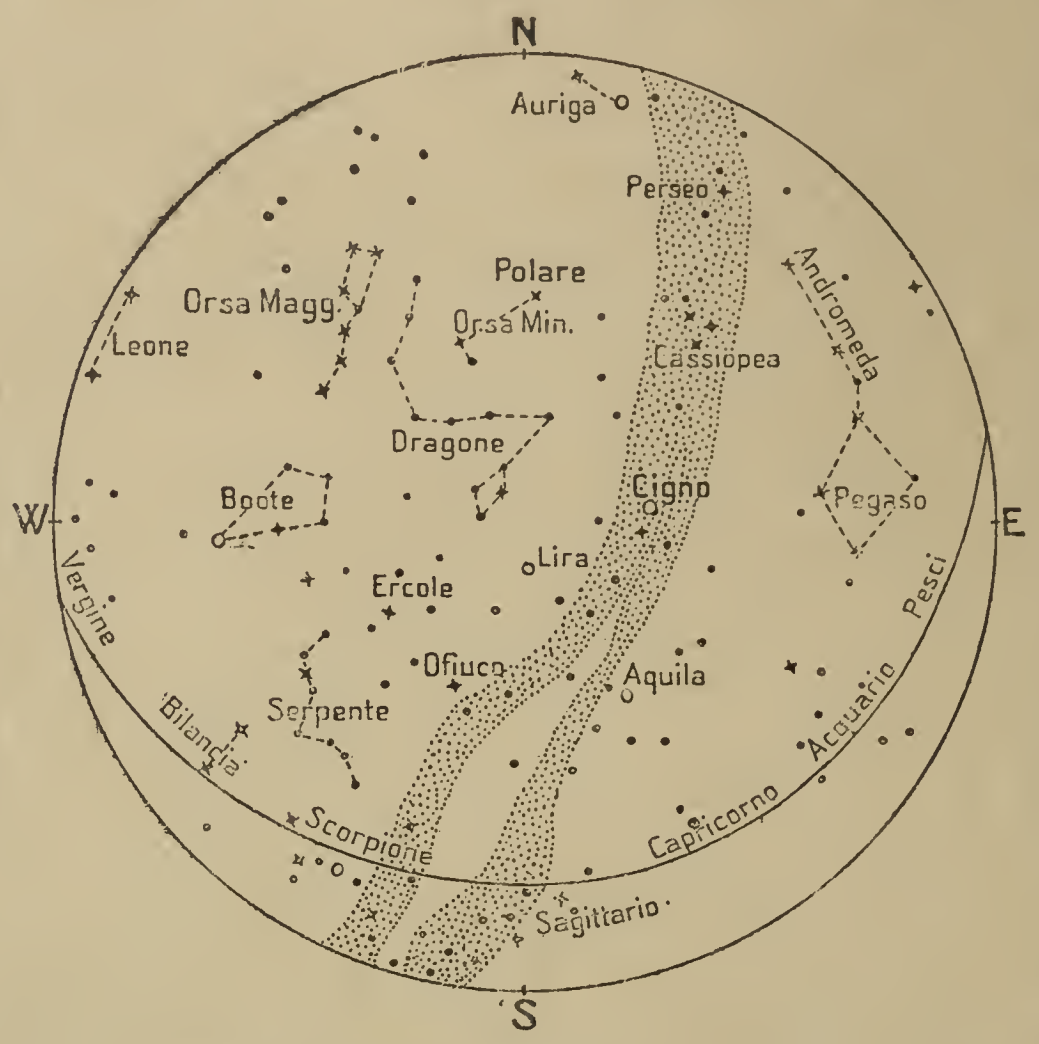
I numeri in *corsivo* indicano la data ed il luogo dei minimi; gli altri dei massimi



D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo
1	771A	756C	6	777	755	11	765	744C	16	770A	751C	21	771A	755	26	770	755 C
2	774A	760	7	777	752	12	765	749C	17	768A	750	22	769A	743	27	772	755
3	770A	759	8	773	745C	13	763	749C	18	767A	749	23	767A	747C	28	775A	755
4	771A	760	9	763	743	14	765	751C	19	766	750	24	770	748C	29	772A	757
5	773	759C	10	764	740C	15	767A	750C	20	768	753	25	766A	755	30	767	750

Il primo centro ciclonico sulla Russia centrale; sul Baltico centro antic. che vi persevera anche il 2. Il 3 e 4 leggere formazioni antic. sull'Italia meridionale. — Il 5 ciclone sul Mediterraneo meridionale. — Dal 6 al 10 le alte pressioni si mantengono verso la Gran Brettagna, le depressioni a NE, con una formazione ciclonica l'8. — Il 10 sulla Val Padana formazione cicl. che si estende l'11 a tutto il Mediterraneo, e si restringe il 12, mentre a NE dell'Europa si ha un altro ciclone. — Il 13 ciclone sulla Francia, il 14 sull'Austria, il 15 sul Baltico, mentre un anticiclone è sulla Francia. — Il 16 ciclone sulla Russia, antic. sul rimanente dell'Europa. — Il 17 l'anticiclone ha portato sull'Italia il suo centro, che vi rimane il 18 spostandosi a Sud. — Il 19 e 20 deboli formazioni cicloniche. — Il 21 sul Golfo di Guascogna centro anticiclonico, che il 22 si divide in 3 centri, il 23 in due, di cui il principale sulla Polonia, mentre un centro ciclonico si chiude sulle Ebridi, e si porta il 24 sulla Manica. — Il 25 centri anticiclonici sul Tirreno, sulla penisola Balcanica, sulla Russia settentrionale. — Il 26 ciclone con centro sul mar del Nord. — Il 27 si avanza sul Golfo di Guascogna un cuneo di alte pressioni che il 28 si chiudono in anticiclone, ed il 29 hanno 3 centri. — Il 30 le pressioni scendono sul Mediterraneo meridionale.

15 Agosto ore 21.



Fenomeni Astronomici

Il Sole entra in Vergine il 24 a 8h 13m.

Congiunzioni — Con la Luna Giove il primo a 20 h; Urano l'8 a 12h; Saturno il 17 a 9h; Marte idem; Nettuno il 21 a 14h; Mercurio il 25 a 17h; Venere il 26 a 1h; Giove il 29 a 11h; Marte con Saturno il 17 a 5h; Marte a 0° 15' N.

Quadrature — Marte il 9 a 6h; Saturno il 13 a 20h.

Stazioni — Venere il 25 a 9h; Mercurio il 27 a 3h.

Elongazioni — Mercurio il 13 a 5h.

Varia — Mercurio in nodo discendente il 2 a 20 h.

		α	δ	Passaggio
Mercurio	1	10h19m	+ 10.°41'	13h 53m
	11	11 2	+ 4. 34	13 57
	21	11 28	− 0. 6	13 43
Venere	1	11 22	+ 1. 54	14 56
	11	11 40	− 1. 53	14 35
	21	11 48	− 4. 49	14 3
Marte	1	2 36	+ 13. 4	6 11
	11	3 0	+ 14. 54	5 55
	21	3 22	+ 16. 29	5 38
Giove	1	14 16	− 12. 31	17 49
	11	14 20	− 12. 52	17 14
	21	14 24	− 13. 18	16 39
Saturno	1	3 10	− 15. 21	6 45
	11	3 12	− 15. 26	6 8
	21	3 13	− 15. 29	5 30

FASI ASTRONOMICHE DELLA LUNA

P Q	U Q
il 2 a 0h.28m.	il 17 a 13h. 11m.
L P	L N
il 10 a 3h. 55m.	il 24 a 5h. 14m
P Q	
il 31 a 17 h. 21 m.	

APOGEO
il 5 a 16 h.

PERIGEO
il 21 a 12 h.

Sole (a mezzodì medio di Parigi = 12h . 50m. 39s t. m. Europa centr.)

Giorni	Asc. r.	Declin.	Longit.	Distanza dalla Terra in Km.	Semid.	Parallasse orizz.	Durata del passaggio del Semidiam.	Obliquità dell'ecclittica	Equazione del tempo
1	8h.42m.	+18° 15'	128° 6'	151.730.000	15'48"	8" 67	1m. 7s.	23.° 27' 9."90	+ 6m.12s.
11	9 21	+15. 32	137 41	151.500.000	15 49	8 68	1 6	23. 27.10. 11	+ 5 12
21	9 58	+12. 25	147 18	151.230.000	15 51	8 70	1 5	23. 27.10. 31	+ 3 15

I Satelliti di Giove.

Il primo occultazione p. del I a 21 h 25 m. — Il 2 passaggio f. del I a 20 h 58m; ombra f. del I a 22 h 14 m. — Il 3 passaggio p. del II a 21 h 22m. — Il 5 eclisse f. del II a 21 h 35 m 26 s. — Il 9 passaggio p. del I a 20 h 41 m; ombra p. del I a 21 h 58 m. — Il 10 eclisse f. del I a 21 h 15 m 20s. — L'11 ombra f. del III a 20 h 37 m. — Il 18 ombra f. del I a 20 h 33 m. — Il 21 ombra f. del II a 21 h 0m. — Il 25 ombra p. del I a 20 h 16 m.

MARCO SALVADORI - *Segretario Responsabile.*

Pavia, 1911 — Premiata Tipografia Successori Frat. Fusi.

Anno XII. Agosto 1911. Num. 140.

ARTICOLI E MEMORIE

Istituto di Patologia generale della R. Università di Pisa
diretto dal **Prof. G. Guarnieri.**

Sui reperti ottenuti nell'ipofisi ed in altri organi glandolari degli animali castrati

Ricerche dei dottori

A. Marrassini (*aiuto e libero docente*) E *L. Luciani* (*interno*)

(Cotinuazione)

Esperimenti sui Conigli.

Animali tutti della stessa razza e dell'età di circa 2-3 mesi all'epoca della castrazione, salvo quelli indicati nelle tavole alle osservazioni.

A. maschi. — Dalla tabella dei pesi medii, massimi e minimi risulta subito a colpo d'occhio un fatto assai importante: cioè che il peso medio della ipofisi dei conigli castrati è di $^1/_3$ inferiore a quello della ipofisi dei conigli interi. — Così pure il peso massimo ed il peso minimo della ipofisi dei conigli castrati, quantunque non nella proporzione suindicata, pure si mostrano inferiori ai pesi corrispondenti dell'ipofisi dei conigli interi.

Questo fatto acquista un alto valore, specialmente se si considera che non altrettanto si è verificato circa il valore dei pesi del cervello, i cui pesi medi sono di gr. 8,477 (massimo gr. 9, minino gr. 7,470) pei conigli castrati, e di gr. 8,920 (massimo gr. 9,600, minimo gr. 7,810) pei conigli interi; e ci fa escludere a priori che la differenza in meno della ipofisi dei conigli castrati dipenda dal fatto che anche il cervello si sia trovato in quello più piccolo, poichè la differenza di quest'organo negli uni e negli altri è affatto trascurabile e non paragonabile certamente a quella trovata fra i pesi medi delle ipofisi.

Possiamo pure escludere che il peso medio della ipofisi dei conigli castrati, minore del corrispondente dei conigli interi, dipenda dal fatto che il peso medio del corpo dei due gruppi di animali mostri tale differenza, dal momento che il

Tavola dei pesi dei varii organi dei conigli, negli esperimenti di orchiectomia bilaterale.

N. d'ordine delle coppie		Peso del corpo in gr.	Peso del fegato in gr.		Peso del cervello in gr.	Peso dei reni in gr.		Peso del cuore in gr.	Peso della milza in gr.		Peso delle capsule surrenali in gr.		Peso dell'ipofisi in gr.		Durata dell'esperimento in giorni	OSSERVAZIONI
			Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		Totale	Per 100 gr. del peso del corpo	Totale	Per 100 gr. del peso del corpo	Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		
I.	normale	1000	24	2,45	7,810	6,950	0,69	2,840	0,475	0,047	0,170	0,017	0,022	0,00220		
	castrato	810	36	4,50	8,350	9,700	1,19	3,720	0,500	0,062	0,118	0,023	0,020	0,00247	15	
II.	normale	1550	54	3,48	8,980	11,300	0.72	4,900	0,630	0,041	0,215	0,014	0,02	0,00161		
	castrato	1670	55	3,29	9,000	13,020	0,77	6,630	0,545	0,033	0,360	0,022	0,022	0,00132	90	
III.	normale	1730	55	3,17	9,560	9,600	0,55	4,600	1,250	0,072	0,405	0,023	0,025	0,00145		
	castrato	1720	57	3,31	8,670	13,005	0,75	5,650	0,815	0,047	0,285	0,017	0,010	0,00058	75	
IV.	normale	1900	59	3,10	8,890	8,760	0,46	4,690	1,100	0,058	0,262	0,014	0,020	0,00105		
	castrato	1720	54	3,14	7,470	11,390	0,66	3,720	0,910	0,053	0,300	0,017	0,019	0,00110	30	
V.	normale	2030	59	2,90	8,625	12.480	0,61	4,980	1,120	0,056	0,255	0,013	0,025	0,00123		
	castrato	2060	82	3,64	8,790	12,645	0,56	6,450	1,090	0,048	0,322	0,014	0,017	0,00076	50	
VI.	normale	2320	51	2,19	9,600	13,740	0,59	5,910	1,090	0,047	0,390	0,017	0,027	0,00116		
	castrato	2360	76	3,22	8,790	12,170	0,51	5,950	1 010	0,043	0,360	0,015	0,012	0,00047	60	
VII.	normale	1550	54	3,48	8,980	11,300	0,72	4,900	0,630	0,041	0,215	0,014	0,025	0,00145		
	castrato	1520	51	3,03	8,275	9,660	0,63	4,130	0,600	0,039	0,320	0,020	0,012	0,00078	90	

Riassunto dei pesi dei varî organi

dei conigli negli esperimenti di orchiectomia bilaterale [1].

Peso del corpo dei conigli normali	medio gr. 1726 massimo gr. 2320 minimo gr. 1000	Peso del corpo dei conigli orchiectomizzati	medio gr. 1694 massimo gr. 2360 minimo gr. 810
Peso del fegato dei conigli normali, 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 2,97 (50,857) massimo gr. 3,48 (59,000) minimo gr. 2,19 (24,000)	Peso del fegato dei conigli orchiectomizzati 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 3,45 (58,714) massimo gr. 4,50 (82,000) minimo gr. 3,03 (36,000)
Peso dei reni dei conigli normali, 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,62 (10,590) massimo gr. 0,72 (13,740) minimo gr. 0,46 (6,950)	Peso dei reni dei conigli orchiectomizzati 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,72 (11,655) massimo gr. 1,19 (13,020) minimo gr. 0,51 (9,660)
Peso del cuore dei conigli normali	medio gr. 4.688 massimo gr. 5,910 minimo gr. 2,840	Peso del cuore dei conigli orchiectomizzati	medio gr. 5,180 massimo gr. 6,630 minimo gr. 3,720
Peso della milza dei conigli normali, 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,052 (0,899) massimo gr. 0,072 (1,250) minimo gr. 0,041 (0,475)	Peso della milza dei conigli orchiectomizzati 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,046 (0,781) massimo gr. 0,062 (1,090) minimo gr. 0,033 (0,500)
Peso delle capsule surrenali dei conigli normali, 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,016 (0,273) massimo gr. 0,023 (0,405) minimo gr. 0,013 (0,170)	Peso delle capsule surrenali dei conigli orchiectomizzati 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,018 (0,305) massimo gr. 0,023 (0,360) minimo gr. 0,014 (0,188)
Peso dell'ipofisi dei conigli normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,00145 (0,024) massimo gr. 0,00220 (0,027) minimo gr. 0,00105 (0,020)	Peso dell'ipofisi dei conigli orchiectomizzati 0/0 gr. del peso del corpo.	medio gr. 0,00107 (0,016) massimo gr. 0,00247 (0,022) minimo gr. 0,00047 (0,012)
Peso del cervello dei conigli normali	medio gr. 8,921 massimo gr. 9,600 minimo gr. 7,810	Peso del cervello dei conigli orchiectomizzati	medio gr. 8,478 massimo gr. 9,000 minimo gr. 8,275

(1) I numeri fra parentesi rappresentano i valori dei pesi assoluti.

peso medio corporeo per i conigli interi è di gr. 1726 e per quelli castrati di gr. 1694. Due pesi come si vede molto vicini tra loro, e tali quindi da non giustificare affatto neppure essi la grande differenza tra i due pesi medii della ipofisi.

E ci piace di porre in rilievo il peso medio, massimo e minimo della ipofisi dei conigli normali, espressi nella tabella soprariportata, poichè Stieda, (1) Hoffmeister, (2) Leonhardt (3) dicono di aver trovato per i pesi suddetti delle cifre alquanto differenti dalle nostre. Infatti essi affermano concordemente che nei conigli adulti il peso medio dell'ipofisi oscilla tra gr. 0,015 e gr. 0,020. Noi invece, come abbiamo già esposto, abbiamo ottenuto un peso medio di gr. 0,024.

Come peso minimo poi Stieda avrebbe trovato gr. 0,012 mentre noi non abbiamo avuto su sette conigli un peso inferiore a gr. 0,020. Come peso massimo tanto Leonhardt quanto Stieda avrebbero ottenuto una sola volta ciascuno gr. 0,021, ed Hoffmeister cita come caso eccezionalissimo il fatto di aver trovato in un coniglio normale un'ipofisi del peso di gr. 0,022; al contrario noi su sette conigli abbiamo osservato una sola volta il peso di gr. 0,022 e 5 volte un peso maggiore, che in un coniglio adulto di gr. 2320 ha toccato perfino i gr. 0,027. Valori come quelli trovati da noi, ed anche di parecchio superiori, i tre autori citati avrebbero ottenuto per l'ipofisi di conigli tiroidectomizzati.

La tavola dei pesi da noi esposta dimostrerebbe quindi una diminuzione anzichè un aumento dell'ipofisi nei conigli castrati di fronte a quella dei conigli normali. Ed è veramente notevole che tal fatto si sia costantemente ripetuto in tutti e sette i conigli maschi operati di castrazione e sacrificati da un tempo minimo di 15 giorni ad un tempo massimo di 40 giorni dall'atto operativo.

Questi sono i risultati che si ottengono dall'esame dei valori assoluti dei pesi dell'ipofisi; ma noi abbiamo anche stabilito per ogni animale intero e castrato il rapporto tra il peso

---

(1) *Stieda*. — Ziegler's Beiträge Bol. VII, 1890.
(2) *Hoffmeister*. — Beiträge zur klin. Chir. XI. 1894.
(3) *Leonhardt*. — Virchon's Arch. Bd. 149 1897.

assoluto di ogni suo viscere ed il peso del corpo. Orbene da queste valutazioni per 5 coppie di conigli su sette il peso della ipofisi dell'animale castrato risulta egualmente inferiore a quello dell'ipofisi del rispettivo controllo, mentre per le altre due coppie il peso della pituitaria del soggetto castrato risulta, in proporzione del peso del corpo, di poco superiore a quello della stessa glandola dell'individuo normale.

Se però analizziamo bene questo fatto vediamo subito come esso perda ogni valore. Infatti la prima coppia di animali in esperimento è formata di un controllo del peso di gr. 1000 e di un coniglio castrato del peso di gr. 810; l'ipofisi mostra il peso di gr. 0,022 per il primo e di gr. 0,020 per il secondo; fatta la proporzione per °/₀ gr. del peso del corpo, si hanno rispettivamente i due valori di gr. 0.00220 e gr. 0,00247; una differenza perciò di 27 milligrammi a vantaggio dell'ipofisi del coniglio castrato. Ma esaminando i pesi degli altri visceri sia come valori assoluti, sia come valori proporzionali al peso del corpo, vediamo che tutti i visceri del coniglio castrato pesano più dei corrispondenti dell'animale controllo. E questa differenza nel peso degli altri visceri a vantaggio del coniglio castrato è anzi così notevole nel suo valore assoluto, che in proporzione del peso del corpo (inferiore di 190 gr. nell'animale castrato) si mostra assai più spiccata di quanto risulta per l'ipofisi. Infatti come dimostra la tabella riportata abbiamo per il fegato nel coniglio castrato il valore di 4,50 °/₀ gr. del peso del corpo, di fronte a 2,45 per lo stesso organo del controllo; pei reni 1,19 contro 0,69; per la milza 0,062 nel castrato per 0,047 nel normale; per le capsule surrenali del primo 0,023 di fronte a 0,017 del secondo.

Perciò anche considerata in rapporto al peso del corpo, l'ipofisi del coniglio castrato, quando pongasi a paragone con i valori proporzionali degli altri visceri, non ci sembra che possa dirsi aumentata.

L'altra coppia in cui in rapporto al peso del corpo la pituitaria del coniglio castrato mostrasi di pochissimo più pesante di quella del relativo controllo è la IV; ma la differenza di soli 5 centimilligrammi è tale, che ci sembra non meriti alcun valore, tanto più poi che in rapporto al peso del corpo

Tavola dei pesi dei varii organi delle coniglie, negli esperimenti relativi alla ovariectomia bilaterale.

N. d'ordine delle coppie		Peso del corpo in gr.	Peso del fegato in gr.		Peso del cervello in gr.	Peso dei reni in gr.		Peso del cuore in gr.	Peso della milza in gr.		Peso delle capsule surrenali in gr.		Peso dell'ipofisi in gr.		Durata dell'esperimento in giorni	OSSERVAZIONI
			Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		Totale	Per 100 gr. del peso del corpo	Totale	Per 100 gr. del peso del corpo	Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		
I.	normale	900	53	5,88	8,400	12,050	1,34	4,390	0,450	0,050	0,220	0,024	0,015	0,00166		
	castrato	870	45	5,17	8,170	12,455	1,43	3,490	0,360	0,041	0,342	0,039	0,020	0,00230	60	
II.	normale	1400	58	4,14	7,910	11,310	0,81	4,485	0,665	0,047	0,370	0,026	0,020	0,00143		Animali dell'età di 4 mesi
	castrato	1560	51	3,27	8,120	8,470	0,54	3,840	0,635	0,041	0,196	0,013	0,015	0,00096	30	
III.	normale	1790	83	4,64	9,475	13,150	0,73	5,528	0,705	0,039	0,375	0,021	0,019	0,00112		Animali dell'età di 4 mesi
	castrato	2000	53	2,65	9,380	11,845	0,59	5,100	0,950	0,047	0,228	0,011	0,019	0,00095	45	
IV.	normale	2000	64	3,20	9,010	10,030	0,50	3,990	1,040	0,052	0,165	0,008	0,025	0,00125		Animali dell'età di 5 mesi
	castrato	2050	64	3,15	8,700	12,950	0,63	5,700	1,100	0,054	0,280	0,014	0,020	0,00098	75	
V.	normale	2040	58	2,84	8,820	13,160	0,64	5,520	1,380	0,068	0,170	0,008	0,015	0,00074		Animali dell'età di 5 mesi
	castrato	2200	95	4,32	8,750	11,580	0,53	4,500	0,830	0,038	0,470	0,021	0,013	0,00059	90	
VI.	normale	1235	56	4,57	8,000	10,330	0,84	3,750	1,150	0,093	0,160	0,013	0,020	0,00162		Animali adulti
	castrato	2260	71	3,14	9,150	12,530	0,55	5,610	1,670	0,074	0,385	0,017	0,023	0,00102	15	

Riassunto dei pesi dei varï organi

delle coniglie negli esperimenti di ovariectomia bilaterale [1].

Peso del corpo delle coniglie normali	medio gr. 1561 massimo gr. 2040 minimo gr. 900	Peso del corpo delle coniglie ovariectomizzate	medio gr. 1823 massimo gr. 2260 minimo gr. 870
Peso del fegato delle coniglie normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 4,21 (62,00) massimo gr. 4,64 (83,00) minimo gr. 2,84 (53,00)	Peso del fegato delle coniglie ovariectomizzate 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 3,62 (63,16) massimo gr. 5,17 (95,00) minimo gr. 2,65 (45,00)
Peso dei reni delle coniglie normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,81 (11,671) massimo gr. 1,34 (13,160) minimo gr. 0,50 (10,030)	peso dei reni delle coniglie ovariectomizzate 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,71 (11,638) massimo gr. 1,43 (12,950) minimo gr. 0,53 (8,470)
Peso del cuore delle coniglie normali	medio gr. 4,610 massimo gr. 5,528 minimo gr. 3,750	Peso del cuore delle coniglie ovariectomizzate	medio gr. 4,706 massimo gr. 5,700 minimo gr. 3,490
Peso della milza delle coniglie normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,058 (0,898) massimo gr. 0,093 (1,380) minimo gr. 0,039 (0,450)	Peso della milza delle coniglie ovariectomizzate 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,049 (0,924) massimo gr. 0,074 (1,670) minimo gr. 0,038 (0,360)
Peso delle capsule surrenali delle coniglie normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,017 (0,240) massimo gr. 0,026 (0,370) minimo gr. 0,008 (0,160)	Peso delle capsule surrenali delle coniglie ovariectomizzate 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,019 (0,316) massimo gr. 0,039 (0,470) minimo gr. 0,011 (0,196)
Peso dell'ipofisi delle coniglie normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,00130 (0,019) massimo gr. 0,00166(0,025) minimo gr. 0,00074 (0,015)	Peso dell'ipofisi delle coniglie ovariectomizzate 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,00113 (0,018) massimo gr. 0,00230(0,023) minimo gr. 0,00059 (0,013)
Peso del cervello delle coniglie normali	medio gr. 8,602 massimo gr. 9,475 minimo gr. 8,000	Peso del cervello delle coniglie ovariectomizzate	medio gr. 8,711 massimo gr. 9,380 minimo gr. 8,120

(1) I numeri fra parentesi rappresentano i valori dei pesi assoluti.

anche il fegato ed i reni del coniglio castrato si mostrano più pesanti dei corrispondenti visceri del coniglio controllo.

In base quindi ai valori dei pesi espressi nella tavola ed alle ragioni suesposte, senza voler dare importanza al fatto della diminuzione, che preferiamo ritenere un fatto accidentale, anche perchè differenze non inferiori si sono ritrovate talora parimente fra i diversi animali nelle stesse condizioni, ci sembra *di poter concludere logicamente che nei conigli maschi la ipofisi in seguito alla castrazione non subisce alcun aumento di peso.*

B. femmine. — Anche per questi esperimenti la tavola dei pesi medî dimostra che l'ipofisi delle coniglie castrate e sacrificate da un tempo minimo di 15 giorni ad un tempo massimo di 90 giorni dall'operazione, è risultata in media più piccola o per lo meno di peso non superiore a quello delle coniglie normali. Infatti essa è risultata di gr. 0,018 per le prime di fronte a gr. 0,019 per i controlli.

Come si vede la differenza tra questi due pesi medi della ipofisi delle coniglie è assai meno spiccata di quella che abbiamo visto pei conigli maschi. Così pure i pesi massimi ed i pesi minimi della pituitaria nei due gruppi delle femmine sono risultati molto più prossimi che nei conigli maschi: infatti il peso massimo della ipofisi delle coniglie castrate è stato di gr. 0,023 e quello dei corrispondenti controlli di gr. 0,025; la stessa differenza di due milligrammi è risultata tra i due pesi minimi, pure a vantaggio delle coniglie normali (peso minimo delle coniglie castrate gr. 0,013; peso minimo delle coniglie intere gr. 0,015).

Anche qui, come per i maschi, le coppie furono formate con animali, i cui rispettivi pesi corporei fossero molto vicini, in modo che il peso complessivo di ogni viscere di un gruppo potesse esso pure risultare molto prossimo al corrispondente peso dell'altro gruppo di animali di esperimento. Infatti per il cervello abbiamo trovato un peso medio di gr. 8,602 per i soggetti normali e gr. 8,711 per quelli castrati; analogamente il fegato ha dato gr. 62,000 per i primi e gr. 63,15 per i secondi; una differenza di soli 33 milligrammi tra i due pesi medi dei reni a vantaggio delle coniglie normali; una lievissima dif-

ferenza a vantaggio delle coniglie ovariectomizzate troviamo anche per la milza e le capsule surrenali.

In base alle nostre osservazioni dunque anche per le coniglie non ci sembra che la ipofisi di quelle ovariectomizzate sia risultata più pesante di quella dei controlli, se consideriamo i valori medii delle pesate. Ma volendo considerare un po' più particolarmente le sei coppie di animali in esperimento, vediamo come in cinque di esse l'ipofisi della coniglia castrata abbia un peso inferiore a quello dell'ipofisi del corrispondente controllo, non solo come peso assoluto, ma anche relativamente al peso del corpo, e come in una sola il peso della pituitaria sia invece risultato a vantaggio della coniglia castrata, tanto come valore assoluto quanto come valore proporzionale al peso del corpo.

Questo fatto si è verificato, come risulta dalla tavola dei pesi, per la I coppia, costituita da due coniglie, di cui quella controllo aveva un peso corporeo di gr. 900 e l'altra di gr. 870. La prima presentò un'ipofisi di gr. 0,015 mentre la seconda uccisa 60 giorni dopo la castrazione, dette un'ipofisi del peso di di gr, 0,020: fatta la proporzione di questi valori % gr. del peso del corpo si ha gr. 0,00230 per l'ipofisi della coniglia castrata e gr. 0,00166 per l'ipofisi della coniglia controllo, con una differenza assai notevole di 64 centimilligrammi in favore della coniglia ovariectomizzata. Noi crediamo però che questa differenza non sia veramente tale da infirmare la conclusione, a cui in modo molto agevole conducono i risultati ottenuti nelle altre cinque coppie; e ciò per un triplice ordine di considerazioni. Innanzitutto perchè tale aumento si è verificato per una sola coniglia su sei; in secondo luogo poi perchè per la coniglia ovariectomizzata non soltanto l'ipofisi è risultata più pesante del corrispondente organo del controllo, ma anche i reni, sia considerati nei loro pesi assoluti come in quelli relativi al peso corporeo. Infatti i reni della coniglia castrata pesano gr. 12,455 (gr. 1,43 % gr. del peso del corpo), mentre quelli della coniglia normale pesano gr. 12,050 (gr. 1,34 % gr. del peso del corpo). In terzo luogo poi noi crediamo giusta la opinione espressa sopratutto perchè tra gr. 0,019 (peso medio della ipofisi delle coniglie normali) e gr. 0,020 (peso della

ipofisi della coniglia castrata in questione) è troppo piccola la differenza per poter parlare di aumento della ipofisi in seguito a ovariectomia.

Si potrebbe obiettare a quest'ultima affermazione il fatto che la coniglia castrata presentò l'ipofisi più pesante di quella del controllo, pur avendo un peso corporeo di 30 gr. inferiore; ma si comprende subito come tale considerazione perda ogni valore di fronte al fatto opposto presentato dalla coppia II e dalla coppia V. Nella coppia III poi tale fatto è ancor più evidente; infatti tra il peso corporeo della coniglia operata e quello della coniglia normale esiste una differenza di 210 gr. a vantaggio della prima, la quale tuttavia ha l'ipofisi non superiore in peso a quella dell'altra anche dopo 45 giorni dall'operazione. Nella copia VI vediamo la pituitaria della coniglia castrata pesare 3 milligrammi più di quella del relativo controllo (gr. 0,023 la prima e gr. 0,020 la seconda); quindi un eccesso in favore della ovariectomizzata, considerando i pesi come valori assoluti; ma ecco tale aumento da reale divenire apparente appena si considerano gli stessi valori in rapporto al peso corporeo, tantochè otteniamo gr. 0,00102 per la prima coniglia e gr. 0,00162 per la coniglia controllo. Ma v'è di più: anche restando ai pesi assoluti, il reperto di un'ipofisi di gr. 0,023 in una coniglia castrata del peso di gr. 2260 di fronte a gr. 0,020 dell'ipofisi del controllo, non ci sembra possa indicare un aumento di peso della pituitaria in seguito alla ovariectomia, quando vediamo una ipofisi di gr. 0,025 in una coniglia normale di soli 2000 gr. di peso corporeo.

A risultati opposti a quelli da noi ottenuti giunse Fichera operando di ovariectomia bilaterale tre coniglie opportunamente scelte e sacrificate ad intervalli di tempo da 10 a 30 giorni. In esse l'A già dopo 10 giorni dalla castrazione avrebbe trovato aumento di peso della pituitaria, da esso rilevato anche in confronto delle medie che altri diedero per la ipofisi dei conigli adulti normali, medie di cui ci siamo più sopra occupati (Stieda, (l. c.) Gley, (1) Hoffmeister, (l. c.) Leonhardt (l. c.)).

---

(1) Gley. — Arch. de Physiol. norm et path. 1892.

Da quanto abbiamo esposto tuttavia, pur non volendo tener conto di quella lieve eccedenza che noi abbiamo osservato nel peso dell'ipofisi delle coniglie normali, *crediamo di poter giustamente ritenere che anche nelle coniglie la ipofisi non subisce alcun aumento di peso in seguito alla castrazione.*

***

Esposti e discussi i risultati delle nostre ricerche dal punto di vista macroscopico, esporremo ora i risultati ottenuti con lo studio istologico delle ipofisi dei conigli normali e delle ipofisi dei conigli castrati, paragonando la struttura presentata dalla pituitaria dei primi a quella presentata dallo stesso organo dei secondi.

Per i conigli normali, tanto maschi che femmine, abbiamo creduto opportuno riunire in una descrizione unica il reperto dell'esame microscopico delle singole ipofisi, per il fatto che tutte le ipofisi normali in esame non presentarono fondamentalmente dall'una all'altra differenze molto spiccate.

Esame microscopico dell' ipofisi.

A. Conigli normali. — A piccolo ingrandimento si vede il lobo nervoso circondato nei suoi due terzi circa anteriori da una zona spessa di elementi epiteliali, colorati assai spiccatamente dalla ematossilina; in mezzo a loro non si apprezzano elementi tinti dalla eosina. Al davanti di questo strato esiste uno spazio falciforme, nel quale si trova una sostanza omogenea tinta in roseo. Anteriormente a tale spazio si vede la porzione anteriore del lobo epiteliale, la quale presenta aspetto vario a seconda delle zone in cui si osserva. Le trabecole vascolari incrociandosi in vario modo delimitano delle aree di forma irregolare, per lo più poligonali, entro cui trovansi le cellule ipofisarie variamente aggruppate. In alcune sezioni le parti laterali e posteriori di questa porzione del lobo epiteliale appaiono costituite da elementi in parte colorati dall'ematossilina; ma in mezzo a questi si trovano in abbondanza anche cellule intensamente tinte dalla eosina, tantochè in queste zone l'aspetto dell'ipofisi è assai differente da quello che ab-

biamo notato nella porzione situata attorno al lobo nervoso. Un aspetto simile a quello descritto nelle parti posteriori e laterali del lobo anteriore, hanno anche le zone laterali per una estensione assai vasta verso l'innanzi, ed un aspetto molto simile ha anche la zona centrale, situate fra quella or ora descritte. Man mano che ci avviciniamo verso la porzione anteriore del lobo anteriore gli elementi tinti dalla eosina si fanno più rari, tantoche in ultimo essi sono quasi assenti. Cosicchè mentre in una zona intermedia fra il margine anteriore ed il lobo nervoso tali elementi eosinofili, pur esistendo abbondanti, lasciano apparire numerosi anche gli altri, nella zona anteriore si hanno di quelli solo scarsi esemplari.

A forte ingrandimento gli elementi dello strato circostante al lobo nervoso mostrano un nucleo assai grande, vescicoloso, per lo più rotondo, talora ovale, la cui cromatina è tinta intensamente dalla ematossilina. Il protoplasma, che non presenta un limite nettamente definito, è colorato talora più pallidamente, talora più intensamente in grigio, e presenta aspetto finamente granuloso.

Nelle zone laterali e posteriori del lobo anteriore si trovano elementi di vario volume, dei quali alcuni più piccoli, che sono gli elementi fondamentali, e che presentano un nucleo grosso, vescicoloso, circondato da scarsissimo protoplasma omogeneo, talora, affatto incoloro, trasparente, altre volte tinto di un colorito roseo pallidissimo. Molti altri elementi hanno protoplasma pure scarso, ma colorato intensamente dalla eosina; altri infine con protoplasma intensamente tinto dalla eosina sono assai più grandi, e mentre in alcuni il protoplasma è uniformemente colorato in rosso, in altri più rari la parte eosinofila è come raccolta in ammassi. Aspetto simile presentano gli elementi eosinofili nelle altre zone in cui gli abbiamo descritti. In alcune parti intermedie fra il margine anteriore del lobo anteriore e lo spazio descritto posteriormente ad esso, si notano talora delle piccole cavità circondate da elementi, i quali non hanno dappertutto il medesimo aspetto. Alcuni di questi spazi sono circondati unicamente da elementi cromofobi, come li abbiamo precedentemente descritti; altri invece sono circondati unicamente da cellule con protoplasma abbondante tinto intensa-

mente dalla eosina; altri infine sono circondati da elementi puramente cianofili, o da elementi dell'una e dell'altra specie, frammisti in modo irregolare.

In alcune sezioni di altre ipofisi gli elementi eosinofili nelle parti centrali si spingono un po' più verso la parte anteriore, tantochè anche in questa essi si trovano in discreto numero frammisti agli elementi degli altri tipi.

Negli spazi più sopra descritti si trova spesso una sostanza omogenea tinta uniformemente dall'eosina.

Osservando più sezioni ad altezze differenti ci formiamo il concetto che le cellule eosinofile si trovino localizzate più specialmente nelle zone posteriori e laterali del lobo anteriore, di cui occupano grandissima parte frammiste agli altri elementi, mentre di esse si troverebbero una scarsa quantità nelle zone centrali ed anteriori.

In alcune ipofisi i capillari sanguigni sono pochissimo evidenti, mentre in altre sono ampi e ripieni di sangue. Questo aspetto differente si riscontra talvolta anche nelle diverse sezioni appartenenti alla stessa ipofisi.

Alcuni degli elementi eosinofili, come pure alcuni degli elementi degli altri tipi, si trovano scaglionati lungo i capillari sanguigni e frammisti in vario modo.

Nelle ipofisi delle femmine le cellule eosinofile in generale sembrano un po' meno abbondanti che in quelle dei maschi, mentre appaiono più abbondanti le cianofile.

Ci piace far rilevare in modo speciale, come in complesso non esista una regola fissa nella disposizione e distribuzione delle cellule eosinofile, le quali nelle varie ipofisi e nelle varie sezioni si mostrano ora più, ora meno abbondanti: esse occupano in generale le parti eccentriche del lobo anteriore formando una striscia periferica più o meno spessa; qualche volta però si spingono anche nella zona centrale in quantità più o meno rilevante.

B. Conigli castrati. — a) maschi.

I. (durata dell'esperienza, 15 giorni). — A piccolo ingrandimento si notano i margini del lobo anteriore assai intensamente colorati in rosso per abbondanti cellule eosinofile frammiste agli elementi degli altri tipi. In altre sezioni la zona

maggiormente tinta in rosso è assai più sottile. Le parti centrali delle diverse sezioni mostrano rari gruppetti di elementi eosinofili, dei quali alcuni altri si trovano sparsi irregolarmente qua e là.

A forte ingrandimento appaiono lungo i margini spiccate le cellule eosinofile, le quali sono in numero abbondante, tanto da predominare di gran lunga sugli altri tipi, ma non offrono caratteristiche speciali, che valgano a distinguerle dalle cellule eosinofile osservate nell'ipofisi di conigli normali.

Nelle zone centrali delle sezioni l'aspetto è presso a poco uguale a quello descritto per l'ipofisi normale. Si hanno i soliti aggruppamenti cellulari in cui i vari tipi di elementi sono in vario numero rappresentati, e la loro disposizione lungo i capillari ed all'intorno delle piccole cavità alveolari è la stessa.

I capillari sanguigni sono poco visibili.

In altre sezioni le cellule eosinofile sono estremamente scarse, ed in altre ancora sono quasi completamente assenti, pur avendosi il sistema vascolare più dilatato e carico di sangue.

Dall'esame di tutte le sezioni apparisce chiaramente come la quantità totale delle cellule eosinofile sia di gran lunga inferiore a quella degli altri elementi, e non superiore a quella osservata nei conigli normali.

II°. (durata dell'esperienza, 90 giorni). In alcune sezioni condotte perpendicolarmente al lobo nervoso, a piccolo ingrandimento si osserva presso a poco l'aspetto descritto per l'ipofisi di conigli normali per ciò che riguarda la posizione della parte anteriore e posteriore del lobo epiteliale; ma non appare così spiccata come nell'ipofisi del coniglio normale, e neppure come in quella del coniglio I°, quella zona in cui le cellule eosinofile sono abbondanti. I capillari sono non molto ampi, ma ripieni di sangue.

A forte ingrandimento tutta la parte anteriore del lobo epiteliale mostra presso a poco l'aspetto di quella zona centrale, che abbiamo descritto nell'ipofisi dei conigli normali e del coniglio I°.

III°. (durata dell'esperienza, 75 giorni). In alcune sezioni perpendicolari al lobo nervoso e cadenti verso il centro della

ipofisi, si ha un aspetto simile a quello descritto nell' ipofisi normale. Si ha cioè una zona periferica in cui abbondano le cellule eosinofile e che dà alla zona stessa una tinta più rossa, mentre la parte centrale della sezione ha una tonalità di colore, quale le è data dall' ematossilina. I capillari non appaiono più ampi del normale.

In altre sezioni la striscia in cui abbondano le cellule eosinofile è assai sottile, molto più di quello che non abbiamo notato in alcune ipofisi normali ; in altre ancora essa è appena percettibile. In altre sezioni infine, meno numerose ed appartenenti con molta probabilità alle parti periferiche della ipofisi, come farebbe ammettere l' ampiezza delle sezioni minore che quella delle altre, le cellule eosinofile sono straordinariamente abbondanti, e sparse per tutta la sezione, tanto chè predominano in modo spiccatissimo sugli elementi degli altri tipi, i quali sono appena percettibili.

A forte ingrandimento non si notano fatti degni di nota, e le cellule eosinofile sia nelle sezioni dove appaiono più rare, sia in quelle dove si mostrano più abbondanti, non hanno alcun carattere che le differenzi da quelle dell' ipofisi normale.

IV°. (durata dell' esperienza, 30 giorni). In questo caso si ha un aspetto dell'ipofisi identico a quello descritto pel coniglio III°, soltanto le cellule eosinofile si mostrano assai più rare di quanto abbiamo in quello osservato.

I capillari sanguigni sono poco appariscenti.

Anche a forte ingrandimento si ha presso a poco lo stesso reperto che nel coniglio III°.

V°. (durata dell' esperienza, 50 giorni). Identico reperto a quello descritto pel coniglio III°.

VI° (durata dell' esperienza, 60 giorni). Anche in questo caso non si ha nulla di sostanzialmente diverso da quanto si è descritto pel coniglio III°.

VII°. (durata dell'esperienza, 90 giorni). Esistono abbondanti cellule eosinofile specialmente verso le parti periferiche ; nelle parti centrali si trovano in minor quantità frammiste alle cellule degli altri tipi. Nel resto non si ha nulla di fondamentalmente differente dai casi precedenti.

b) femmine.

I°. (durata dell' esperimento, 60 giorni). In alcune sezioni si osserva quasi in ogni parte presenza di cellule cianofile, a cui sono frammiste scarse cellule eosinofile, delle quali si nota una quantità un po' maggiore verso i margini della sezione, dove i vasi appaiono anche più ampi e ripieni di sangue. Le cellule fondamentali sono molto scarse. In altre sezioni si ha il fatto inverso; abbondano cioè le cellule cromofobe, mentre scarseggiano le cromofile: le cellule eosinofile, sempre scarse, si trovano pure più specialmente verso i margini della sezione. In sezioni cadute molto in prossimità della periferia dell' organo, i vasi appariscono turgidi, abbondanti le cellule cianofile, cui sono frammiste assai numerose anche le cellule eosinofile, che si vanno facendo più fitte verso i margini della sezione. Nell' insieme dei preparati si vede come le cellule eosinofile non superino per numero gli elementi degli altri tipi.

II°. (durata dell' esperimento, 30 giorni). Reperto identico a quello del caso precedente: soltanto il sistema vascolare è pochissimo appariscente.

III°. (durata dell' esperimento, 45 giorni). In sezioni prossime alla periferia dell' organo esistono abbondanti cellule eosinofile, le quali occupano quasi tutto il campo del microscopio; miste ad esse, in quantità di gran lunga inferiore, si trovano le cellule fondamentali, mentre mancano quasi del tutto le cellule cianofile. Esiste però una zona della sezione, nella quale non si ha di cellule eosinofile che una quantità scarsissima, mentre si rinvengono quasi esclusivamente cellule grandi, poligonali, con protoplasma abbondante, finamente granuloso. Man mano che da questa zona ci inoltriamo in quella dove abbondano le eosinofile, si vede come diminuiscano gradatamente le cellule sopradescritte ed aumentino invece le eosinofile, e come si abbia una mescolanza delle une e delle altre in grado differente a seconda dei punti in cui si osservano. I varî elementi hanno presso a poco la stessa disposizione che si osserva anche in condizioni normali.

In altre sezioni le cellule eosinofile sono un po' meno abbondanti, ma sempre in numero superiore a quello degli elementi degli altri tipi; si trovano più specialmente verso i margini

della sezione, ma si diffondono anche verso il centro di essa.

I vasi sanguigni sono poco percettibili.

IV°. (durata dell'esperimento, 75 giorni). Vasi sanguigni poco evidenti. Scarsa quantità di cellule eosinofile, frammiste agli altri elementi, specialmente alla periferia della sezione. Quasi tutte le sezioni mostrano un alternarsi di zone contenenti cellule fondamentali con zone contenenti cellule cianofile. È notevole il fatto che alcuni degli elementi cianofili presentano in alcune zone circoscritte del protoplasma delle fini granulazioni tinte dalla eosina. In altre sezioni le cellule eosinofile sono un po' più abbondanti, sparse in gruppetti più o meno estesi nelle varie zone. La maggior parte delle sezioni però presenta scarsezza di elementi eosinofili.

V°. (durata dell'esperimento, 90 giorni). Reperto identico a quello del caso precedente.

VI°. (durata dell'esperimento, 15 giorni). Vasi sanguigni poco evidenti. La periferia delle sezioni mostra una zona alquanto estesa di cellule, fra le quali predominano le eosinofile, che si spingono in quantità scarsa verso le parti centrali; quivi però sono molte rare, mentre la massima parte degli elementi in queste zone appartiene al tipo cromofobo. In altre sezioni il numero delle cellule eosinofile nelle parti centrali è molto più abbondante, e si trovano irregolarmente frammiste agli altri tipi cellulari.

***

Dalle brevi descrizioni fatte pei conigli maschi risulta chiaramente come in essi l'asportazione delle glandole sessuali non provochi una sostanziale modificazione nella struttura della ipofisi cerebrale. Nella glandola pituitaria dei conigli normali abbiamo visto come le cellule eosinofile esistano in quantità maggiore lungo i bordi delle sezioni e nelle zone postero-laterali del lobo anteriore, dove si mostrano in numero prevalente sugli elementi degli altri tipi, e dove alcune di esse si presentano più grandi delle altre, con protoplasma ora tinto uniformemente in rosso dall'eosina, ora disseminato di sostanza eosinofila raccolta in ammassi. In alcune ipofisi però si vedono

elementi eosinofili dove più, dove meno numerosi anche nelle zone centrali.

Nelle sezioni della pituitaria dei conigli castrati gli elementi eosinofili si mostrano particolarmente abbondanti verso i margini, dove prevalgono di gran lunga su quelli degli altri tipi, ma con caratteri non diversi da quelli presentati dagli stessi elementi nei conigli normali: inoltre in alcune sezioni, specie in quelle periferiche dell'organo, le cellule eosinofile sono disseminate in tutto il campo, mentre in altre esse scarseggiano assai e sono appena visibili.

Degno di nota è poi il fatto che le cellule eosinofile nel coniglio castrato I°, sacrificato 15 giorni dopo l'operazione, risultano più abbondanti che nel coniglio II°, sacrificato a 90 giorni di distanza dall'atto operativo: oltre a ciò è da notarsi che mentre la ipofisi del coniglio I°, con più cellule eosinofile pesa gr. 0,020, quella del coniglio II°, con meno cellule eosinofile pesa invece gr. 0,022, onde si dovrebbe dire che la quantità degli elementi eosinofili negli individui castrati non è in rapporto col peso dell'ipofisi.

Così pure dalle descrizioni fatte sopra pei maschi risulta che le cellule eosinofile sono più abbondanti nella ipofisi del coniglio castrato III°, con un peso di soli gr. 0,010, che in quella del II°, nel quale tuttavia abbiam visto la pituitaria pesare gr. 0,022.

Anche per ciò che riguarda gli altri elementi non si sono avute sensibili differenze da quanto è stato osservato pei conigli normali.

Quanto allo stato dei vasi sanguigni dobbiamo dire di non aver trovato variazioni costanti apprezzabili nei conigli castrati in confronto di quanto è stato rilevato pei conigli interi. Infatti in alcune ipofisi di individui normali i vasi sono stati appena visibili, in altre invece ampi e pieni di sangue. Per gli individui castrati vediamo innanzi tutto come anche lo stato dei vasi non si mostra in rapporto con la quantità delle cellule eosinofile: così nel coniglio castrato I°, si vedono dei capillari ampi e ripieni di sangue in alcuni punti dove i detti elementi scarseggiano e viceversa. Anche nel coniglio III°, dove pure esiste una discreta quantità di cellule eosinofile, i vasi capillari non

appaiono più ampî del normale ; ed analogo reperto hanno dato in massima parte i capillari delle sezioni di ipofisi degli altri conigli maschi castrati.

Per la qual cosa sulla scorta dei fatti osservati anche nei riguardi del reperto istologico *non ci sembra di dover ammettere alcuna costante differenza sostanziale tra la struttura dell'ipofisi dei conigli maschi normali, e quella dello stesso organo dei conigli castrati.*

Anche per le coniglie paragonando i reperti ottenuti nelle ovariectomizzate con quelli dei controlli, dobbiamo venire alle stesse affermazioni, che abbiamo fatto per i maschi. Infatti non esiste in alcuna delle sei ipofisi delle coniglie castrate un quadro notevolmente diverso da quello offertoci dalle coniglie normali, e neppure si ha in esse un reperto in tutte costante. Così vediamo in una stessa ipofisi delle sezioni con cellule eosinofile abbondanti, ed altre dove queste scarseggiano ; alcune sezioni con vasi ampi e pieni di sangue, altre con capillari appena visibili. Si vedono poi vasi dilatati e pieni di sangue in alcuni punti dell'ipofisi della coniglia I. castrata, sacrificata dopo 60 giorni dall' operazione, mentre non si hanno affatto nella ipofisi della coniglia IV. e V. sacrificate rispettivamente dopo 75 e dopo 90 giorni dalla ovariectomia. Così pure le cellule eosinofile, pur non essendo abbondanti, sono certo più numerose nella pituitaria della coniglia III. dove i vasi sanguigni sono appena visibili, che in quella della coniglia I. dove invece in qualche zona esistono vasi dilatati e pieni di sangue.

Analogamente vediamo non esistere alcun rapporto fra la quantità di cellule eosinofile e la durata dell' esperienza : infatti dette cellule sono più abbondanti nella ipofisi della coniglia III. uccisa dopo 45 giorni dalla ovariectomia, che nella I. e nella IV. sacrificate rispettivamente dopo 60 e dopo 75 giorni dall' operazione, e parimente gli stessi elementi eosinofili si osservano meno scarsi nella pituitaria della coniglia IV. uccisa 15 giorni dopo l' atto operativo, che nello stesso organo della coniglia V. sacrificata 90 giorni dopo la castrazione.

Per dimostrare poi la mancanza di rapporto tra il peso dell' ipofisi e la quantità delle cellule eosinofile basterà far rilevare che queste cellule si sono trovate meno scarse nella

Tavola dei pesi dei varii organi delle cavie, negli esperimenti di orchiectomia bilaterale.

N. d'ordine delle coppie		Peso del corpo in gr.	Peso del fegato in gr.		Peso del cervello in gr.	Peso dei reni in gr.		Peso delle capsule surrenali in gr.		Peso del cuore in gr.	Peso della milza in gr.		Peso della ipofisi in gr.		Durata dell'esperimento in giorni	OSSERVAZIONI
			Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		Totale	Per 100 gr. del peso del corpo	Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		Totale	Per 100 gr. del peso del corpo	Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		
I.	normale	320	10,400	3,25	3,400	3,550	1,11	0,405	0,125	1,240	0,320	0,100	0,014	0,0044		
	castrata	340	12,500	3,68	4,000	4,385	1,29	0,410	0,121	1,240	0,230	0,068	0,015	0,0044	90	
II.	normale	500	19,000	3,80	3,530	4,560	0,91	0,315	0,063	1,830	0,750	0,150	0,011	0,0022		
	castrata	550	20,780	3,78	3,720	5,100	0,93	0,333	0,061	2,200	0,550	0,100	0,016	0,0029	60	
III.	normale	510	16,870	3,31	3,700	3,810	0,75	0,310	0,061	1,820	0,560	0,109	0,015	0,0029		
	castrata	550	15,000	2,73	3,520	5,590	1,02	0,410	0,075	1,930	0,650	0,118	0,014	0,0025	90	
IV.	normale	380	16,550	4,35	3,520	4,010	1,05	0,213	0,056	1,310	0,720	0,189	0,012	0,0032		
	castrata	440	8,350	1,90	3,100	4,045	0,92	0,310	0,070	1,520	0,430	0,098	0,018	0,0041	75	
V.	normale	510	16,870	3,31	3,700	8,810	0,75	0,310	0,061	1,820	0,560	0,109	0,015	0,0029		Animali dell'età di circa due mesi e mezzo all'atto della operazione
	castrata	550	21,300	3,87	4,630	5,510	1,00	0,505	0,092	2,310	0,470	0,085	0,014	0,0025	30	
VI.	normale	380	15,900	4,18	3,475	3,875	1,03	0,200	0,053	1,500	0,690	0,182	0,011	0,0029		Animali dell'età di circa due mesi e mezzo all'atto della operazione
	castrata	450	22,350	4,97	4,050	4,750	1,05	0,280	0,062	1,520	0,520	0,116	0,011	0,0024	15	

Riassunto dei pesi dei varî organi

delle cavie, negli esperimenti di orchiectomia bilaterale [1].

Peso del corpo delle cavie normali	medio gr. 433 massimo gr. 510 minimo gr. 320	Peso del corpo delle cavie orchiectomizzate	medio gr. 480 massimo gr. 550 minimo gr. 340
Peso del fegato delle cavie normali, 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 3,70 (15,931) massimo gr. 4,35 (19,000) minimo gr. 3,25 (10,400)	Peso del fegato delle cavie orchiectomizzate 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 3,49 (16,713) massimo gr. 4,97 (22,350) minimo gr. 1,90 (8,350)
Peso dei reni delle cavie normali, 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,93 (3,935) massimo gr. 1,11 (4,560) minimo gr. 0,75 (3,550)	Peso dei reni delle cavie orchiectomizzate 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 1,03 (4,896) massimo gr. 1,29 (5,590) minimo gr. 0,92 (4,045)
Peso del cuore delle cavie normali	medio gr. 1,586 massimo gr. 1,830 minimo gr. 1,240	Peso del cuore delle cavie orchiectomizzate	medio gr. 1,786 massimo gr. 2,310 minimo gr. 1,240
Peso della milza delle cavie normali, 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,140 (0,600) massimo gr. 0,189 (0,750) minimo gr. 0,100 (0,320)	Peso della milza delle cavie orchiectomizzate 0/0 gr. del peso corpo	medio gr. 0,097 (0,475) massimo gr. 0,118 (0,650) minimo gr. 0,068 (0,230)
Peso delle capsule surrenali delle cavie normali, 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,070 (0,292) massimo gr. 0,125 (0,405) minimo gr. 0,053 (0,200)	Peso delle capsule surrenali delle cavie orchiectomizzate 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,080 (0,374) massimo gr. 0,121 (0,505) minimo gr. 0,061 (0,280)
Peso dell'ipofisi delle cavie normali, 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,0031 (0,013) massimo gr. 0,0044 (0,015) minimo gr. 0,0022 (0,011)	Peso dell'ipofisi delle cavie orchiectomizzate 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,0031 (0,014) massimo gr. 0,0044 (0,018) minimo gr. 0,0024 (0,011)
Peso del cervello delle cavie normali	medio gr. 3,554 massimo gr. 3,700 minimo gr. 3,400	Peso del cervello delle cavie orchiectomizzate	medio gr. 3,836 massimo gr. 4,630 minimo gr. 3,100

(1) I numeri fra parentesi rappresentano i valori dei pesi assoluti.

ipofisi della coniglia III. con un peso di gr. 0,019, che nella ipofisi della coniglia I. con un peso di gr. 0,020.

Altro fatto degno di nota è che le cellule eosinofile nelle ipofisi delle coniglie castrate non si mostrano diverse per forma e grandezza da quelle osservate e descritta nella ipofisi delle femmine normali.

Noi non possiamo quindi confermare per le coniglie ovariectomizzate i reperti istologici ottenuti da Fichera, a quel modo che diversi ci risultarono i dati ottenuti coll' esame ponderale, e similmente a quanto ci rivelò la castrazione nei conigli maschi.

(Continua).

DOTT. EUGENIO GUERRIERI

COMETA DI FAYE (1910 e)

Scoperta — Prime posizioni nel 1910.

Il *Dott. V. Cerulli* nel suo Osservatorio privato di Collurania (Teramo) trovò una cometa su di una lastra fotografica il giorno 8 Novembre 1910, a $10^h.5$ di T. M. di Teramo: le coordinate equatoriali di essa, ridotte al 1910.0, sono le seguenti:

$$\alpha = 3^h\,38^m\,44^s\,, \quad \delta = +\,9^\circ\,0'.7$$

Gr. $9^m.5$, Moto diurno: $\Delta\alpha = -\,0^m.2$, $\Delta\delta = -\,12'$

Il *prof. Millosevich* del R. Osservatorio del Collegio Romano, il 9 Novembre, ad $8^h\,20^m.8$ (Roma) ottenne la posizione seguente:

$$\alpha_{app} = 3^h\,38^m\,35^s.87\,, \quad \delta_{app} = +\,8^\circ\,43'\,20''$$

Gr. $10^m.2$, Moto diurno: $\Delta\alpha = -\,8^s\,, \Delta\delta = -\,19'$

Identità della Cometa « Cerulli » con quella di « Faye »

Da principio essa fu creduta una nuova cometa, ma i calcoli posteriori, fondati sopra osservazioni eseguite nel mese di Novembre, portarono ad elementi che dimostrarono la identità di questa cometa con quella di *Faye*. L'astronomo *Baillaud*, direttore dell'Osservatorio di Parigi, pochi giorni dopo la scoperta, ne annunziava all'Accademia delle Scienze la suddetta identità, rilevata dall'astronomo *Fayet* dello stesso Osservatorio. I calcoli di quest'ultimo hanno condotto ad un sistema di elementi che possiamo paragonare con quelli calcolati da *Strömgren* per il 1903 e ridotti al 1910:

Elementi *Fayet* (Sistema E)			Elementi *Strömgren*	
1910 Nov. 2.28269		= T =	1910 Ott. 23.716 (T.M.Par.)	
199°51′ 6″.74	1910.0	ω	198°59′	1910.0
206 7 0 .31		Ω	206 37	
10 30 24 .79		i	10 37	
0.560806		e	0.56515	
0.575109		log a	0.57908	
486″.792		μ	480″.16	

Esaminando le due serie, si nota che gli elementi sono poco differenti tra loro e solo il movimento medio sembra notevolmente superiore a quello previsto; però non si è tenuto conto delle perturbazioni dal 1881 al 1897, e dal 1903 al 1910.

Fotografie.

Nell'Osservatorio di Juvisy il *Quéuisset* ottenne due fotografie molto soddisfacenti il 5 dicembre 1910. All'equatoriale di cm. 24 di apertura, con l'ingrandimento 140, la cometa si presentava come una nebulosità molto distinta, di circa 2′.5 di diametro, con un prolungamento caudale molto sensibile verso sud e poco esteso. Al centro della testa brillava un nucleo netto e luminoso, bene visibile specialmente con ingrandimento più forte.

Osservazioni antiche.

La cometa in esame fu scoperta a Parigi il 22 novembre 1843 dall'astronomo *Faye*. In quell'epoca essa presentava un nucleo brillante ed una coda a ventaglio che si estendeva per qualche minuto di arco: durante il suo massimo splendore, verso la metà di dicembre dello stesso anno, era visibile ad occhio nudo e la sua testa misurava circa 2′ di diametro. Questa è una cometa a corto periodo, e la sua rivoluzione si compie in circa sette anni. Per mezzo dei calcoli di *Le Verrier* potette essere osservato il suo ritorno al 1850, ed i successivi negli anni 1858 e 1865. Nel 1873 essa era debolissima; tuttavia con l'eccellente Effemeride del *Möller* fu ritrovata il 3 settembre a Marsiglia da *Stephan*, ma non potette essere osser-

vata che pochissime volte: nel 1880 fu rintracciata il 2 agosto da *Common* e, restando sempre di minima luminosità, le sue osservazioni furono continuate fino a tutto marzo del 1881: *Perrotin* riuscì a ritrovarla a Nizza il 9 agosto 1888; essa era estremamente debole e le misure furono eseguite solo con strumenti potenti. Nel ritorno del 1895 *Strömgren* dette un'Effemeride approssimata con cui *Javelle* riuscì a ritrovarla a Nizza il 26 settembre, avendo l'apparenza di una nebulosità molto debole che non oltrepassava i 20″: la cometa fu invano ricercata nel successivo ritorno del 1903, probabilmente a causa della sua eccessiva debolezza, e non fu stabilita nemmeno un'effemeride approssimata per il 1910, fino all'epoca cioè in cui fu fotograficamente rintracciata per caso dall'astronomo *Dott. Cerulli*. In quest'epoca l'astro si trovava in condizioni di visibilità molto favorevoli rispetto a quelle delle sue ultime apparizioni.

Osservazioni eseguite

nel R. Osservatorio di Capodimonte.

Le posizioni che seguono della cometa si sono ottenute con l'equatoriale di Fraunhofer, avente m. 3.02 di distanza focale, cm. 17.5 di apertura netta dell'obbiettivo, e col micrometro a croce di lamine a campo oscuro. Quando la cometa era in buone condizioni di visibilità ho preso gli appulsi ai due lembi delle lamine; quando invece la sua immagine era molto debole e nelle serate con chiaro di Luna ho adoperato soltanto gli appulsi corrispondenti all'ingresso nelle lamine tanto della cometa quanto delle stelle di confronto.

Non ho tenuto conto della refrazione differenziale perchè trascurabile; invece tutte le differenze in α sono state corrette dell'effetto dell'errore di orientamento del micrometro, non così quelle in δ, essendo, in tutti i casi, tale effetto così piccolo da potere essere trascurato.

1910		T.M.Cap.	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	Cfr	α app.	$\log p.\Delta$	δ app.	$\log p.\Delta$	Red. ad l. app.	★
		h m s	m s			h m s				s	
Novem.	10	12 9 54	+ 0 41.94	+ 4′ 42″.8	6,6	3 38 31.29	8.361$_n$	+ 8° 25′53″.6	0.671	+ 3.15, +16.″8	1
	10	12 9 54	— 3 43.39	— 14 58 .3	6,6	3 38 31.51	8.361$_n$	+ 8 25 46 .8	0.671	+ 3. 16, +16.6	2
	11	10 15 5	— 3 7.76	— 12 18 .4	4,4	3 38 27.14	9.360$_n$	+ 8 12 1 .8	0.686	+ 3. 17, +16.6	3
	11	10 15 5	— 5 6.27	— 6 29 .0	4,4	3 38 27.14	9.360$_n$	+ 8 12 2 .3	0.686	+ 3. 17, +16.6	4
	12	9 56 59	— 1 47.93	— 5 5 .4	4,4	3 38 23.31	9.402$_n$	+ 7 57 25 .4	0.691	+ 3. 18, +16.6	5
	12	10 0 58	+ 2 54.94	+ 9 46 .4	6,6	3 38 23.25	9.391$_n$	+ 7 57 27 .0	0.690	+ 3. 17, +16.8	6
	20	9 8 42	+ 1 32.11	— 16 30 .2	3,3	3 37 31.27	9.442$_n$	+ 6 9 30 .7	0.710	+ 3. 26, +16.4	7
	20	9 8 42	+ 1 56.12	— 6 8 .5	3,3	3 37 31.27	9.442$_n$	+ 6 9 25 .7	0.710	+ 3. 25, +16.5	8
	23	8 54 46	+ 6 46.08	+ 9 14 .2	4,4	3 37 13.55	9.446$_n$	+ 5 34 22 .8	0.715	+ 3. 26, +16,4	9
	23	8 54 46	+ 4 3.52	+ 13 24 .8	4,4	3 37 13.56	9.446$_n$	+ 5 34 23 .3	0.715	+ 3. 27, +16.3	10
	24	8 9 31	+ 6 39.83	— 1 22 .5	8,8	3 37 7.31	9.528$_n$	+ 5 23 46 .0	0.723	+ 3. 27, +16.3	9
	24	8 9 31	+ 3 57.03	+ 2 47 .4	8,8	3 37 7.07	9.528$_n$	+ 5 23 45 .8	0.723	+ 3. 27, +16.2	10
	24	8 9 31	+ 1 2.50	— 12 2 .9	8,8	3 37 7.32	9.528$_n$	+ 5 23 44 .7	0.723	+ 3. 28, +16.1	11
	24	8 9 31	— 0 46.77	— 1 10 .7	8,8	3 37 7.31	9.528$_n$	+ 5 23 45 .0	0.723	+ 3. 28, +16.2	12
	27	9 6 36	+ 1 5.34	+ 2 25 .4	6,6	3 36 51.47	9.370$_n$	+ 4 52 48 .6	0.718	+ 3. 30, +16.0	13
	27	9 6 36	— 2 32.41	+ 6 18 .4	6,6	3 36 51.28	9.370$_n$	+ 4 52 48 .4	0.718	+ 3. 30, +15.8	14

	27	9	6 36	— 3	27.48	+ 5	31 .2	6,6	3 36 51.43	9.370$_n$	+ 4	52 50 .0	0.718	+ 3. 30,	+15.8	13
	29	8	6 47	— 2	40.21	— 11	41 .0	4,4	3 36 43.49	9.496$_n$	+ 4	34 48 .9	0.727	+ 3. 31,	+15.7	14
	29	8	6 47	— 3	35.32	— 12	25 .2	4,4	3 36 43.60	9.496$_n$	+ 4	34 53 .5	0.727	+ 3. 31,	+15.7	15
	29	8	6 47	— 5	24.36	— 1	26 .0	4,4	3 36 43.88	9.496$_n$	+ 4	34 53 .5	0.727	+ 3. 32,	+15.6	16
Dicem.	2	10	16 33	+ 1	15.76	— 10	29 .6	6,6	3 36 41.04	8.853$_n$	+ 4	10 5 .3	0.719	+ 3. 33,	+15.6	17
	2	10	16 33	— 3	55.65	+ 0	35 .2	6,6	3 36 41.02	8.853$_n$	+ 4	10 9 .5	0.719	+ 3. 34,	+15.4	18
	2	10	16 33	— 4	16.28	— 8	56 .3	6,6	3 36 40.86	8.853$_n$	+ 4	10 8 .1	0.719	+ 3. 34,	+15.4	19
	3	9	56 45	— 3	53.67	— 6	34 .6	6,6	3 36 43.01	9.007$_n$	+ 4	2 59 .6	0.720	+ 3. 35,	+15.3	18
	3	9	56 45	— 4	14.13	— 16	2 .8	6,6	3 36 43.02	9.007$_n$	+ 4	3 1 .5	0.720	+ 3. 35,	+15,3	19
	5	8	39 54	+ 3	35.70	— 0	41 .8	6,6	3 36 45.47	9.354$_n$	+ 3	50 31 .0	0.726	+ 3. 33,	+15.4	20
	5	8	39 54	— 1	26.13	— 0	0 .9	6,6	3 36 45.68	9.354$_n$	+ 3	50 24 .6	0.726	+ 3. 35,	+15.1	21

Posizioni medie delle Stelle di riferimento.

★	α 1910.0	δ 1910.0	Autorità	
	h m s			
1	3 37 46. 20	+8°20′54″.0	A G Lpz. II	1361
2	3 42 11. 74	+8 40 28 .5		1386
3	3 41 31. 73	+8 24 3 .6		1382
4	3 43 30. 24	+8 18 14 .7		1398
5	3 40 8.-06	+8 2 14 .2		1377
6	3 35 25. 14	+7 47 23 .8		1349
7	3 35 55. 91	+6 25 44 .5		1352
8	3 35 31. 90	+6 15 17 .7		1351
9	3 30 24. 21	+5 24 52 .2		1317
10	3 33 6. 77	+5 20 42 .2		1334
11	3 36 1. 54	+5 35 31 .5		1353
12	3 37 50. 80	+5 24 39 .5		1362
13	3 35 42. 83	+4 50 7 .2	A G Albany	1066
14	3 39 20. 39	+4 46 14 .2		1091
15	3 40 15. 61	+4 47 3 .0		1098
16	3 42 4. 92	+4 36 3 .9		1111
17	3 35 21. 95	+4 20 19 .3		1065
18	3 40 33. 33	+4 9 18 .9		1101
19	3 40 53. 80	+4 18 49 .0		1105
20	3 33 6. 44	+3 50 57 .4		1045
21	3 38 8. 46	+3 50 10 .4		1085

ANNOTAZIONI

Novembre 10 — Nucleo della cometa visibile senza sforzo, pari ad una stella di $9^{m}.5$ o $10^{m}0$ — Sereno splendido.

11 — Immagine della cometa molto attenuata pel forte chiarore lunare; nucleo tuttavia distinto — in fine delle osservazioni la trasparenza dell'atmosfera è molto diminuita per nebbia.

12 — Condizioni quasi identiche a quelle della sera precedente.

20 — Chiarore lunare — sereno — cometa molto debole — s'intravede una condensazione centrale.

23 — Immagine della cometa mediocre — simile ad una macchia allungata, con la testa dell' ampiezza di $40''$ — il nucleo appariva come una stellona di 11^{m} — sereno.

24 — Condizioni di osservazione e di visibilità della cometa simili a quelle della sera precedente.

27 — Sereno — cometa debole con condensazione centrale — nucleo non bene distinto.

29 — Sereno — cometa debolissima — leggera condensazione centrale.

Dicembre 2 — Ottime condizioni di visibilità della cometa — sereno.

3 — Sereno con veli leggeri di nubi vaganti — immagine della cometa mediocre con apparenza di nucleo poco distinto.

5 — Sereno vaporoso — cometa debole con leggera condensazione centrale.

Napoli. R. Osservatorio Astronomico di Capodimonte. 12 Luglio 1911.

VINCENZO G. CAVALLARO

Sul potenziale d'ordine p

Sommario — Procedimento ricorrente per la determinazione del potenziale d'ordine p. — Due altre costruzioni del punto di Lemoine. — Poligono potenziale d'ordine p. — Curva potenziale.

Se un punto del piano di un triangolo ha la proprietà che unito con i vertici, la congiungente divide il lato opposto in parti che stanno tra di loro come le potenze p^{me} dei lati adiacenti quel punto si dirà *punto potenziale d'ordine p.*

Il triangolo che consideriamo sia ABC — Sieno rispettivamente a, b, c le misure dei lati BC, CA AB e rappresenti il simbolo P_i il punto potenziale d'ordine i. Indichiamo con p_{ai}, p_{bi}, p_{ci} i punti in cui le rette AP_i, BP_i, CP_i incontrano i lati BC $= a$, CA $= b$, AB $= c$, con che si ha generalmente

$$Bp_{ai} : Cp_{ai} = c_i : b^i \ , Cp_{bi} : Ap_{bi} = a^i : c^i \ , Ap_{ci} : Bp_{ci} = b^i : a^i \ . \ [1]$$

Quando in [1] si fa $i=1$, il punto corrispondente P, è evidentemente l'*incentro* di ABC; quando poi si fa $i=2$ il punto corrispondente P_2 è il *punto di* Lemoine.

Il procedimento ricorrente che siamo per esporre è molto istruttivo e generale ed in grazia di una proprietà che ora esporremo, la disposizione ed il procedimento grafico è pure notevole, e nei casi particolari, specialmente in quelli relativi alla determinazione dei punti P_2, P_3, esso procedimento assume forma elegante, così che il punto di Lemoine è sottoposto a costruzioni diverse dalle risapute [v. Alasia, *Geom. triang.* p. 148] e non meno importanti.

Proprietà del triangolo rettangolo molto interessante al presente studio è la seguente:

« *Il rapporto dei due segmenti in cui l'altezza relativa all'ipotenusa divide l'ipotenusa stessa uguaglia il rapporto dei quadrati dei cateti adiacenti.*

Analiticamente si dimostra subito questa proprietà; se poi la si vuol intendere da un altro punto di vista, ricorderemo, come è ovvio vedere da semplice ispezione di fig., che la bisettrice dell'angolo retto è anche bisettrice dell'angolo formato dall'altezza e dalla mediana uscenti dal medesimo vertice. Perciò l'altezza è una *simediana* del triangolo, vale a dire che si verifica l'esposta proprietà.

Ed ora passiamo ad esporre le costruzioni atte a determinare il punto P_i . $(i=1, 2, 3, \ldots, p)$.

I) **Determinazione di P_1.** — Se nelle [λ] si fa $i=1$, esse ci dichiarano che il punto P_1 va determinato col condurre le bisettrici degli angoli del triangolo fondamentale.

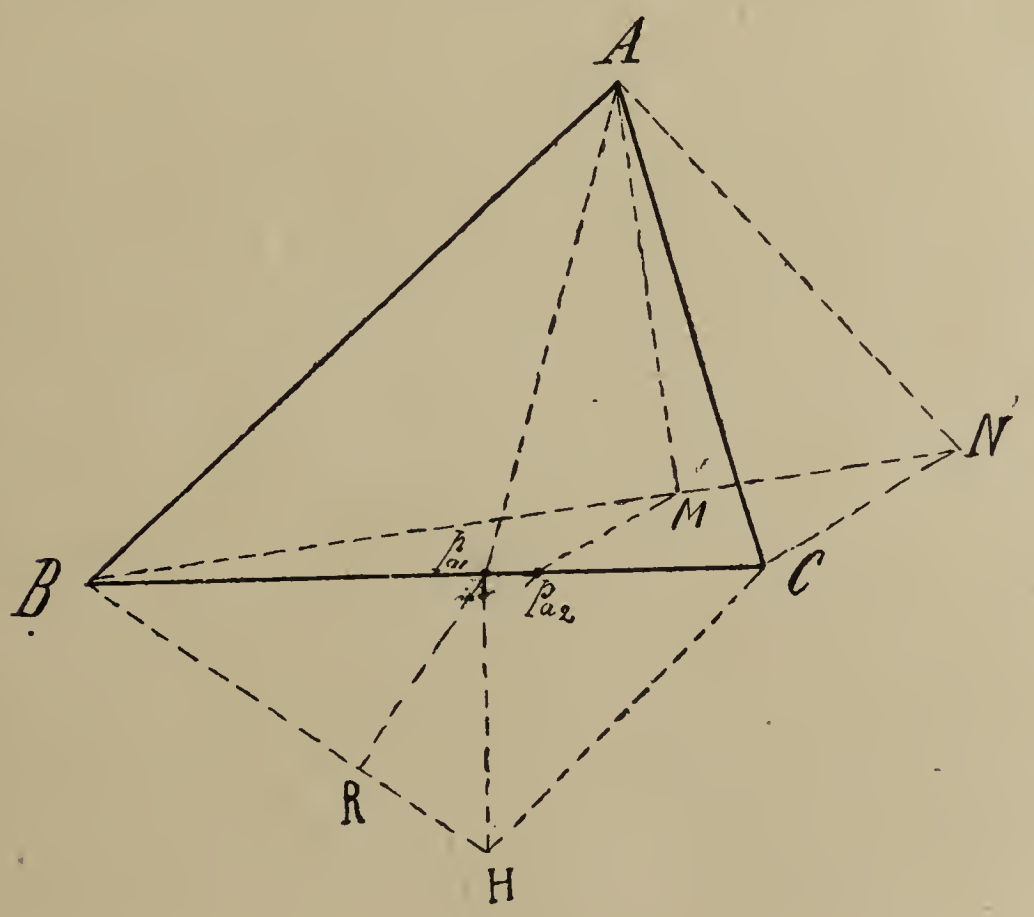


Fig. 1.

II) **Determinazione di P_2; altre costruzioni del punto di Lemoine,** K. — Quando in [λ] si fa $i=2$ si riconosce che i punti p_{a2}, p_{b2}, p_{c2} sono i piedi delle simediane. Ed ecco un procedimento notevole per individuare questi punti, epperciò il punto K:

Sia p_{a1} il piede della bisettrice uscente da A (fig. 1) e conduciamo a $BC = a$ la perpendicolare in p_{a1}, e prendiamo su di essa $p_{a1}H = p_{a1}C$. Si unisca B con H e si tiri da p_{a1} la perpendicolare $p_{a1}R$ a BH. Se si unisce H con C e da R si tira la parallela ad HC, questa parallela incontrerà il lato A nel punto p_{a2}. — In modo identico si costruiscono i punti p_{b2}, p_{c2}. Le rette Ap_{a2}, Bp_{b2}, Cp_{c2} concorrono in K. Si ha, infatti, dal triangolo rettangolo BHp_{a1} :

$$BR : RH = Bp^2_{a1} : Cp^2_{a1} = c^2 : b^2 .$$

Ora si ha $BR : RH = Bp_{a2} : Cp_{a2} = c^2 : b^2$ ond'è che p_{a2} è il piede della simediana uscente da A. Per determinare il punto p_{a2} avremmo potuto procedere in quest'altro modo: Si conduca AN perpendicolare ad AB e si immagini $AN = AC$; si unisca B con N e da A si tiri AM perpendicolare a BN. Abbiamo $BM : MN = c^2 : b^2$. Ora se uniamo C con N e conduciamo da M la parallela a CN, questa parallela passerà per p_{a2}.

III) **Determinazione di P_3.** — Immaginiamo che nel triangolo ABC si sieno determinati coi procedimenti I) e II) e relativamente al lato a, i punti p_{a1}, p_{a2}. Abbiamo visto che

$$Bp_{a1} : Cp_{a1} = c : b \ ; \ Bp_{a2} : Cp_{a2} = c^2 : b^2 .$$

Ne segue

$$\frac{Bp_{a1} . Bp_{a2}}{Cp_{a1} . Cp_{a2}} = \frac{c^3}{b^3} \ . \qquad [x]$$

Ora il primo membro della $[x]$ può scriversi $\frac{R(a)}{R'(a)}$ nella quale i due termini della frazione sono le aree dei due rettangoli che hanno per dimensioni i segmenti che compariscono nei termini corrispondenti della frazione a primo membro di $[x]$. Abbiamo pertanto $\frac{R(a)}{R'(a)} = \frac{c^3}{b^3}$. Generalmente potremmo trasformare questi due rettangoli in altri due $S(a)$, $S'(a)$ che, essendo equivalenti ad $R(a)$, $R'(a)$ rispettivamente, abbiano un lato (base) uguale. Se u, v sono i rimanenti lati di $S(a)$, $S'(a)$ segue $S(a) : S'(a) = u : v$ e per conseguenza $u : v = c^3 : b^3$.

Così otteniamo due segmenti che saranno proporzionali a Bp_{a3}, Cp_{a3} e però questi due ultimi vengono completamente determinati.

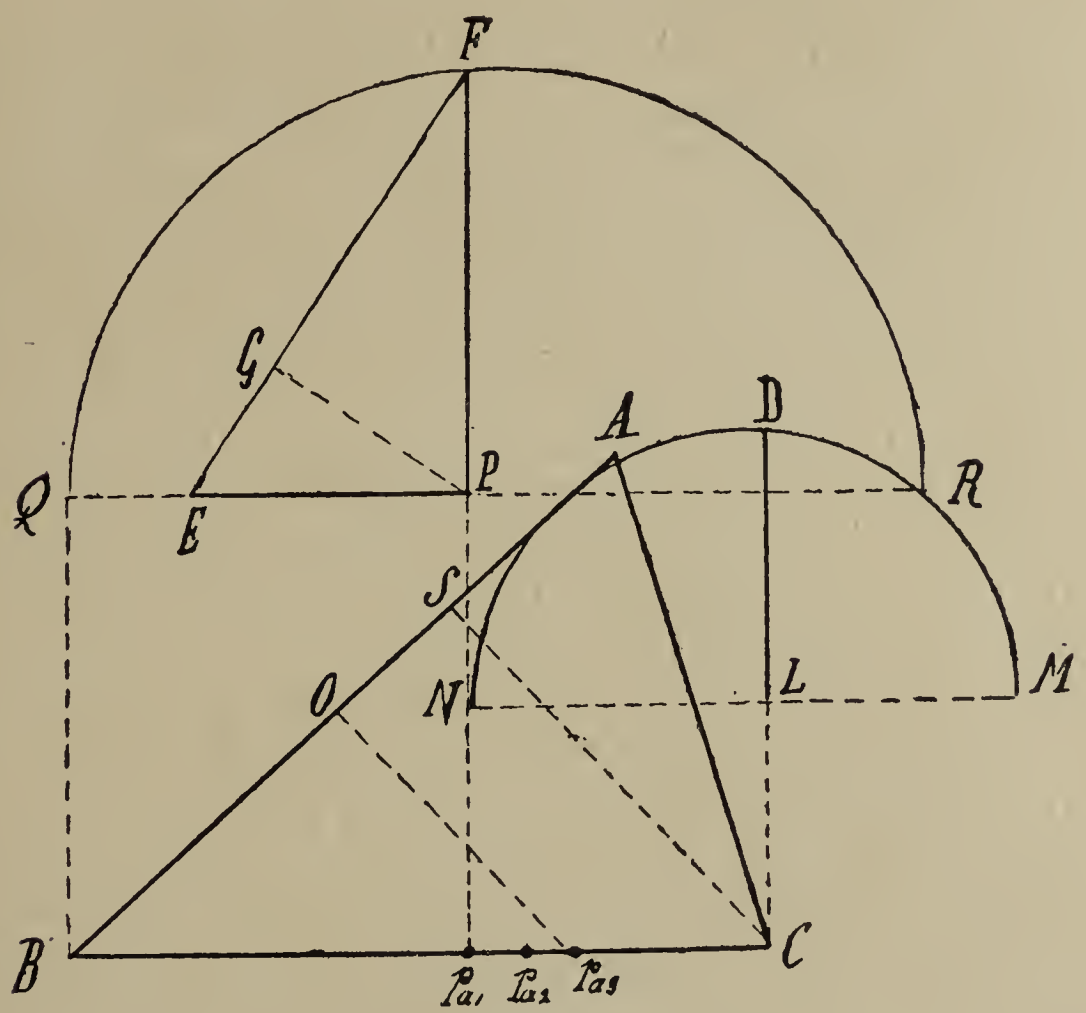


Fig. 2.

La disposizione geometrica che dobbiamo adoperare si differenzia da questo procedimento generico, ma in sostanza risponde al principio in esso contenuto. Ai due rettangoli $R(a)$, $R'(a)$ sostituiremo due quadrati $Q(a)$, $Q'(a)$ rispettivamente equivalenti e poi, se consideriamo il triangolo rettangolo che ha per cateti i lati di questi due quadrati i segmenti in cui l'altezza divide l'ipotenusa di questo triangolo saranno quei tali segmenti u, v. Infatti si avrà

$$u : v = Q(a) : Q'(a) = R(a) : R'(a) = c^3 : b^3.$$

Si tratta poi di dividere a in parti proporzionali ad u, v. Ma ecco la disposizione notevole rispondente al discorso fatto.

Dobbiamo tener presente la $[x]$. Sul segmento Bp_{a1} si co-

struisca il rettangolo $Bp_{a1}PQ$ avente il lato $BQ = Bp_{a2}$ e si immagini prolungato questo lato. Analogamente si costruisca su Cp_{a1} il rettangolo $p_{a1}CLN$ avente il lato $CL = Cp_{a2}$ e lo si immagini prolungato. Dalla semplice ispezione della figura si comprende che PF, LD sono i lati dei quadrati $Q(a)$, $Q'(a)$. Pertanto avendo inteso i procedimenti costruttivi atti alla determinazione di questi due segmenti, si prenda su PQ il segmento $PE = LD$ e si unisca E con F e da P si tiri PG perpendicolare ad FE. Ne segue che i segmenti FG, EG sono quelli denotati con u, v.

Infatti si ha adesso

$$u : v = FG : EG = PF^2 : PE^2 = Q(a) : Q'(a) = R(a) : R'(a) = Bp_{a1}\, Bp_{a2} : Cp_{a1}\, Cp_{a2} = c^3 : b^3.$$

Ora nel triangolo ABC si tratta di dividere il lato $BC = a$ in modo che, detto p_{a3} il punto di divisione, si abbia

$$FG : EG = Bp_{a3} : Cp_{a3}.$$

Ciò si fa subito perchè se sul lato BA si prende $BO = FG$, $OS = EG$ e si unisce C con S la parallela condotta da O ad SC incontrerà il lato $BC = a$ nel piede p_{a3} della trasversale uscente da A e passante pel punto potenziale del terzo ordine P_3.

In conclusione la fig. 2 ci dà molto elegantemente la determinazione di tal piede e se la si ripete convenientemente per gli altri due lati $CA = b$, $AB = c$ del triangolo fondamentale, si hanno i rimanenti piedi p_{b3}, p_{c3} relativi a P_3 e perciò P_3 è determinato. (Bastano, del resto, due soli piedi).

IV) **Potenziale d'ordine** p. — Noi dobbiamo prescindere da idee di graficismo pratico, così che se nel procedimento qui esaminato vediamo complicamenti costruttivi per la determinazione del potenziale di un ordine elevato, vediamo d'altra parte conformità di procedimento, ed il procedimento stesso è forse il più naturale ed acquista un carattere costruttivo elegante in grazia della proprietà sul triangolo rettangolo già esposta. Cominciamo a dare brevemente il procedimento generico per la determinazione del potenziale d'ordine p; poi faremo alcune osservazioni.

Riferendoci al lato BC $= a$, immaginiamo che su di a si trovi il punto p^{a1}, dal quale successivamente si è dedotto il punto p_{a2}, p_{a3}. Si è visto che p_{a3} si è dedotto da p_{a1}, p_{a2} mediante la costruzione della fig. 2; ora, assunto p_{a3} come se fosse p_{a2}, si vede facilmente che il punto p_{a4} può dedursi col medesimo procedimento dai punti p_{a1}, p_{a3}. Generalmente se, così procedendo, si è determinato il punto $p_{a(i-1)}$, noi, con costruzione identica a quella della fig. 2, possiamo dai punti p_{a1}, $p_{a(i-1)}$ dedurre il punto p_{ai}. In conclusione, basandoci sulla costruzione citata, possiamo effettivamente, ove il volessimo, determinare il potenziale d'ordine p.

Osservazioni. *Nella determinazione dei punti* $p_{ai}(i=1,2,3,..,p)$ *non è necessario procedere nella maniera esposta per certi valori dell'indice* i. Intraprendiamo questa ricerca.

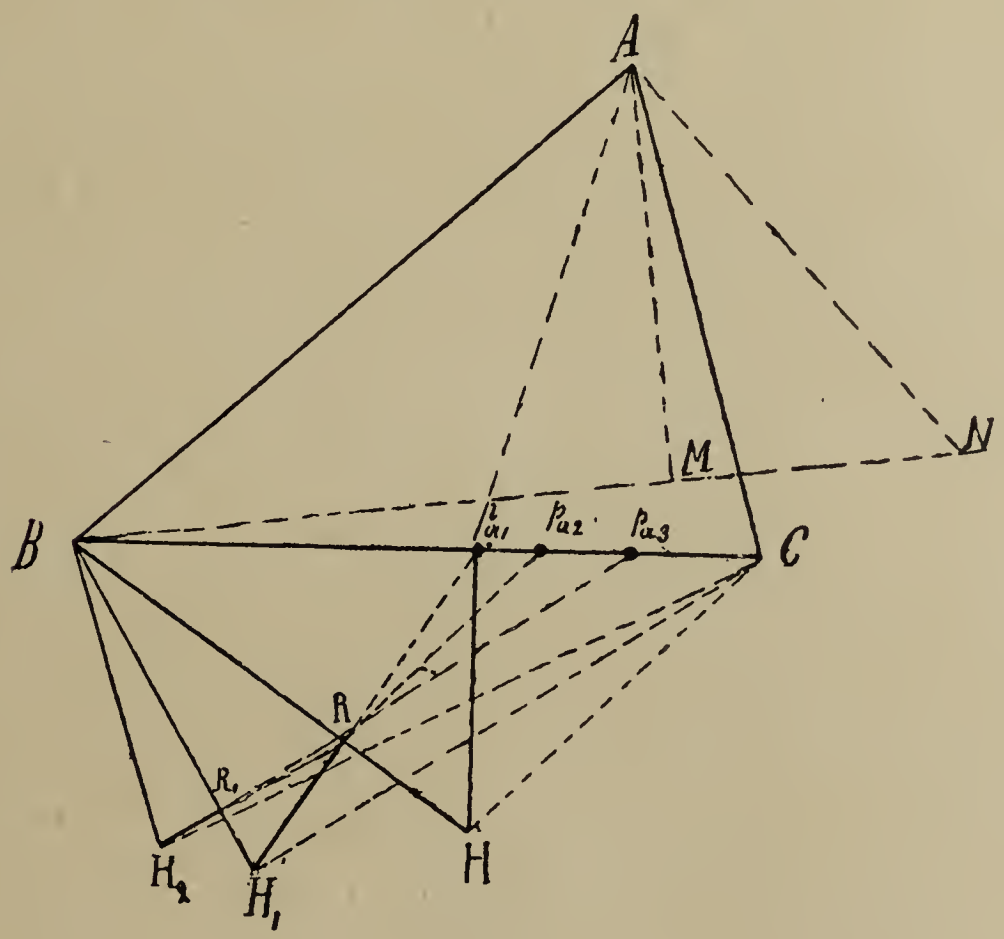


Fig. 3.

Contemplando la fig. 3 si vede che il procedimento eseguito per determinare p_{a2} da p_{a1} è identico a quello della fig. 1. Ora si prolunghi p_{a1}R di $RH_1 = RH$ e da R si tiri la perpendicolare RR_1 a BH_1. Si unisca C con H_1 e da R_1 si tiri la

parallela ad H_1C; questa parallela incontrerà il lato $BC=a$ in un certo punto x. Ma ora abbiamo

$$BR_1 : R_1H_1 = BR^2 : R^2H^2 = Bp^2_{a2} : Cp^2_{a2} = c^4 : b^4$$

e giacchè $BR_1 : R_1H = Bx : Cx$, si vede che x è il punto p_{a4}. Analogamente si prolunghi ora RR_1 di $R_1H_2 = R_1H_1$ e si unisca B con H_2 e da R_1 si tiri R_1R_2 perpendicolare ad BH_2. Si unisca C con H_2 e da R_2 si tiri la parallela ad H_2C. Se x_1 è il punto in cui questa parallela incontra $BC=a$ abbiamo

$$BR_2 : R_2H_2 = Bx_1 : Cx_1.$$

Ma ora è

$$BR_2 : R_2H_2 = BR_1^2 : R_1H_1^2 = BR^4 : RH^4 = Bp^8_{a1} : Cp^8_{a1} = c^8 : b^8,$$

onde x_1 è il punto p_{a8}. Così continuando si vede che questo procedimento notevolissimo ci dà i punti $p_{a2}, p_{a4}, p_{a8}, p_{a16}, \ldots$ e con semplice considerazione si può vedere che affinchè si possa determinare il punto generico p_{a2^n} (e per conseguenza il punto potenziale P_{2^n}), è necessario costruire n triangoli rettangoli a partire da $Bp_{a1}H$, inclusivamente (*).

V) **Il poligono potenziale.** — Immaginiamo che sui lati a, b, c del triangolo ABC si sieno determinati i punti p_{ai}, p_{bi}, p_{ci} in modo che rimangano verificate le $[\lambda]$. Supponiamo, come sempre si può, che $a<b<c$. Le $[\lambda]$ ci dichiarano subito, se si pensa che $\frac{d^m}{g^m} \lessgtr \frac{d^{m+1}}{g^{m+1}}$ secondo che $d \gtrless g$, che al crescere dell'indice i, la successione dei punti potenziali P_i tende ad accostarsi al punto C od, in altri termini, quando i ha un valore grande il punto potenziale P_i è molto prossimo a C e per analogia possiamo dire che il punto C è il punto potenziale d'ordine infinito, P_∞. Vediamo dunque che per $i=1,2,3,\ldots,p$ i corrispondenti punti potenziali $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_p$ si estendono tra l'incentro $P_1=I$ relativo al triangolo fondamentale ed il

---

(*) Il punto p_{a2^n} si può ottenere anche, come mostra la fig, 3, con successive costruzioni di triangoli rettangoli relativi a BAN. Questo procedimento deduce i punti p_{a2^n} ($n=1,2,3,\ldots,p$) senza la preventiva conoscenza di p_{a1}, piede della bisettrice uscente da A.

suo vertice C e la poligonale $P_1 P_2 P_3 \ldots P_p C = I P_2 P_3 \ldots P_p C$ è evidentemente convessa.

Il poligono chiuso convesso $I P_2 P_3 \ldots P_p C I$ lo denominiamo *poligono potenziale d'ordine p direttamente connesso al lriangolo fondamentale* ABC.

Ora dobbiamo fare una osservazione. Ad ogni punto P_i possiamo far corrispondere un secondo punto P'_i ed ecco come. Si considerino i punti p_{ai}, p_{bi}, p_{ci} relativi a P_i. Poi si faccia $B p'_{ai} = C p_{ai}$, $A p'_{bi} = C p_{bi}$, $B p'_{ei} = A p_{ci}$. É chiaro ora che le rette $A p'_{ai}, B p'_{bi}, C p'_{ci}$ s' incontreranno in un punto che chiameremo P'_i. Così procedendo ai punti $P_1 = I, P_2, P_3, \ldots, P_p$ verremo a far corrispondere ordinatamente i punti $P'_1 = I'$, $P'_2, P'_3, \ldots, P'_p$. É poi utile osservare che anche la poligonale $I' P'_2 P'_3 P'_4, \ldots, P'_p$ è convessa e che il punto P'_i al crescere dell'indice i tende al punto A.

Il poligono convesso chiuse $I' P_2' P_3' P_4' \ldots P'_p A I'$ lo chiameremo *poligono potenziale d'ordine p inversamente connesso al triangolo fondamentale.*

Ora notiamo che il baricentro di ABC corrisponde in questa trasformazione a se stesso. Negli intervalli

$$p_{ai}\, p_{a(i+1)}\ ,\ p_{bi}\, p_{b(i+1)}\ ,\ p_{ci}\, p_{c(i+1)}$$

possiamo sempre supporre esistenti i punti x_s, y_s, z_s tali che la terna s'intersechi nel punto E_s, compreso tra P_i e P_{i+1}, e in modo che E_s sia punto potenziale soddisfacente alla relazione seguente, relativa al lato a: $B x_s : C x_s = c^s : b^s$ dove s è un valore intermedio ai due numeri interi i, $i+1$ e se si pensa in variazione continua si può intendere il poligono aperto $I P_2 P_3, \ldots, P_p C$ trasformato in curva, ben inteso quando si faccia variare anche l'indice i e tendere verso l' infinito. Lo stesso dicasi pel poligono inverso trasformato $I' P'_2 P'_3, \ldots, P'_p A$. Poi se si considerano i punti x_s, y_s, z_s negli intervalli $p_{a1}\, m_a$, $p_{b1}\, m_b$, $p_{c1}\, m_c$; si vede che la curva si continuerà sino nel baricentro G del triangolo. Lo stesso dicasi relativamente al poligono trasformato.

In conclusione si può pensare una curva che parta dai punti C, A e attraversando rispettivamente i due ordini di punti univocamente corrispondenti

$$P_p, P_{p-1}, \ldots, P_3, P_2, I\ ;\ P'_p, P'_{p-1}, \ldots, P'_3, P'_2, I'$$

vada a terminare nel baricentro G corrispondente a se stesso' e più generalmente, si può intendere che ad un certo punto X di essa conveniente ci corrisponda un altro punto X' ed in un sol modo, e che i punti X,X' possonsi intendere come punti potenziali d'ordine p, p essendo un numero intero o frazionario (*).

Questa curva godente di queste proprietà e corrispondente ad ogni triangolo, la chiameremo *curva potenziale connessa al triangolo fondamentale.*

Palermo, Maggio 1911.

(*) È ovvio che per i punti della curva compresa tra il baricentr G e i due punti P_1, P'_1 non vale la proprietà di dirsi punti potenziali, perciò abbiamo detto « un certo punto X conveniente ecc. ».

VINCENZO G. CAVALLARO

Sistema di punti potenziali comprendenti i punti di Brocard

Sommario — Sistema di punti potenziali e loro determinazione ricorrente. — Altre notevoli costruzioni sui punti di Brocard. **— Deduzione reciproca tra il potenziale brocardiano e lemoiniano. — Poligoni potenziali e loro reciproca trasformazione.**

Nel mio lavoro « *Sul potenziale d'ordine p* » si è trattato dello studio di un procedimento ricorrente per la determinazione del potenziale d'ordine p; questo sistema di punti potenziali comprende particolarmente l'*incentro* e il *punto di* Lemoine. Qui studieremo un altro sistema di punti potenziali comprendenti particolarmente i *punti di* Brocard ed il metodo di determinazione sarà sempre quello che abbiamo adoperato nel predetto lavoro che, in grazia di una feconda semplice proprietà geometrica, assume forma e carattere rimarchevole. Per conseguenza verremo a dare altre costruzioni rimarchevolissime sui punti di Brocard e poi faremo opportuni e convenevoli considerazioni. E si potrà in conclusione intendere una certa analogia di proprietà sia metriche che grafiche dei punti di Lemoine e di Brocard, proprietà che piú completamente saranno messe in chiaro in altro studio.

Il triangolo che consideriamo sia ABC. Sieno rispettivamente a, b, c le misure dei lati BC, CA, AB e se S_i è un punto del suo piano, indichiamo con s_{ai}, s_{bi}, s_{ci} i punti in cui le rette AS_i , BS_i , CS_i incontrano i lati $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$.

Scriviamo le formule

$$Bs_{ai} : Cs_{ai} = c^i : a^i \; ; \; Cs_{bi} : As_{bi} = a^i : b^i \; ; \; As_{ci} : Bs_{ci} = b^i : c^i \quad [\nu]$$

Se i punti s_{ai}, s_{bi}, s_{ci} giacenti su a, b, c son tali, che per

ogni valore dall'indice i rimangono verificate le [ν], queste formule definiscono un sistema di punti S_i, giacchè, pel teorema di Ceva, le rette $As_{ai}, Bs_{bi}, Cs_{ci}$ sono concorrenti. È questo il sistema di punti potenziali che qui studieremo.

I) **Determinazione di** S_1. — Nelle [ν] si faccia $i=1$, otteniamo, relativamente al lato $BC=a$; $Bs_{a1} : Cs_{a1} = c : a$. Determiniamo il punto s_{a1}. (v. fig. 1).

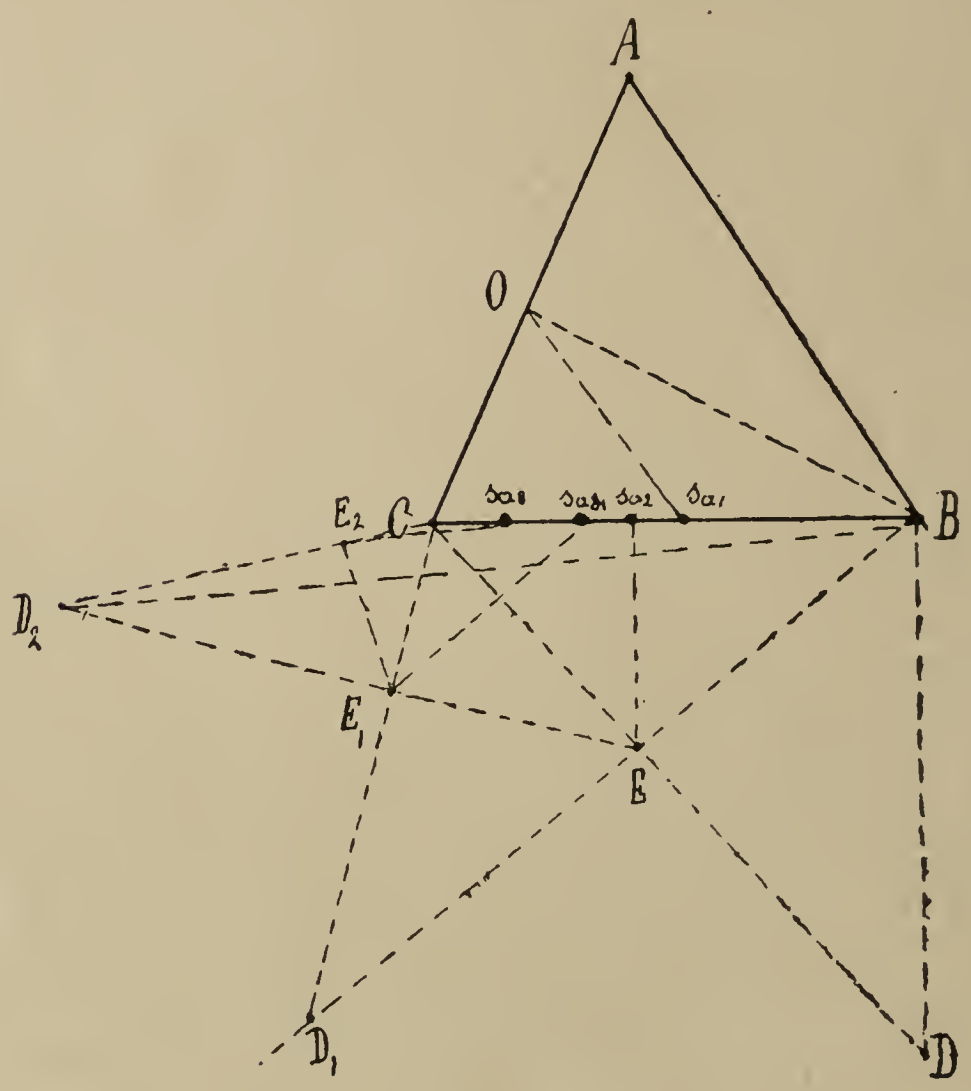


Fig. 1.

Ecco la costruzione notevole. Si tiri la bisettrice dall'angolo in B e sia O il punto d'incontro con AC. Se dal punto O si conduce la parallela ad AB, questa parallela incontrerà $BC=a$ nel punto s_{a1}. Si ha, infatti, $Bs_{a1} : Cs_{a1} = AO : Oc = c : a$. Con identica costruzione si determinano i punti s_{b1}, s_{c1}, relativi agli altri due lati $CA=b, AB=c$. Le rette As_{a1}, Bs_{b1} Cs_{c1} concorrono in S_1. Diremo S_1 *punto potenziale brocardiano*

di primo ordine per differenziarlo dal punto P_1 visto nel citato studio e che possiamo chiamare *punto potenziale lemoiniano di primo ordine*. Identicamente si dovrà intendere la dicitura per S_i , P_i $(i=2,3,\ldots,p)$.

II) **Determinazione di S_2. (Altre costruzioni dei punti di** Brocard).

Premettiamo la proprietà, tanto utile in queste ricerche: « *Il rapporto dei due segmenti in cui l'altezza di un triangolo rettangolo relativa all'ipotenusa divide l'ipotenusa stessa uguaglia il rapporto tra i quadrati dei cateti adiacenti* ». Ciò posto se in $[\nu]$ si fa $i=2$, otteniamo, relativamente al lato $BC=a$: $Bs_{a2} : Cs_{a2} = c^2 : a^2$. Determiniamo il punto s_{a2}. (v. fig. 2).

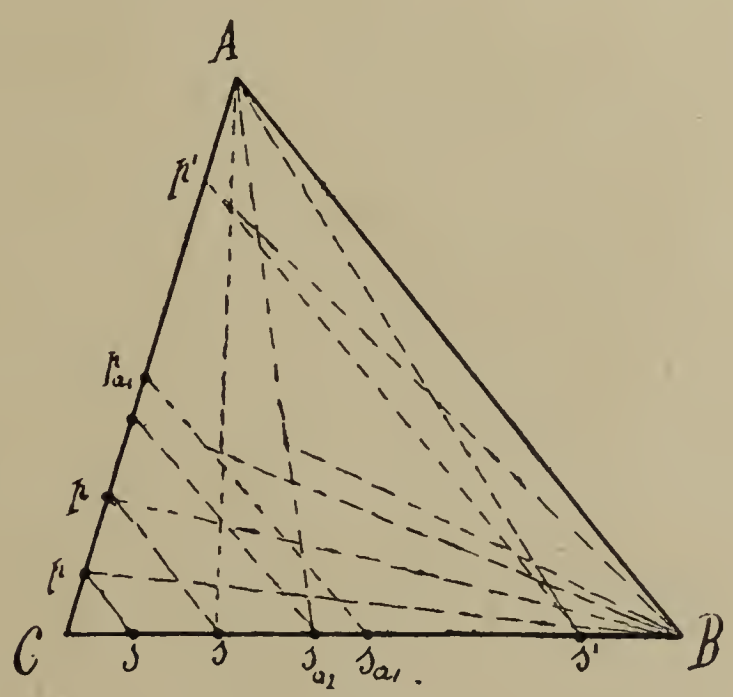


Fig. 2.

Dal vertice B si conduca la perpendicolare a $BC=a$ e si prenda su di essa $BD = BA = c$. Si unisca C con D e da B si tiri perpendicolare BE a CD. La perpendicolare condotta da E a CB incontrerà CB nel punto s_{a2}. Analogamente si determinano i punti s_{b2}, s_{c2}.

Le rette $As_{a2}, Bs_{b2}, Cs_{c2}$ sono concorrenti in S_2. Che pel punto s_{a2} ha luogo l'ultima relazione scritta è quasi superfluo dire. Si ha $DE : EC = c^2 : a^2$ (propr. del triang. rett.), poi è

$$DE : EC = Bs_{a2} : Cs_{a2}, \text{ onde } Bs_{a2} : Cs_{a2} = c^2 : a^2.$$

Osserv. I. — *Il punto* S_2 *è il punto* Ω *di Brocard.* E infatti le rette che escono da A, B, C e passano per Ω incontrano i lati a, b, c nei punti s_{a2}, s_{b2}, s_{c2} per cui hanno luogo le [ν] per $i = 2$. [confr. (Roucké et Camberouse, *Geom.* vol. I pag. 465) che ricava questa proprietà con altre ben diverse considerazioni. Di recente le medesime relazioni furono ritrovate dal Signor Piccioli con considerazioni diverse (conf. *Supplem. al Periodico di Mat.* a. XIV, fasc. IV, 1911). Ora vediamo questo punto Ω come semplice caso particolare nell'insieme dei punti potenziali qui studiato].

Osserv. II. — Se dal vertice B avessimo condotto la simediana relativa al lato opposto $AC = b$ questa avrebbe incontrato AC nel punto che chiamiamo p_{b2} e avremmo avuto $Ap_{b2} : Cp_{b2} = c^2 : a^2$, così che conducendo poi da p_{b2} la parallela ad AB, questa avrebbe passato per s_{a2}. In conclusione questo procedimento deduce S_2 da P_2 cioè il punto Ω di Brocard dal punto K di Lemoine. Il procedimento del resto è generale, come vedremo.

III) **Il potenziale brocardiano S_i dedotto con procedimento ricorrente speciale.**

Il procedimento in discorso è basato sulla proprietà già tante volte detta sul triangolo rettangolo. Si voglia determinare S_3. Riferiamoci al lato a e supponiamo su a noti i punti s_{a1}, s_{a2}; si avrà

$$\frac{Bs_{a1} \cdot Bs_{a2}}{Cs_{a1} \cdot Cs_{a2}} = \frac{C^2}{a^3}.$$

Da questa formula può dedursi il punto s_{a3}. La dimostrazione e il procedimento grafico notevole che dobbiamo seguire è affatto identico a quello dichiarato nel lavoro « *Sul potenziale d'ordine p* » a proposito della determinazione di P_3 e la figura di rappresentazione è la seconda di quel lavoro. Così dunque va determinato S_2 e quando si vuol determinare S_i si determineranno successivamente i punti $S_1, S_2, \ldots, S_{i-1}$ con

successive ripetizioni delle costruzioni esposte in questa figura e finalmente l'ultima costruzione sarà quella che ci darà il punto s_{ai}, relativo al lato a, e sarà la interpretazione notevole della relazione

$$\frac{Bs_{a1} \cdot Bs_{a(i-1)}}{Cs_{a1} \cdot Cs_{a(i-1)}} = \frac{c^i}{a^i} .$$

Non crediamo necessario indugiarci ancora su questo punto. Ma è molto importante fare la seguente considerazione:

Osservazione. — *Nella determinazione del potenziale* S_i *non è necessario procedere nella maniera sopra detta per certi valori dell'indice i.* Consideriamo la figura 1 che ci è servita per determinare S_2. Prolunghiamo BE e prendiamo su questo prolungamento $ED_1 = ED$. Uniamo C con D_1 e da E si tiri EE_1 perpendicolare a CD_1. Indi si unisca B con D_1 e da E_1 si tiri la parallela a BD_1: questa parallela incontrerà $BC = a$ in un certo punto x. Ora si ha $CE_1 : E_1D_1 = CE^2 : ED^2 = a^4 : c^4$ e giacchè $E_1D_1 : E_1C = Bx : Cx$, se ne inferisce $Bx : Cx = c^4 : a^4$. onde $x = s_{a4}$.

E analogamente procedendo scorgeremo, come del resto abbiamo visto nell'altro lavoro, che per determinare il punto s_{a2^n} si richiedono n triangoli rettangoli che hanno il vertice dell'angolo retto nel piede dell'altezza relativa all'ipotenusa del triangolo precedente e che con siffatto procedimento si ottengono soltanto i punti della forma simbolica S_{2^n}.

IV) **Deduzione reciproca tra il potenziale brocardiano e lemoiniano.**

Supponiamo, come sempre si può, che $a < b < c$. Abbiamo visto nell'altro lavoro, tante volte citato qui, che la successione dei punti potenziali lemoiniani P_i tende, al crescere dell'indice i verso il punto C del triangolo. Ciò implica che i punti p_{b1}, p_{b2}, p_{b3},... giacenti sul lato $AC = b$ tendono verso il punto C. Ora si consideri la figura seconda di queto presente studio. Proiettiamo i punti p_{bi} dal vertice B. Su queste proiettanti

staranno i punti P_i $(i = 1, 2, 3, \dots, p)$. Prendiamo a considerare il punto p_{bi}. Si ha:

$Ap_{bi} : Cp_{bi} = c^i : a^i$, ma se da p_{bi} tiriamo la parallela ad $AB = c$ questa parallela incontrerà BC nel punto s_{ai}. Infatti si ha $Bs_{ai} : Cs_{ai} = Ap_{bi} : Cp_{bi} = c^i : a^i$, $(i = 1, 2, 3, \dots, p)$. È evidente il procedimento inverso.

Si conclude che *noto di posizione l' insieme lemoiniano* P_i $(i = 1,2,3,..,p)$ *rimane, col procedimento dichiarato, esteso agli altri due lati, determinato l'insieme brocardiano* S_i $(i = 1,2,3,\dots,p)$ e viceversa. In particolare *I punti di Brocard si deducono facilmente dal punto di Lemoine e viceversa* (*).

V) **Potenziale brocardiano inverso** S'_i . — Sui lati a, b, c del triangolo ABC consideriamo i punti $s'_{ai}, s'_{bi}, s'_{ci}$ tali che sia

$$Bs'_{ai} : Cs'_{ai} = a^i : c^i \; ; \; Cs'_{bi} : As'_{bi} = b^i : a^i \; ; \; As'_{ci} : Bs'_{ci} = c^i : b^i \; .$$

Consideriamo la fig. 2 e prendiamo a partire da A il segmento $Ap'_{bi} = Cp_{bi}$ $(i = 1, 2, 3, \dots, p)$ Sulle proiettanti Bp'_{bi} staranno i punti potenziali lemoiniani inversi P'_i che abbiamo considerato nell' altro lavoro. Si vede che conducendo da p'_{bi} la parallela ad AB questa parallela incontrerà $BC = a$ nel punto s'_{ai}. Si avrà, invero,

$$Ap'_{bi} : Cp'_{bi} = a^i : c^i = Bs'_{ai} : Cs'_{ai} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, p).$$

Insomma si può dedurre il potenziale brocardiano inverso S'_i dal potenziale lemoiniano inverso P'_i . In particolare il *secondo punto di Brocard* Ω' *si deduce dal punto inverso* P'_2 *del punto di Lemoine* $P_2 = K$ *e viceversa.*

(*) Con altro procedimento ben diverso noi abbiamo dedotto i punti di Brocard dal punto di Lemoine (Confr. la mia nota inserita nel *Periodico di Matematica*, a. XXVI, fasc. VI, 1911.

Del resto i punti s'_{ai} si ottengono facilmente prendendo $Cs'_{ai} = Bs_{ai}$ $(i = 1, 2, 3, \dots, p)$.

VI) **Poligoni potenziali e loro deduzione reciproca.** — Supponiamo sempre $a < b < c$. Analizzandole [ν] ci accorgeremo che al crescere dell'indice i i punti potenziali S_i tendono, al pari dei punti potenziali P_i, verso il vertice C e quando avremo fatto variare i da 1 a p otterremo il poligono $S_1 S_2 S_3 \dots S_p C S_1$ il quale è convesso. Noi lo chiamiamo *poligono potenziale brocardiano diretto d'ordine p*. Il suo corrispondente è $P_1 P_2 P_3 \dots P_p C P_1$ cioè il *poligono lemoiniano diretto d'ordine p*. Si è visto al § IV come i due poligoni sieno trasformabili geometricamente l'uno nell'altro. Analogamente considereremo i poligoni inversi. Si è visto che il punto P'_i tende al crescere di i verso il punto A così che il *poligono potenziale lemoiniano inverso* sarà $P'_1 P'_2 P'_3 \dots P'_p A P'_1$. Se ora analiziamo le relazioni del § V, ivi poste per l'individuazione di S'_i, ci accorgeremo che il punto S'_i al crescere dell'indice i tende verso il punto B. Il poligono $S'_1 S'_2 S'_3 \dots S'_p B S'_1$ sarà il *poligono potenziale brocardiano inverso d'ordine p*. I due ultimi poligoni sono trasformabili l'uno nell'altro. Rispetto ai segmenti $C P_1$, $A P'_1$ le due poligonali $P_2 P_3 \dots P_p$, $P'_2 P'_3 \dots P'_p$ sono situate da bande opposte e rispetto ai due segmenti CS_1, BS'_1 le poligonali $S_2 S_3 \dots S_p$, $S'_2 S'_3 \dots S'_p$ giacciono da bande opposte. Le due poligonali $S_2 S_3 \dots S_p$, $P_2 P_3 \dots P_p$ sono da bande opposte rispetto ai segmenti CS_1, CP_1. Il poligono chiuso $C P_p \dots P_3 P_2 P_1 G S_1 S_2 S_3 \dots S_p C$ lo denomineremo *poligono potenziale lemoiniano-brocardiano del triangolo fondamentale*. Il vertice C ed il vertice G, baricentro del triangolo ABC, si diranno i suoi *vertici principali*.

Concludiamo questo studio osservando che le proprietà generali trattate qui e nell'altro studio sul potenziale d'ordine p comprendono particolarmente le note proprietà dei punti di Lemoine e di Brocard e tra tutte le varie trasformazioni geo-

metriche adoperate si scorge un'analogia di procedimento, ed il procedimento, adoperato in questi due argomenti è notevolissimo dal punto di vista geometrico puro e ciò in grazia della feconda proprietà del triangolo rettangolo da noi presa in considerazione per queste ricerche.

Palermo, Maggio 1911.

DOTT. PIETRO DONAZZOLO

Pietro e Giampietro Maoletti di Serravalle di Sesia

Missionari-viaggiatori del sec. XVIII

Contributo alla Storia della Geografia.

PARTE I.

Pietro Maoletti

(1669-1725).

Protetti da un'ambascieria nel 1582 recavansi nell'Impero cinese tre padri gesuiti: dopo poco due venivano richiamati e solo il terzo, il P. M. Ricci di Macerata, uomo di acutissimo ingegno e di svariata dottrina, vi rimaneva per divenire il vero fondatore del Cristianesimo in quelle lontane regioni.

Nel 1585 Gregorio XIII stabiliva che nella Cina e nel Giappone solo i missionari della Compagnia di Gesù vi si potessero recare; Clemente VIII nel 1600 toglieva tale divieto per le provincie cinesi in favore dei padri mendicanti; Paolo V nel 1611 ampliava simile concessione, ed Urbano VIII finalmente nel 1633 lasciava completa libertà di recarvisi a tutti gli Ordini religiosi senza alcuna distinzione. (1).

I Francescani furono senza dubbio quelli che rivaleggiarono maggiormente in zelo coi Gesuiti, ma non s'accordarono. Son note le acerbe lotte suscitate fra i due ordini per l'atteggiamento assunto dal P. Roberto Nobili circa i riti della reli-

(1) Vedi Stor. univ. della Chiesa del Card. G. Hergenröther rifusa da mons. Kirsch e tradotta in italiano dal P. Enrico Rosa S. I. vol. VI pag. 512-515.

gione di Confucio, lotte le quali se riuscirono perniciosissime alla propagazione del Vangelo in mezzo a quelle popolazioni, d'altra parte diedero modo di rivelare agli Europei moltissima parte della vita orientale asiatica, richiamando l'attenzione dei medesimi e suscitando un legittimo senso di curiosità e di ricerca circa la lingua, i costumi, la religione e la natura di quei paesi.

Moltissimi missionari pertanto, o nell'intento di portare un qualche nuovo argomento in sostegno della tesi sostenuta dall'Ordine cui appartenevano, o per obbedire ai loro superiori e confratelli, che, destinati ai conventi d'Europa, desideravano aver notizie dettagliate e sicure pure dell'Asia, inviarono accurate relazioni dei loro viaggi, le quali o furono poste a giacere sconosciute negli scaffalli dei singoli monasteri o negli archivi di Prop. Fide, o andarono perdute. Non sarà quindi opera inutile se io tenterò di mettere in luce alcuna di queste relazioni, come ebbi a fare altre volte (1) nell'intento d'apportare un piccolo contributo alla Storia della Geografia.

Nella Biblioteca Nazionale di Brera si conservano 4 volumi mss. (il I. II. V e IX) di una raccolta in 9 tomi appartenente un tempo al Convento di Sant'Ambrogio ad Nemus di Milano.

Il V. distinto colla segnatura AF. XII. 11 di mm. 290×195, rilegato in cartapecora contiene, fra le altre cose parte manoscritte e parte stampate, la relazione di un viaggio in Cina (2) compiuto da un missionario francescano, certo Gio. Batta, al secolo Pietro Maoletti, di Serravalle. Sul frontispizio di detto ms. leggesi il titolo seguente: *Della Minoritica Riforma di Milano | Cronica Quinta | raccolta e scritta | dal P. F. Benvenuto da Milano | Alunno | della medesima.*

---

(1) Vedi Riv. Geogr. Ital. anno 1911.

(2) « Brieve ragguaglio da Roma sino alla Cina fatto Fr. Giambattista da Seravalle vercellese Sac. Minore Osserv. Rif. della Prov. di Milano destinatovi dalla Santità di Clemente XI; inviato al P. Illuminato da Varallo (di cognome Racchetti) morto nel 1748 e in sua assenza al P. Gaudenzio da Varallo (di cognome Scagliotto) morto nel 1745 sacerdoti della Osservante Rif. Prov. di Milano, che Dio conservi lungamente. In Cina, scritto nella città di Sigan-Fu, metropoli della vastis-

Alla relazione del viaggio, oltre ad alcuni cenni sui principali riti religiosi praticati in Cina riassunti dal volume VIII dall'opera del dottissimo Salmon, edita a Venezia nel 1740, precedono pure alcune notizie circa la vita dei vari missionari di cui parlasi nella Cronica (1).

Sulla fede pertanto del P. Benvenuto da Milano ecco quanto ci viene dato di sapere circa i natali e le vicende del nostro missionario.

Nacque Pietro nel 1669 in Seravalle, diocesi di Varallo, da Giorgio Maoletti e da Margarita Avvondi « persone onorate e comode ». Dotato di pronto ingegno, di felice memoria, di spirito vicace e attivo ben presto si fece apprezzare per quanto voleva. Inviato dal padre, in compagnia di tre suoi fratelli in Vercelli per continuare gli studi elementari cominciati nel paese natio, in breve giunse all'Umanità e Rettorica nelle scuole dei P. P. Gesuiti, occupandosi contemporaneamente nell'apprendimento della lingua francese, della musica istrumentale e della scherma. Giovane « di bell'aspetto, di spirito brioso, come si dice, ed allegro, di tratto manieroso e di costumi piacevolissimi » si cattivò in breve l'animo dei nobili vercellesi e degli ufficiali del Presidio. Fin da piccolo aveva dimostrato inclinazione per lo stato ecclesiastico, onde, tornato a casa, durante le vacanze, preferiva la compagnia dei religiosi e suo unico divertimento era la caccia col fucile. Gentile con tutti era ruvido con le donne, e ciononostante, avendo egli 17 anni

---

sima prov. di Xensi, una delle 15 provincie del grande Impero della Cina, il 18 giugno 1706, regnando Kang-hi, tartaro imperatore, l'anno 45 del suo Impero e del primo imperatore della Cina Fo-hi, sino al dì d'oggi 4686, secondo il parere di molti. » Tale ms. è pure citato nel saggio di Bibliografia San. Francescana del P. Marcellino da Civezza a pag. 569-70.

NB. Rendo qui infinite grazie al *Cav. F. Carta*, Bibliotecario dalla Braidense al quale devo, se ho potuto consultare in Verona, il ms. da cui trassi le presenti notizie.

(1) Copia delle notizie biografiche del P. GB. Maoletti fu inviata nel 1752 dal P. L. Giuseppe Antonio Chiara da Varallo, religioso attento nel raccogliere delle memorie al P. R. Raffaello da Lugagnano che ne lo aveva richiesto.

e, secondo l'uso del paese, prendendo ad entrare nel maneggio degli affari, più d'uno avrebbe desiderato dargli in moglie la figlia, ed alcune madri non solo in ogni modo lo circuivano, ma pur anco invitavanlo a casa. Naturalmente egli non accolse giammai tali inviti.

Tornato a Vercelli per continuare gli studi credette suo dovere avvisare il padre suo della vocazione che maggiormente in lui facevasi sentire. Tosto Giorgio Maoletti mettevasi in relazione con alcuni frati di Varallo, che ogni anno venivano ad abitare in sua casa nel tempo delle vendemie, e s'ebbe avviso di tener pronto il figliuolo. Poco dopo infatti il nostro Pietro subiva l'esame in Milano, e poi veniva diretto al noviziato in Lugano.

Il 3 agosto 1688 vestiva l'abito francescano e mutava il proprio nome in quello di Giovanni Battista col quale lo si trova quindi innanzi sempre nominato.

Compiuto l'anno di prova e fatta la professione, fu mandato a fare gli studi di filosofia sotto il P. Ambrogio Giudici da Biumo, indi quelli di teologia. Ordinato sacerdote, dapprima si diede alla predicazione, indi fu eletto lettore di logica, ma non fece scuola, perchè venne tosto destinato alle missioni.

Il Procuratore generale dei PP. Rifornati in Roma, abbisognando di nuovi missionarii, aveva diramato in quel tempo una lettera circolare ai vari conventi d'Italia invitando quanti si sentivano inclinati a quella vita a farne domanda. Il nostro non se lo fece dire due volte, ed aspettando il momento della partenza credette suo dovere frequentare nel frattempo « l'ospitale maggiore di Milano, per fornirsi di qualche cognizione di medicina e di Chirurgia ».

Giunto a Roma l'anno 1699 vi si trattenne in S. Pietro Montorio, solito soggiorno dei Religiosi destinati alle missioni, sino all'anno 1702 applicandosi quivi allo studio della teologia dogmatica, delle lingue araba ed illirica ed alla pratica della medicina fuori, negli ospedali.

In questo tempo ebbero i superiori il mezzo di conoscerne il coraggio e la cultura, onde credettero bene destinarlo alla Cina, concedendogli in pari tempo la facoltà di scegliersi un compagno. Si indirizzò il nostro dapprima al P. Giuseppe Maria

da Varallo della Prov. di Milano « suo intimo amico e da lui molto amato per le sue qualità » ma, non avendo costui accettato, si rivolse ad un figlio della Prov. Rif. di Napoli, al P. Sebastiano da Zoria, terra situata nell'isola d'Ischia.

In questo mentre giungevagli notizia di forti dissesti finanziari avvenuti nel commercio del padre suo, e riceveva lettere dal fratello Andrea e dagli altri parenti di recarsi in patria per concorrere pur lui a porre un riparo alla disgrazia paterna.

A tutti egli rispondeva che, morto alla patria ed al mondo, altre cose era destinato a compiere, e, conoscendo forse la vera causa di quanto era avvenuto, raccomandava « di negoziare con purità di coscienza per guadagnare il vitto e non per comparire mercantoni (sic) di stima, come si era fatto per lo passato ».

***

Giunto finalmente il tempo della partenza, fatta visita ai cardinali ai generali dei diversi Ordini religiosi ed agli esteri ambasciatori, s'ebbe passaporti e lettere di raccomandazione. Col mezzo del Card. Sacripanti fu introdotto alla presenza di papa Clemente XI, il quale d'accordo col card. Paolucci gli assegnò un canonicato con un introito di 50 scudi annui, gli concesse moltissimi privilegi ecclesiastici, e gli diede la facoltà di vestire l'abito secolare, di cavalcare e di maneggiare danaro.

Il 27 febbraio unitamente al suo compagno il P. Sebastiano si mosse alla volta di Porto, poi di Civitavecchia. Invano di là tentarono di giungere per mare a Livorno: il vento troppo forte, avendolo impedito, li costrinse a scegliere la via di terra. A Monte Fiascone intesero che l'abate Sarti « nobil cherico cremonese », col quale s'erano accordati di recarsi insieme in Cina, non avendoli visti arivare, aveva preso da solo l'imbarco per Cipro ed Aleppo, e che altri vascelli non sarebbero salpati insino a Pasqua. Per questo rallentarono nel loro cammino: a Pisa visitarono il Granduca dal quale s'ebbero « l'imbarco fino in Levante », come a Firenze prima avevano reso omaggio al figlio di lui. Il 5 maggio furono in Livorno, ove fatte alcune

provviste di libri, paramenti e simili cose, s' imbarcarono sulla « Bella Giuditta » del cap. Ghego Provenzale.

Il viaggio insino a Smirne nulla presenta di particolare, tranne due forti tempeste e l'incontro presso Negroponte di 6 vascelli da guerra veneziani, che avevano servito di scorta a tre navi cariche di mercanzie.

La città di Smirne apparve in lontananza al P. Maoletti un maestoso teatro; ma quando vi sbarcò e potè passeggiare per le vie, cambiò tosto di parere. Poche case erano fabbricate di legno, coperte di tavole o mattoni cotti al sole ed incrostati di calce; la maggior parte si presentavano fatte di creta. Le contrade erano sporche e strette, tranne quelle del quartiere franco o cristiano, che formava la parte più bella della città. Ripreso il mare, passò in vista di Troia, vide i Dardanelli nuovi e vecchi, ed in quest'ultimi dei cannoni di tale grandezza « che senza iperbole vi poteva comodamente entrare un uomo di grossa corporatura »; ammirò da lungi Gallipoli ed Eraclea e, solcato il mar di Marmara, così detto per un'isola esistente nel mezzo da cui si traevano preziosi marmi, il 14 giugno entrò nel porto di Costantinopoli, recandosi ad alloggiare col suo compagno nel convento francescano di Pera.

Di qui solo veramente comincia la relazione del viaggio quale ci fu narrato dal P. GB. Maoletti.

Nella metropoli turca rimase tre mesi, quando un editto imperiale, avendo proibito a qualsiasi religioso latino di metter piede entro la Turchia, gli ambasciatori di Francia e Venezia lo consigliarono di prendere la via del ritorno alla prima occasione. Per caso, essendo venuto colà un ambasciatore persiano, chiese ed ottenne di partire con lui, unitamente al P. Sebastiano, in qualità di medici. Vestitisi pertanto all'armena ed armati di pistola, archibugio e sciabola, s'unirono alla carovana, ed il 28 sett. si mossero da Costantinopoli alla volta di Erivan, « prima città della Persia e capitale dell'Armenia maggiore ».

Nicea (Isnick) e Nicodemia (Ismid o Comidia) furono le prime tappe; il 6 passarono presso le spiaggie di un lago, ed il 7, fatta una salita a piedi di ben 4 ore, giunsero ad una città pure della Bitinia fornita « d'un bagno caldo naturale »

del quale s'approfittò tutta la carovana. Entrati il 15 ottobre nella Paflagonia sostarono a Pompesopolis (1), indi entrarono nel Ponto. « Tutto il paese sin qui era bello e coltivato; ad ogni giorno, scrive il P. Maoletti, avemmo montagne, colline e pianure. A mano sinistra ci stava il Mar Nero, però senza vederlo, ed alla destra la Galazia ». Osmanciù (2) città situata ai piedi d'una collina, sormontata da un'antica fortezza mezzo diroccata, e capitale del regno del Ponto accolse la carovana, indi Tokat (3) di Cappadocia città « grande veramente e mercantile » ed avente fra i suoi abitanti 400 famiglie, israelitiche, che il nostro missionario per aver esse conservato ancora qualche cosa della lingua spagnola, opinò fossero discendenti da quelle cacciate dalla penisola Iberica. In 12 giorni si attreversò la Cappodocia, paese montuoso, poco abitato ed infestato dai ladri; finchè l'8 nov. la carovana entrò in Erzerum per uscirne l'11 successivo alla volta di Erivan. Questa città — egli scrive — « altre volte chiamata Albano » (4) capitale dell'Armenia maggiore, era situata sulle sponde di un grosso fiume, che veniva dalla Georgia verso settentrione: all'occidente aveva confinanti i Colchi e i Mingrelj; all'oriente la Margiana ed il Mar Caspio, ed a mezzogiorno aveva in faccia il famoso ed altissimo monte Ararath ed il regno degli Assirî. Procedendo frattanto l'ambasciatore con troppa fretta e d'altra parte essendo stato più volte bastonato, decise di unirsi ad altra carovana. Lasciata Erivan, il 27 nov., il 12 del mese successivo entrò in Tauris, dopo un viaggio non buono e per il freddo

---

(1) E città mezzo rovinata dettà un tempo anche Soli ed oggi Mezetlu.

(2) Oggi detta Osman-keui, famosa per gli antri, che incavati anticamente nella roccia, decorati di colonne ben proporzionate e belle, servono di abitazioni durante l'inverno e di stalle ed ovili nell'estate.

(3) È Tokat rinomata per le sue fabbriche di batteria da cucina ed altri oggetti di rame, per le stoffe di cotone azzurre e per le seterie; è ancora il centro delle carovane di Smirne, Erzerum, Bagdad e e Costantinopoli. Nei suoi dintorni si produce il vino migliore di tutta l'Anatolia.

(4) Erivan è detta pure Iravan, Irewan, Revandna, ma da nessuno ch'io sappia, venne denominata Albano.

che vi faceva e per il grave male che aveva incolto il P. Sebastiano.

Grande, popolata, mercantile e bella gli apparve la Capitale della Media, ove ebbe modo di fermarsi ben 8 giorni presso due Cappuccini, che vi tenevano una numerosa missione.

Il 20 dic. sempre col suo compagno e per sua disgrazia con tre georgiani si rimise in cammino. Questi ultimi infatti poco prima di giungere in Sultania gli estorsero violentemente il danaro e gli mutarono la cavalcatura ed avrebbero pur anche posto fine a giorni suoi e del P. Sebastiano, se l'insperato ed improvviso apparire d'una compagnia di soldati persiani non avesse impedito di affettuare l'esacrando delitto.

« In tre giornate di sollecito e fangoso andare — frattanto — si condusse ad Ispahan, nel convento dei PP. Carmelitani Scalsi di cui era priore il P. Pietro d'Alcantara di Oleggio (Novara) ». Nella capitale persiana s'indugiò 20 giorni, finchè il 31 gennaio 1703 ripartì per Schiras, visitando nel tragitto le rovine di Persepoli e la campagna di Farsalide, ove si svolse la battaglia tra Dario ed Alessandro il Grande.

Quivi il Sig. Francesco Capezzi da Rimini, ch'era al servizio degli Inglesi lo nominò Calamazzi, cioè capo d'una carovana di vino ch'egli inviava a Bander-Abassi, composti di 183 cariche trasportate da muli, somari e cavalli. Ogni carica aveva due casse contenenti ciascuna 10 fiaschi di vino; altre erano di soli 4 fiaschi grandi di vetro fabbricato in Schiras. Unitisi con altra carovana di Olandesi, le cariche ascesero al numero di 335. Il viaggio riuscì faticosissimo attraverso continue montagne e per istrade orribili. Ogni giorno lamentavi la caduta di qualche animale colla conseguente rottura di qualche fiasco di vino, d'acqua di rosa o di cedro. Il paese era secco, senza fiumi; nelle poche acque e nel terreno rinvenivasi del sale, di cui la Persia era ricchissima, tanto che con un caspeghi, o soldo persiano, se ne compravano 25 libbre; le pianure venivano piantate a palme, e le cisterne, che ogni dì si trovavano lungo il cammino, contenevano dell'acqua imbevibile. Dopo 18 giorni passò per Lar, munita di una buona fortezza, altre volte dei Portoghesi, i cui cannoni stavano nella gran piazza di Ispahan; indi, continuò con una temperatura oltremodo ele-

vata. Ebbe fine questa nuova tappa del suo lungo cammino il 28 di marzo. A Bander-Abassi si divise dal P. Sebastiano, e poco dopo fortemente s'ammalò. Sarebbe certamente perito se gli amici non l'avessero indotto a riprendere il viaggio per Bander-Congo e per Goa, dove giunse in qualità di cappellano del mastro di campo Don Enrico da Figarego, sulla nave « Stella » avente a bordo 500 soldati e 80 pezzi di grossi cannoni la più parte di bronzo.

Quivi il mastro di campo, in omaggio ad una sua promessa gli procurò l'imbarco per Surate ; ma la nuova dell' assedio posto a tal città dagli Olandesi, Inglesi e Francesi con il proposito di bombardarla ed il sequestro avvenuto della nave maomettana, sulla quale doveva salpare, nè ritardarono la partenza.

Intanto verso la fine di dicembre giungeva una piccola inbarcazione francese con su tre ufficiali di quella nazione ed un cappuccino fuggiti da Surate. Da questo apprese l'avvenuta morte di P. Sebastiano e la nuova dell'arrivo in Pondichery d'un grande vescovo italiano.

Intuendo che questi fosse il Patriarca d'Antiochia (1)

---

(1) È questi Mons. Carlo Tommaso Maillard de Tournon, d'origine savoiarda, ma nato in Torino nel 1668, creato Pratriarca d'Antiochia nel 1701, il quale, avendo il P. lazzarista Carlo Maigrot vicario apost. della prov. di Fokien, vietato nel 1693 di usare il nome di Tien e Sciangti (supremo imperatore) per indicare Iddio e di osservare le usanze nazionali in onore di Confucio e degli antenati e mandato nel 1696 a Roma il P. Charnot per giudificare l'atto suo, fu da Clemente XI il 5 dic. 1703 spedito in qualità di delegato per esaminare la cosa sul luogo. Si fermò sul suo viaggio a Pondichery dove, essendo sorto un dissidio tra i missionari per rispetto ai riti malabarici, finì per condannarli tutti (23 giugno 1704); indi proseguì per la Cina ove nel 1705 fu ricevuto da S. M. l'Imperatore. Esaminata la questione, con suo decreto pubblicato in data di Nanking 25 gennaio 1707, proibì quei riti e quei titoli dati a Dio, onde l'Imperatore fu tanto esasperato che le fece imprigionare e dare in custodia ai Portoghesi di Macao. Quivi egli, frattanto creato cardinale, morì nel 1710. L'opera sua fu confermata da un rescritto di papa Clemente XI (9 marzo 1715). Vedi Storia univ. della Chiesa del Card. G. Hergenröther vol. VII pag. 179-183. già citata.

senz'altro, coi tre francesi, uscì incognito da Goa e partì. Dopo 5 giorni giunse a Calicut « città vastissima — dal nostro — non molto ben passeggiata per non ricevere li soliti insulti che facevano agli Europei, essendo gente mezzo nuda, negra e bestiale », indi si recò a Cochin a Cojlan e a Comorin, ove per il vento contrario dovette misurare a piedi la punta posta sotto la giurisdizione del re gentile di Athà. Oltrepassò quindi la peschiera del Sovrano di Madurè, il regno di Marava, quello di Tangeaor, la città di Tutucurin, quella di Negapatan soggetta agli Olandesi, di Trangebar appartenente ai Danesi e sede d'una missione protestante, di Codebur inglese ed altri luoghi che per brevità dice di tralasciare.

Giunto a Pondichery sotto un sole cocentissimo, vi trovò, come s'aspettava; il Patriarca di Antiochia cogli abati di S. Giorgio e Cordè di Mondovì piemontesi, col nizzardo Sig. De May, coi signori Andrea Siciliano e Sabino Mariano napoletano tutti preti destinati alle missioni della Cina, oltre al siciliano abate Tidotti destinato al Giappone. Con questi egli si fermò sino alla sua partenza per le Filippine, avvenuta l'11 luglio successivo, in compagnia di Monsignor Patriarca la cui permanenza colà datava dal 6 nov. 1703.

In questo tempo ebbe il nostro Maoletti occasione di raccogliere notizie circa i paesi dell' India ed annotarle nel suo diario che giornalmente non aveva mai tralasciato di scrivere e che « ridotto in foglio già era grosso quattro dita » benchè non avesse scritto che appena la metà di quanto aveva veduto e provato, essendo la Relazione conservataci dal P. Benvenuto da Milano un piccolo e brevissimo compendio del viaggio durato tre anni e mesi. Ecco la breve descrissione ch'egli ci fa dell' India:

« Le Indie orientali si dividono in tre parti, cioè l'imperio del Gran Mogol, che signoreggia 52 provincie e comincia dal fiume Indo sino al Gange nella provincia di Bengala, la parte occidentale e la parte orientale. Il Gran Mogol (ricchissimo in diamanti e in pietre preziose e con l'entrata annua di 350 milioni) oltre le 52 provincie, ha sotto di se tributarî 18 altri re gentili, essendo il Mogol Maomettano, come la maggior parte degli suoi sudditi. La punta occidentale è quella del

capo Comorin nella quale, oltre buona parte spettante al Mogol, vi sono gli infrascritti Dominanti, cioè:

1° — Il Savigi Gentile, ribelle del Mogol, molto potente e che non paga tributo alcuno;

2° — Il re di Sonda, che paga tributo al Mogol;

3° — Il re di Canara tributario al Mogol;

4° — Gli due piccioli re di Cotta e di Cottati, tributarî al re di Zamarino che s'intitola signore del Sole e della Luna;

5° Il re potentissimo Zamarino, che mantiene sempre in piedi 300.000 soldati, la più parte a cavallo;

6° — Il re di Tanor, tributario di quello di Zamarino;

7° — Il re di Cochin tributario agli Olandesi;

8° — Il re di Purcas tributario agli Olandesi;

9° — Il re di Athà, padrone di tutta la costa di Travancor sin al capo Comorin, tributario del Zamarino;

10° — Il re di Madurè, padrone della Pescheria (Presso il capo di Comorin e di Iacancures vi si pescano le più belle perle del mondo, dalla qual pesca il naico o re di Madurè trae una gran rendita) tributario del Mogol;

11° — Il re di Marava tributario del Mogol;

12° — I re di Tangeaor tributario del Savigi, con il quale confina in terra ferma.

Vi sono di più gli Olandesi, che fra gli Europei sono i più potenti essendo quasi padroni di tutta la spiaggia e luoghi di Cochin sino a Negapatan, senza parlar dell'isola Ceylan, della quale si sono fatti quasi padroni, almeno di tutto il circuito della spiaggia. I Portoghesi sono molto inferiori agli Olendesi, non essendo padroni che di dieci città e della costa o spiaggia che comincia dalla punta di Diu insino a Goa.

Gli Inglesi hanno Bombajn, Angenga, Cocabur e Madraspatan città e fortezza; altra fortezza pure in Bengala ed altre residenze nelle isole di Sumatra, Caecut, Surate e Cambaja, ma questa oggidì è distrutta.

I quarti in ordine sono i Francesi, li quali non hanno che la città di Pondichery col poco ristretto d'una giornata di cammino, una piccola fortezza in Bengala, ed altre povere Residenze in Surate e Calecut e l'isola detta Mascaregna ed una casa in Canton di Cina.

Ai Danesi non appartiene che la migliore città e fortezza di Trandubar. Il loro governatore rispetta la libertà dei cattolici, molto più di quello inglese ed olandese. Gli Armeni mercanti non hanno città, nè fortezze, hanno però molte navi e fanno contratti grossissimi.

La punta orientale è quella parte di là del golfo di Bengala insino al Regno di Siam e contiene i seguenti Re:

1. Il re di Arracan gentile e potente. Qui si comprano i rubini; 2. Il re di Queda, gentile; 3. Il re di Pera gentile; 4. Il re di Pegù gentile e potente (1); 5. Il re di Malacca tributario agli Olandesi che son padroni della città; 6. Il re di Thor gentile; 7. Il re di Paan; 8. Il re di Patare; 9. Il re delle Nicobar divise in più Dominii gentili; 10. La famosa isola di Sumatra abbondantissima in oro ed elefanti è tenuta da molti l'Ophir della Sacra Scrittura; 11. L'Isola di Timor, quasi tutta de' Portoghesi, dove stà il Vescovo di Malacca con altri missionari domenicani; 12. La Giava Maggiore, nella quale vi sta la città di Batavia emporio degli Olandesi; 13. La Giava Minore, la Ternate con le altre Molucche ed altre moltissime isole chiamate con un sol nome, arcipelago di S. Lazaro.

Tutto questo paese da questa parte, quantunque sia compreso sotto il nome d'India Orientale, è detto però Terra de' Malai

Ho detto questo poco per dare qualche notizia di tutta l'India Orientale. Di poi viene il regno di Siam, quello di Chiampa, di Camboia, di Cocincina, del Tumquim, la Cina, l'isola di Borneo ed altre con le Filippine, che per brevità tralascio.

In tutti li Dominî nominati ci sono missionari di diverse religioni e preti indiani. Ma torniamo al nostro viaggio perchè vedo che la carta mi va mancando in descrizioni, per cui ci vorrebbero risme intiere per farle daddovero ».

---

(1) Nota il P. Benvenuto da Milano che pur l'immensa quantità d'oro che si ritraeva dalle miniere del Pegù « molti conghietturarono esser esso l'antica Ophir di Salomon ».

***

Dopo 5 mesi di permanenza in Pondichry in compagnia di Mons. Patriarca (1) partì per le Filippine (2). Lasciata a man destra l'isola di Ceylan il 25 luglio vide da lungi la grande isola di Sumatra, in quella parte ch'era posseduta del Re Achem-Pedir; e, continuando, il gruppo di Tenasserim.

Giunti a Malacca il 20 aprile, vi si fermarono 6 giorni, durante i quali furono regalati dai cattolici di moltissimi frutti ed erbaggi, indi proseguirono avvistando Pietrabianca e Cocincina e scampando miracolosamente ad una tempesta scatenatasi il 18 agosto. Il 21 sett. entrarono nel porto di Manilla per la bocca più stretta di Mirabelle e diedero fondo a Cavite, 2 miglia distante dalla città, metropoli di tutte le Filippine.

Era questa soggetta al re di Spagna; in essa avean sede l'Arcivescovo, il Governatore e buon numero di soldati, alloggiati dietro numerose e temute fortezze. Sei Ordini religiosi vi avevano alzate lor case, mentre non difettava il clero secolare.

Dopo un inutile tentativo di partenza, ripigliò il mare il 13 marzo 1705 e dopo 25 giorni di prospero viaggio sbarcò a a Macao, da cui l'imperatore della Cina ricavava ogni anno 1500000 libbre per il diritto di trasporto.

Di qui si recò poscia a Macao, a Quangeheu a Nanking e finalmente a Sigan-fu, di dove scrisse la relazione conservataci da P. Benvenuto (3).

---

(1) Del Tournon abbiamo stesa in Italiano una scrittura pubblicata a Roma sotto il seguente titolo: Relazione del Viaggio dell'Isola di Tenariff nelle Canarie fino a Pondioceri sulla Costa di Coromandel di Mons. Carlo Tomaso Maillard de Tournon, patriarca d'Antiochia e Visitatore apostolico con le facoltà di Legato a Latere ai Regni della Cina e dell'Indie Orientali (dedicato a Clemente XI pag. 67).

(2) P. Benvenuto erra dicendo che furono conquistate da Filippo II di Spagna. Scoperte da Magellano nel 1520, gli Spagnoli vi si stabilirono senza lotta nel 1564; solo nel 1639 intimoriti dal numero sempre crescente dei Cinesi, che venivano ad abitare queste isole, presero pretesto per intimare loro guerra, si che gli uccisero quasi tutti.

(3) In fine di questa relazione leggesi il seguente specchietto, il

***

Appresa la lingua cinese (1) e ritornato certo P. Antonio dicise di fare un viaggio di 20 giornate per incontrare e riverire l'imperatore Kang-Hy ed ottenerne l'Imperial diploma, col quale solo potevasi rimanere in Cina ed esercitarvi il proprio ufficio.

Ebbe esito felice la sua andata, onde tranquillamente potè compiere la sua missione in quelle regioni, tanto da richiamare la benevola attenzione del prefetto di Propaganda Card. Giuseppe Sacripanti e di S. S. il Papa Clemente XI.

---

quale annotando le diverse distanze fra una tappa e l'altra credo non inutile qui riferire: Compendio di tutto il viaggio:

Da Livorno a Costantinopoli	per	terra	miglia	2209
Da Costantinopoli ad Erivan	»	»	»	1290
Da Erivan a Tauris	»	»	»	196
Da Tauris ad Ispahan	»	»	»	549
Da Ispahan a Schiras	»	»	»	347
Da Schiras a Bander-Abassi	»	»	»	368
Da Bander-Abassi a Bander-Congo	»	»	»	149
Da Bander-Congo a Goa	per	mare	»	1285
Da Goa a Calecut	»	»	»	226
Da Calecut a Cochin per mare e per fiume			»	95
Da Cochin a Coilan	»	per fiume	»	79
Ca Coilan a Capo Comorin per mare			»	100
Da Capo Comorin a Manapar	per	terra	»	56
Da Manapar a Tutucurin	»	»	»	36
Tutucurin a Pariapatan	»	»	»	89
Pariapatan a Tondi	»	»	»	58
Da Tondi ad Adriapatan	»	»	»	75
Da Adriapatan a Negapatan	»	»	»	49
Da Negapatan a Trangebar	»	»	»	25
Da Tramgebar a Pondichery sopra tre legni legati insieme, curiosa barca chiamata Casimarone tutto bagnato in 24 per mare			»	60
Da Pondichery a Malacca	»	»	»	1320
Da Malacca a Manilla	»	»	»	1700
Da Manilla a Macao	»	»	»	750
Da Macao a Canton per un fiume in tre giornate			»	95

(1) Più tardi si dedicò pure allo studio della lingua tartara e della tibetana.

Gli anni insino al 14 marzo 1725 in cui morì, passati in mezzo a quei popoli, furono da lui impiegati con zelo ed amore non comuni nell'esplicazione della sua missione ed è lecito supporre che un uomo tanto intelligente ed attivo abbia in avvenire dato relazione minuta di quanto in quegli anni poteva aver veduto, nelle varie lettere che tratto tratto inviava o per ragioni di ufficio o per altre ragioni a Propaganda, a Superiori o agli amici.

La sua morte avvenne per apoplessia, mentre recavasi a Canton, dove fu portato cadavere dal servo affezionato che l'accompagnava. Sepolto dapprima nel cimitero comune, gli venne poscia eretto uno speciale sepolcro dove il suo corpo fu trasportato e coperto con una pietra nella quale si legge il seguente epitafio.

D. O. M.
Hic jacet P. Io. Bapta a Serravalle
Pedamontanus Dioëcesis Vercellensis
Religionis Profesus Fratrum Minorum strictioris observantiae
et Missionarius Apostolicus
S. Congregationis de Propaganda Fide
qui anno 1705 hanc sinensem missionem ingressus
per plures annos egregiam navavit operam
In Provincia Xensì ad partem occidentalem
plerasque extruens Eclesias
et suas apostolicas excursiones
etiam ultra magnum numerum extendens
cum maximo animarum fructu
anno 1722 Administratoris Apostolici
Provinciae Huquang Dignitate decoratus (1)
ad eam Provinciam se contulit
ubi magnis et non interruptis laboribus circumbens
supremum diem obiit
aetatis suae annorum 56
et nostrae salutis 1725
die 14 Januarii
atque eodem anno die 25 Julii
fuit hoc tumulo conditus

(1) Fu creato provinciale di Huquang dal patriarca dall'Alessandria Giov. Ambrogio Mezzabarba, nuovo legato pontificio, il quale, giunto alle corte di Pechino, s'ebbe accoglienza fredda ed offensiva, per qnanto facesse alcune concessioni, revocate poi da Benedetto XIV che volle al tutto terminata la controversia dei riti.

Giunta in Italia la nuova della morte del P. GB. Maoletti la S. Congr. di Prop. Fede fece insieme colle condoglianze grandi encomî del suo modo di agire nelle missioni; i Religiosi della sua Provincia l'appresero con immenso dolore, i congiunti ed i conoscenti sparsero amare lagrime ed il fratello Pierantonio fece fare nella Chiesa di Seravalle un magnifico funerale con intervento del clero delle pievi vicine e dei francescani di Varallo, leggendone l'elogio funebre il P. Francesco Camosso (da Varallo) « religioso molto letterato ».

PARTE II.

Giampietro Maoletti

(1716-1761).

Sulle orme dello zio corse pure volontariamente non solo, ma con grande zelo, il più giovane dei quattro figli di Pierantonio fratello del nostro missionario-viaggiatore di cui discorremmo nella prima parte. Nato questi il 7-2-1716 s'ebbe al fonte battesimale il nome di Giampietro; fin da piccolo mostrò inclinazione allo stato religioso, onde il 17 maggio 1735 in San Bernardino sopra il Lago Maggiore, vestì l'abito francescano mutando il proprio nome, forse in ricordo dello zio, in quello di Giovanni Battista. Compiuti gli studî di umanità e rettorica ebbe per lettor di filosofia il P. Antonio Maria Balzaretti da Piranica e con plauso ne sostenne pubblicamente la tesi nel convento di Codogno. Terminata la teologia chiese di andare a Roma e poi « per l'onorata ricordanza dello zio » ottenne d'essere destinato alla Cina. Partì da Roma il 29 sett. 1743, ed imbarcatosi nel Porto d'Oriente della Brettagna minore, giunse a Macao nell'agosto dell'anno successivo, e nel maggio del 1745 pose piede nella provincia di Xensì. Poco dopo (1747) un editto dell'imperatore Kienlong (1735-1799) metteva al bando tutti i missionari (1). Il nostro si salvò rifugiandosi dapprima in una

(1) Cinque domenicani, tra cui un vescovo, furono trucidati nella provincia di Fockien nel 1747 e tre gesuiti nell'anno succesivo. Dovunque poi i cristiani erano lasciati in balia dei feroci mandarini ed esclusi da ogni diritto. (V. Hergeröther op. cit. pag. 180).

caverna tra i monti, indi con un viaggio di ben 56 giorni recandosi in Tartaria, ove giunse l'8 luglio 1749, mentre nevicava e donde indirizzò una lunga lettera al P. M. A. Pasquale Frascone da Varese contenente una pregevole descrizione di quelle contrade che noi qui sotto crediamo bene di riprodurre nella sua integrità, sulla scorta del P. Benvenuto da Milano. Cessata la persecuzione tornò il nostro missionario al campo del suo lavoro, venendo in seguito inalzato alle cariche di Pro-vicario e di Vicario apostolico e finalmente da papa Clemente XIII elevato alla dignità vescovile col titolo di Magida; ma mentre nel 1761 recavasi a farsi consacrare a Tonkin improvvisamente moriva.

Eccone la suaccennata descrizione: « Già suppongo che la V. P. M. R. saprà essere la Gran Tartaria divisa in 48 Regni, tre dei quali io personalmente ho scorsi per lungo: il primo dei quali confina con la Cina e chiamasi il Regno di Te-li-puen-Keu-Keu: il secondo chiamasi Hac-eur-Jung, il terzo poi Ka-la-tan: in tutti e tre ed in tutti gli altri a causa del grandissimo freddo non si semina granaglie d'alcuna sorte; in tutta la Tartaria non vi è una casa, abitando tutti ne' padiglioni d'ogni tempo; non vi é nè argento, nè oro, nè altro metallo, non si vede un albero, non vi è osteria, nè si dà ricovero ad alcuno, così che chi non porta il suo padiglione potrebbe morire su d'una strada. Il loro mangiare consiste tutto in carnami abrustoliti sopra un poco di sterco secco ed acceso o di vacca o di cammello, non essendoci colà legna a causa del gran freddo. La loro bevanda è latte indifferentemente di qualsiasi bestia; il più cattivo di tutti è il latte di cammella, che per la gran puzza leva il respiro ad un povero uomo, a quelli però che non sono assuefatti. Mangiando non hanno istromenti; tutto si fa colle mani, ed essendo quella carne ancor grondante di sangue, e le mani e li abiti tutti restano insanguinati Li passeggieri poi per avere li bisogni al proprio sostentamento è necessario avere scarpe, tela, filo, seta, panno, stivali e simili cose, quali si commutano in agnelli, vacche, cavalli ed altro bestiame e di questo si mangia, e con uno o due palmi di tela si piglia un buon castrato e, questo finito, si piglia qualch'altra cosa; con un paio di stivali ho avuto un buon cavallo; il be-

stiame qui non ha valore per la grandissima quantità che, se corresse l'argento, credo che con otto o dieci Paoli al più si avrebbe un buon cavallo e forte.

Tigri, pantere, orsi, lupi cervieri da ogni parte se ne vedono e tuttochè non facciano molta strage di passeggieri, avendo sufficiente pascolo di selvàtici ed armenti tartari; tuttavia però è necessario essere ben armato, sì per difendersi da questi, come anche dai ladri, mentre che quando li Tartari vedono forestieri che hanno roba da commutare osservano dove piantano il padiglione e di notte l'assalgono. Li Tartari non hanno luogo fisso, ma vanno or qua or là coi loro armenti ove ritrovano pascolo. Sono supestiziosissimi, così che volendo abbeverare i loro armenti, prima d'abbeverargli spargono della stessa acqua *a quatuor ventis* facendo quattro adorazioni, e con questo s'intendono di pregare, come essi dicono, lo spirito delle acque che s'accontenti che i loro armenti bevano, e bevendo questi pregano lo spirito, che non li faccia male l'acqua; abbeverati poi fanno le stesse superstizioni di prima, ringraziandolo, e questo è indispensabile. Universalmente adorano un Idolo chiamato Fo e li sacerdoti di questo chiamano Lama, gente succida (sic), e pure tanto stimata tra loro; vanno questi da padiglione in padiglione recitando queste sole parole, cioè: *Mi-Tao-Fo*, che significano: *Ti raccomando allo spirito di Fo*; e tutti li Tartari subito s'inginocchiano ed essi con la destra gli toccano sopra il capo e s'intende un onore immortale; dopo poi sono padroni e degli armenti e delle mogli loro, anzi avendolo per onore, che le mogli loro siano state santificate, come essi dicono, dal loro Lama; insomma è la nazione più porca (sic) di quante ne ho praticate. Sopra il tutto però che mi fece grande stupore è che in Tartaria è legge indispensabile, che, morendo il padre, il figlio deve sposar la madre, il padre la figlia, il fratello la sorella; insomma essendovi femmine in casa non si deve andar altrove a ricercarle. Non bastando poi quelle di casa è loro lecito ricercarla altrove e questo dicono esser legge del loro idolo Fo. Questo però puol passare: il più si è che quando si ritrovasse una famiglia tanto povera che non abbia sufficienza d'armenti per mantenere almeno una moglie per uno, se la madre è ancor viva, essa diviene la moglie di loro e del loro

padre; se poi è morta, tutti assieme ne pigliano una: appunto fanno come li cani. Il che da me inteso, volli assolutamente partire da quello sporchissimo paese e ritornarmene a tutto costo in Cina, e vedere se dopo la mia assenza di due anni, fosse alquanto cessata la fiera persecuzione, e li 15 di luglio 1751 corrente giunsi nella città di Ping-Iao-Hien e mi ricovrai nella piccola casa del M. R. L. Odoardo d'Olate, mio carissimo compagno di viaggio da Roma sin qui, da cui mi fu consegnata la stim.ª di V. P. M. R. del 22 marzo 1746, così che non resterà la medesima scandolezzata di me, se prima d'adesso non gli ho risposto, come anche il P. Mariano da Viggiù ».

Continua la lettera ancora parlando d'altre cose, e fra altre promette di scrivere ogni anno al P. Pasquale inviandogli notizie di quei paesi.

La lettera è datata da Xensì in Cina col 19 agosto 1751.

RASSEGNA DI MATEMATICA

Fra libri e riviste

É apparsa poco tempo addietro a cura dell' Università di Cambridge una nuova traduzione del testo originale dei primi tredici libri degli *Elementi* di Euclide, accompagnata da una dotta introduzione e numerosi commenti. Ne è autore il prof. *T. L. Heath*, e di essa darò notizia in uno dei prossimi fascicoli. Il risveglio euclideo in Inghilterra ha assunto da alcuni anni in qua uno sviluppo molto grande, e gli *Elementi* del grande filosofo greco si sono già imposti nell' insegnamento ufficiale, come già avvenne in altre nazioni. Anche fra noi la letteratura euclidea abbraccia un numero incredibile di volumi e di opuscoli: basterebbe consultare il *Saggio di una Bibliografia euclidea* del *Riccardi* per persuadersene. Inoltre, molti tentativi si son fatti nell' insegnamento per sostituire altre geometrie ai classici *Elementi*, geometrie forse abbastanza logiche e scientificamente sufficienti, ma che si sono dimostrate didatticamente inadatte, tanto che, dopo l' esperimento di uno o più anni la maggior parte degli insegnanti ritornano ancora al testo euclideo.

Nè l' ardore che ha animato gli studiosi nello studio della geometria e dei suoi fondamenti è oggi diminuito. Lavori magistrali sono stati pubblicati da egregi autori; memorie numerose continuano ad essere inserite fra le pubblicazioni delle diverse Accademie. Altre modestamente sono pubblicate direttamente dai loro autori, forse perchè l' attesa di una pubblicazione, chiamiamola pur ufficiale, stanca più del rifiuto. Fra questi è un opuscolo gentilmente inviatomi dal *Dott. Alessandro Suini* ed il cui titolo è « *La confutazione della geometria non euclidea e la teoria naturale delle parallele* » (Piacenza, V. Porta, 1911). A dir vero l' A. non confuta per nulla la geometria non euclidea, giacchè non la nomina che quasi incidentalmente nelle ultime pagine, ma si limita a tentare di mostrare, con ragionamento forse poco rigoroso, come il celebre postulato eucli-

deo possa esser nato spontaneo e qual logica conseguenza di una serie di proposizioni che Euclide non esprime, ma che secondo l'A. deve aver possedute e volontariamente taciute. Egli afferma di non capire come questa questione così semplice abbia potuto sollevare tante discussioni, essendone la soluzione evidente. Semplice ed evidente? Mi permetta l'egregio A. di ricordargli che è quasi dal tempo stesso di Euclide che le discussioni e le critiche hanno avuto principio, da *Proclo*, il celebre commentatore degli *Elementi*, e che ad esse s'interessarono i più grandi matematici e filosofi. I nomi di questi illustri critici e commentatori potrebbero riunirsi in tre gruppi:

1°. di coloro che tentarono di sostituire alla definizione euclidea di parallele una nuova definizione. Fra i più notevoli tentativi in questo senso è quello di *Desargues* (1639): « *due parallele sono rette aventi un punto a distanza infinita* (punto figurato) », a ragione criticato dal *Borelli* (1658) che mostrò come ciò equivalga al « *non aver punto comune* » di *Euclide*, e proponendo invece l'altra definizione: « *due parallele sono sette complanari aventi una perpendicolare comune* »;

2°. di coloro che vollero sostituire al postulato euclideo un diverso postulato. Costoro avevano rimarcato, come già l'aveva rimarcato *Proclo*, che questo postulato delle parallele non ha relazione colle 28 prime proposizioni degli *Elementi*, e quando infine si deve ricorrere ad esso, appare quale proposizione reciproca della 17ª, il che proverebbe, osserva il *Lambert*, che tale postulato potrebbe essere una proposizione dimostrabile. Fra i più notevoli tentativi in questo senso è quello di *W. Ludlam*, che nei suoi « *Rudimenti di matematica* » dice,

« *il 12° assioma non è un vero assioma, e ad esso possiamo sostituire quest' altra proposizione più semplice:*

assioma: *Due rette che si segano in un punto non possono essere entrambe parallele ad una stessa retta* ».

Vi sono poi i tentativi

di *Wallis*: « si può tracciare un triangolo grande quanto si vuole, simile ad un triangolo dato »;

di *Saccheri*: esiste un triangolo nel quale la somma degli angoli è eguale a due retti;

di *Bolyai*: « tre punti qualunque sono o collineari, o conciclici »;

e di tanti e tanti altri che non è possibile qui ricordare;

3°. di coloro che tentarono di dedurre il postulato euclideo da altri postulati. Notevole anche fra questi è il tentativo del *Padre Saccheri* già ricordato che cercò una dimostrazione indiretta del postulato. Il russo *Lobatchewski* poi sostituì al postulato euclideo quest' altro:

« *Tutte le rette che, in un piano, partono quali raggi da uno stesso punto, possono, relativamente ad una data retta di quel piano, ripartirsi in due classi, le secanti e le non secanti. Le intermedie fra le due classi sono le parallele alla retta data* ».

Fu il *Riemann* nella sua celebre lezione inaugurale « *Sulle ipotesi che servono di fondamento alla geometria* » ad enunciare arditamente il concetto che la linea retta possa essere una linea chiusa e finita, che lo spazio, per quanto illimitato, possa essere egualmente finito. Ciò corrisponde a dire il vero, all' *ipotesi dell' angolo ottuso del Saccheri*, ipotesi però logicamente possibile, e che conduce ad una geometria rigorosa sotto il punto di vista logico.

Come si vede dunque la questione che sembra semplice è ancora, dopo tanti tentativi e tanti anni, al punto stesso nel quale era quando venne affrontata da *Proclo* e ciò non certo per la cagione alla quale allude il *Dott. Suini*, e cioè che nessuno abbia saputo veder chiaro nel significato e nella portata degli assiomi. È ben vero che d'*Alembert*, *Legendre* ed il nostro *Genocchi* stesso furon tratti ad affermare che fosse necessaria la conoscenza dell' intima natura della retta e del piano per potere con criterio affrontare il problema. Quando ciò fosse, il probblema potrebbe dirsi risolto; ma questa conoscenza alla quale quei geometri aspiravano non sarebbe la soluzione stessa del problema? Ma la retta ed il piano sono per ora astrazioni della nostra mente alle quali noi affidiamo quelle proprietà che nostri sensi ci permettono, che l' esperienza ci detta: » *il fatto che tutte le matematiche non sono che un simbolismo logico è una delle più belle scoperte del nostro secolo* », ha detto *Russel* (*Principes Mathématiques*, pag. 5), « *ed è provato*, egli aggiunge, *che ogni geometria è rigorosamente deduttiva e non deve far uso che*

di forme di ragionamento simili a quelle che si applicano all' aritmetica e a tutte le altre scienze deduttive ».

« Se il postulato famoso, dice il *Dott. Suini*, è veramente essenziale alla natura della retta e del piano, cioè senza negare assieme qualcuna delle ipotesi espresse nel suo enunciato, ne viene manifestamente che la sua dimostrazione non potrà trovarsi che nella esatta intelligenza della natura della retta e del piano, e precisamente di quelle loro proprietà che furono fin qui trascurate, od almeno non esplicitamente considerate ed esaurite ».

L'A. ammette quali attributi assenziali della retta la *semplicità*, *l' infinità*, *l' uniformità*: sono le stesse domandate da *Euclide*. Le prime due sono evidenti; in quanto alla terza, l'A. osserva che Euclide col definire la retta come « *quella linea che è situata egualmente rispetto a tutti i suoi punti* » abbia alluso alla sua uniformità. Egli insiste quindi sugli attributi di *omogenea*, *regolare* ed *uniforme*, come deve averli attribuiti Euclide per giungere spontaneamente, mediante proposizioni accessorie che negli *Elementi* ha scientemente taciute, alla nozione di rette parallele. Anche pel piano valgono gli stessi attributi di uniformità, di omogeneità, di semplicità, per cui,

« data una coppia di rette sullo stesso piano, esse si comporteranno l' una rispetto all' altra in grazia degli attributi di semplicità e uniformità che son propri tanto alle due rette quanto alla superficie che li contiene..... Potendo una retta rispetto all' altra avere una posizione affatto libera e non vincolata ad alcuna speciale condizione, dovrà necessariamente accadere che le relazioni fra le due rette siano tutte informate a quella semplicità e uniformità che appartiene per essenza a tutte le parti della figura. Segue da ciò che la retta passante per due punti dati del piano verrà ad essere, fra le linee analoghe, quella i cui punti, relativamente ad un' altra retta fissa, riescono tutti determinati da quei due, mediante la legge più semplice e più uniforme possibile ».

Ma non sarebbe meglio dimostrare prima che la retta ed il piano godono effettivamente delle proprietà caratteristiche che l' A. assegna loro: l' ammetterle così a priori non giusti-

fica nè la definizione di retta nè quella di piano, nè basta a distinguere la retta ed il piano da altre linee e altre superficie, il circolo e la sfera ad esempio, che anch'esse godono di semplicità ed uniformità ed anche d'infinità se facciamo astrazione dalla limitazione imposta dai nostri sensi. Si può quasi dire che con tali attributi della retta si ricade in quella tal definizione viziosa che faceva del piano una superficie sferica di raggio infinito.

Le rette, secondo l'A. sono *convergenti* se si ha solo riguardo al fatto che si avvicinano, e *concorrenti* quando sia certo (!) che esse finiscono coll'incontrarsi. Come è possibile che due rette convergenti non s'incontrino, cioè non siano convergenti? Sarebbero convergenti quando siano assintotiche? No, giacchè l'A. dichiara che « non esistono rette assintotiche » (scolio 3° al teo. 5°) giacchè ciò ripugna alla natura della retta. Dunque? E dopo ciò egli stabilisce subito il teorema (1°)

« che se le distanze di due punti di una retta da un'altra dello stesso piano sono disuguali, la prima converge sempre ed ininterrottamente colla seconda in un verso e diverge nel verso opposto »,

giacchè ammessa la nozione di uniformità, i punti delle due rette devono succedersi sempre secondo la stessa legge.

Evidentemente, colla stessa sicurezza l'A. poteva esprimere questa proposizione col dire che se le distanze di due punti, ecc. sono eguali, le due rette non convergono nè divergono nè in un verso nè nell'altro e dunque sono parallele. Inoltre egli ha bisogno in questa sua definizione di ricorrere alla nozione di *distanza* per stabilire la reciproca posizione delle due rette nello stesso piano. Ma che è la distanza di un punto da una retta? È possibile introdurre questa nozione che neppur si è definita, nè semplice nè elementare, per definire la posizione delle due rette? Quando, inoltre, un punto del piano è *più distante o meno* distante di un altro punto dello stesso piano da una retta stessa? E sulla stessa nozione indefinita di distanza sono enunciati i successivi corollari. La stessa indeterminazione è nel teorema (2°),

« se due rette d'un piano sono perpendicolari ad una terza, una qualunque di esse è equidistante dall'altra ».

Perpendicolari? e che cosa sono le rette perpendicolari? Collo stesso criterio si può pur dire che se una retta è perpendicolare ad un'altra, è pur perpendicolare a tutte le equidistanti di quest'ultima. Ma è appunto questo il postulato euclideo tanto discusso. Ma, ancora, esistono queste equidistanti nel piano? Se ammettiamo che esistano, eccoci nella geometria euclidea col suo logico sviluppo; se ammettiamo che non esistano, eccoci ad un'altra geometria egualmente logica, non euclidea o d'altro nome qualunque, non importa. Le proposizioni sulle perpendicolari ad una retta e sulle perpendicolari alle equidistanti, come pure quelle sulle rette inclinate egualmente sono allo stesso modo indeterminate giacchè le loro proprietà non si deducono da nessuna nozione fondamentale. Lo scolio 4°, cioè,

« per un punto del piano passa una sola retta che non incontra una retta data »

non è per nulla giustificato da quanto precede. La definizione ed i quattro scoli del n°. 33 non fanno che ripetere con altre parole ciò che già fu affermato nei numeri precedenti. A giustificare la definizione di parallele nel n°. 34 l'A. ricorre alla constatazione fisica di due rette materiali poste in uno stesso piano ed alla stessa distanza fra loro.

Allora egli avrebbe potuto far ciò subito ed ammettere come nozione prima, fondamentale, che in un piano limitato due rette limitate che conservano inalterata la loro reciproca distanza, non s'incontrano. Ma che il suo concetto di rette equidistanti non sia che quello di parallele l'A. stesso è obbligato a riconoscere quando dice,

« ..... le parallele essendo equidistanti e le rette equidistanti essendo parallele ..... i due concetti sono affini ed inscindibili, mentre invece parallelismo ed impossibilità d'incontrarsi sono concetti ben diversi ».

Veramente non si scorge troppo chiaro in che consista la diversità di questi concetti: o le due rette sono equidistanti e allora non s'incontrano; o non lo sono e allora s'incontrano. Bisognerebbe assegnare a ciascuno di questi concetti un senso talmente ristretto da far sì che l'uno escludesse l'altro.

Non trovo giusto quanto l'A. dice quasi a conclusione del volume:

« ..... davvero che sono da invidiare i fortunati mortali a cui è dato fin da ora, e da questo povero mondo, di spaziare a loro talento pei campi dell' infinito: al punto di saperci dire non solo se due rette convergenti s' incontrano in esso piuttosto che al finito, *ma ben anche se e quando l' incontro delle medesime nell' infinito, sia o meno per verificarsi in realtà* ».

Ed ecco che anche il *Dott. Suini*, come tanti altri, va a cozzare contro la nozione d' infinito e di spazio a più dimensioni quale cosa reale e possibile, e ne rifugge inorridito. Ho osservato in un articolo inserito in questa stessa *Rivista* (1) come la soluzione matematica del probblema dello spazio sia innanzi tutto una questione di logica: il punto di partenza è, al solito, un sistema di ipotesi. Noi cominciamo coll' ammettere che fra gli elementi d' un sistema di identità possano esistere certe relazioni, ad esempio che due punti determinano una retta, tre punti un piano. Bisogna mostrare che questi assiomi sono indipendenti e non contradditori, non presupponendo altro se non la possibilità logica di applicare alle identità un' aritmetica fatta di logica pura. Ma affinchè tali ipotesi possano considerarsi quali assiomi della geometria devono soddisfare ad una condizione supplementare formulata da *Hilbert* nei termini seguenti:

« Un sistema di ipotesi è chiamato un sistema di assiomi di geometria quando dà le condizioni indipendenti necessarie e sufficienti, alle quali un sistema di oggetti deve obbedire affinchè ciascuna proprietà di questi oggetti possa corrispondere ad un fatto geometrico, e reciprocamente; per modo che ad esempio, nel senso di *Hertz*, questi oggetti possano essere una semplice e completa pittura della realtà geometrica ».

È la ricerca fisiologico-psicologica del probblema dello spazio che deve dare il significato alle parole *fatto geometrico* e *realtà geometrica*; ma è il sistema fodamentale degli assiomi ciò che fa della geometria quello che essa è. Del resto, mi permetta il *Dott. Suini* di ripeterlo, la geometria non euclidea denominazione impropria quant' altra mai, e ch' egli stima ba-

---

(1) Cfr. pag. 310-319, 2° sem. 1910, l' articolo: « *La geometria ed i suoi fondamenti* ».

sata sull'ipotesi paradossale dell'esistenza di rette assintottiche, dà, invece di togliere, valore filosofico alle varie geometrie, l'euclidea compresa. Essa ci mostra che lo spazio euclideo non è una forma imposta alla nostra mente, giacchè noi possiamo pure *immaginare* lo spazio non euclideo come estensione dello spazio euclideo, come nuove variabili aggiunte ad un sistema di due o tre variabili nei sistemi di equazioni. Per tal modo anzi la geometria non euclidea chiude l'antica discussione fra i filosofi sulla questione di precisare se gli assiomi della geometria debbano essere *a priori* od empirici, e mostra che essi non sono nè una cosa nè l'altra, ma solo delle concezioni, delle ipotesi indimostrabili create da questo essere auto-attivo che chiamasi uomo.

Che per un punto si possa condurre una sola parallela ad una retta, o molte, o nessuna, sono ipotesi egualmente ammissibili se facciamo astrazione dal mondo materiale nel quale viviamo; perchè i sistemi di geometria edificati su queste ipotesi, cioè i ragionamenti logici che se ne possono dedurre, non dovrebbero essere egualmente rigorosi? Anche nelle altre scienze non si fondano i ragionamenti su dati ipotetici creati dal nostro spirito ed ai quali noi attribuiamo qualità e proprietà che solo il nostro giudizio ci detta? Che cosa è l'atomo, o l'ione, o l'elettron, ecc. ecc.? Come si producono in noi queste concezioni le cui logiche conseguenze poi postuliamo? Da principio lo spirito concepisce un certo numero di idee vaghe che l'osservazione o l'esperienza gli forniscono, ed egli ne elabora i risultati. Queste idee vaghe sono dunque il prodotto della natura delle cose e della natura dello spirito al tempo stesso; ma d'altra parte essendo lo spirito umano stato formato per le cose, una parte del contingente che esso ci fornisce può, in ultima analisi, farsi egualmente risalire ad un mondo ideale ad un mondo che noi giudichiamo esteriore al nostro. Ma può esservi, ed anzi deve esserci in queste idee, qualche cosa di proprio allo spirito ed alle sue forme: spetta ai filosofi critici segnarne la linea di divisione.

Molto opportunamente osserva *E. Jouguet.* nelle sue « *Letture di meccanica* » (1ª parte), che è carattere peculiare della scienza moderna la ricostruzione rigorosa delle idee astratte

mediante le *definizioni*: e questa necessità di definizioni non soffre eccezioni. I pensatori antichi non ne vedevano la necessità e postulavano il concetto fondamentale: non è del resto raro il caso di vederla sacrificata anche oggi. Se una tal concezione che si adotta pur senza precisarla, senza definirla, è ben scelta ed è conforme alla natura delle cose, il ragionamento che se ne deduce e che gradualmente si svolge, è, dal punto di vista logico, rigoroso e scientifico. Questa adozione di una concezione astratta come ipotesi fondamentale, come postulato è favorita dalla tendenza realistica del nostro spirito. Il pensatore dà un nome alla sua concezione, ne forma quasi una realtà, ed è in ciò il processo metafisico dello spirito. Ma a tale nozione astratta si può anche applicare il così detto processo *normale*; alla concezione ideale si sostituisce un essere astratto, ciò che è una ricostruzione logica, non più sperimentale. Questi esseri così creati si collegano fra loro mediante relazioni che sono l'espressione più o meno approssimata, più o meno naturale delle concezioni vaghe che di essi ci siamo formate, ma che sono logicamente arbitrarie: sono i *principi* di *H. Poincaré*. Per tal modo si giunge ad uno sviluppo logico che può stare a rappresentare i fatti. È superfluo notare come alcune volte lo spirito mescola questi vari sistemi di ragionamento, ed allora noi non riusciamo ad isolarli se non mediante un'analisi forse troppo artificiale. Avviene pure alcune volte che agli inizi di una scienza si costruisce una nozione ideale immaginando esperienze elementari, possibili, ma in fondo difficili e che nessuno si è curato di effettuare, ma i di cui risultati vengono postulati. È ciò che si verifica pel postulato delle parallele stabilito da *Euclide*; la verifica sperimentale si riserva per le conseguenze più o meno lontane della teoria. Un tal modo li procedere è intermedio fra il processo sperimentale e quello formale.

C. Alasia.

Società Italiana per il progresso delle Scienze.

Quinta riunione (in Roma dal 12 al 18 ottobre 1911).

Diamo l'elenco dei discorsi di Classe che il Comitato ordinatore dell'importante Congresso ha ultimamente comunicato:

Discorsi di classe.

Classe A.

(Scienze fisiche e matematiche).

U. Amaldi: Lo sviluppo della Geometria.

G. Lauricella: L'opera dei matematici italiani nei recenti progressi della teoria delle funzioni e delle equaziozi integrali.

I. Levi-Civita: Estensioni ed evoluzione della fisica matematica.

E. Bianchi: L'ultimo cinquantennio dell'astronomia italiana.

V. Reina: Le misure gravimetriche italiane.

O. M. Corbino: Contributo italiano allo sviluppo della Fisica negli ultimi cinquant'anni.

R. Nasini: Lo sviluppo della Chimica generale.

C. De Stefani: Geologia e Fisica terrestre nell'ultimo cinquantennio.

F. Zambonini: La Mineralogia in Italia negli ultimi cinquant'anni.

G. Ricchieri: Il contributo degli Italiani alla conoscenza della Terra ed agli studi geografici nell'ultimo cinquantennio.

Tralascio l'elenco dei discorsi delle Classi B (scienze biologiche) e C (Scienze morali) come non attinenti a questa Rubrica.

Ricordo che le domande di partecipazione al Congresso e le comunicazioni d'ogni genere devono essere indirizzate al *Prof. Vincenzo Reina*, Via del Collegio Romano, 26, in *Roma*.

Durante il periodo del Congresso si riunirà in Roma il R. Comitato talassografico italiano (15 ottobre), la Società Italiana di Fisica, la Società di Fisiologia ed altre Società il cui elenco figurerà nel programma definitivo del Congresso, che verrà pubblicato nella seconda quindicina di settembre. Esso conterrà pure l'elenco delle comunicazioni di sezione fino a quell'epoca pervenute alla Segreteria.

CRONACHE E RIVISTE

FISICA

Calzecchi-Onesti Temistocle. — **Le mie esperienze e quelle di Edoardo Branly sulla conduttività elettrica delle limature metalliche.** (Rend. del R. Ist. Lombardo di sc. e lett. S. 2 vol. 44).

La nomina di Branly a membro dell'Accademia francese fece dimenticare sopratutto in Francia la priorità delle ricerche del Calzecchi sulla conduttività elettrica delle limature metalliche. L'A. promette che ben presto ripubblicherà con la versione francese le sue note stampate sul *Nuovo Cimento* negli anni 1884, 1885, 1886, e ciò, speriamo, varrà a diffondere la cognizione di questa gloria, a confermarla a noi, come fu definitivamente a noi confermata la gloria di un altra invenzione, pubblicata sul medesimo autorevole periodico dal giovine Pacinotti, e poi lungamente dimenticata.

Intanto l'A. mette a confronto alcune sue esperienze con quelle descritte da Branly. Nella sua prima nota (1884) il Calzecchi scriveva « Si può fare acquistare la conduttività alle diverse limature mettendo una delle ghiere in comunicazione, per mezzo anche di un filo molto lungo e sottile, con uno dei conduttori della macchina di Holtz o di un'altra macchina elettrica qualunque. La conduttività, in tal modo acquistata, è tale che, non solo dura per molto tempo, e non si toglie completamente, che imprimendo al cannellino di vetro due o tre giri; ma distrugge per molta parte la resistenza della limatura. Sottoponendo l'apparecchio all'influenza di un corpo elettrizzato, la limatura acquista la detta proprietà, ma in grado molto minore ». E nelle conclusioni alla fine della seconda nota, si trova scritto « un certo numero d'interruzioni — con la scintilla di estracorrente — una o più correnti indotte, la comunicazione con un corpo elettrizzato, l'induzione elettrostatica bastano per fare acquistare alla limatura la conduttività che

non aveva ». Proprietà analoghe furono descritte ed illustrate dal Branly soltanto nel 1891. Dopo vari raffronti fra il testo delle pubblicazioni sue e di quelle del Branly, l'A. conclude: « Il fisico francese andò più innanzi, incamminandosi molto « più tardi verso la telegrafia senza fili? non è qui il luogo « di rispondere a questa domanda. Questo è indubitato: egli « non ebbe il bisogno d'inventare il coherer, poichè sei anni « prima il coherer era stato inventato. Ma si dirà e si è detto, « che il coherer venne perfezionato, e lo stesso Marconi ne « studiò, e ne ottenne la sensibilità della quale per le sue espe- « rienze aveva bisogno; a me pare che si possa rispondere « essere ancora il Torricelli l'inventore del barometro, ad « onta che il Fortin p. e. abbia ideata quella felice disposi- « zione, per la quale il suo strumento ha reso, e rende tanti « servigi alla Meteorologia ».

A. Pochettino. — **Sulla sensibilità alla luce dei preparati di selenio** (Nuovo Cimento fsc. 3).

Da quando si rese nota l'esistenza del selenio, molte ricerche furono rivolte a stabilirne le proprietà; ma la sensibilità che i suoi preparati manifestano per le azioni luminose, divenne più specialmente punto di partenza di molti studi sperimentali di indole scientifica, e fornì alimento a numerosi tentativi pratici di trasmissione del suono mediante la luce, e di visione a distanza. Il cambiamento di resistenza elettrica ed il complesso di altri fenomeni che una modificazione speciale del selenio presenta, quando viene esposta alla luce, sono essi di natura direttamente fotoelettrica (come nell'argento granuloso studiato dal Wilson), o piuttosto conseguenza di una trasformazione molecolare prodotta dalla luce? Questo problema, dalla risoluzione del quale dovrebbero derivare le norme per la preparazione di selenio della massima sensibilità alla luce e per il suo trattamento razionale nelle applicazioni pratiche riguardanti la fototelofonia, la trasmissione telegrafica delle immagine ecc. non si è potuto ancora risolvere. La difficoltà di formare una teoria che regga al controllo dei fatti, dipende anche dal fatto che non si ottengono risultati concordi, neppure con preparati trattati nello stesso identico modo. Poichè non si può parlare di uno studio quantitativo dell'andamento

dei fenomeni, che questi preparati presentano, l'A. prepara il terreno per dedurre qualche nozione sulla natura dei fenomeni stessi da un esame qualitativo dei risultati di quelle esperienze che presentano veramente concordanza. Egli espone i risultati sperimentali fin qui ottenuti completandoli con sue ricerche originali. Non possiamo riassumere questa bella trattazione che in più di 60 pag. ci mette al corrente degli studi fatti sull'argomento, ma riproduciamo soltanto quanto è necessario per comprendere la teoria che all'A. sembra attualmente più accettabile.

Nella preparazione del selenio sensibile alla luce si cerca di trasformare del Se amorfo in selenio grigio cristallino. Di questo Se grigio vi sono, secondo esperienze recenti, almeno due forme, una Se_A meno stabile, che al microscopio presenta dei piccoli nuclei arrotondati, l'altra Se_B più stabile, e che contiene dei corpi allungati a contorni rettilinei netti e somiglianti a veri e propri cristalli. Dal fatto poi che i preparati di Selenio subiscono col tempo una diminuzione notevole di resistenza, si dovrebbe concludere che neppure la Se_B è una forma stabile definitiva, ma subisce col tempo una ulteriore modificazione in Se_C buon conduttore. Ma supponiamo che il Selenio sensibile sia costituito soltanto dalle prime due forme, e che la luce sposti l'equilibrio $Se_A \rightleftarrows Se_B$ nel senso $Se_A \rightarrow Se_B$. Se_A sia poco conduttrice, l'altra invece buona conduttrice dell'elettricità. Per esporre la teoria del Siemens, nella forma datale dal Marc, diremo che il selenio sensibile è un sistema chimico in uno stato di equilibrio $Se_A \rightleftarrows Se_B$, dipendente dalle condizioni di temperatura, di pressione e di illuminazione; ogni stato del sistema essendo definito da un certo rapporto fra le quantità di Se_A ed Se_B presenti, potrà essere definito da una certa corrispondente conducibilità elettrica; ebbene supponiamo che in ogni caso la conducibilità elettrica del Selenio sensibile sia proporzionale alla quantità presente della componente conduttrice.

Uno strato di Selenio sensibile consti dunque di N_A molecole di Se_A e di N_B molecole di Se_B; se tutto lo strato fosse di Se_A, sia N il numero di molecole esistenti, e, se tutto lo

strato fosse di Se_B, sia $\frac{N}{n}$ questo numero. Se chiamiamo x la concentrazione di Se_B, allora,

$$N_A = \frac{N(1-x)}{n} \quad N_B = Nx.$$

Lo strato, originariamente in equilibrio, venga comunque eccitato, l'equilibrio è turbato; ebbene domandiamoci con quale legge ritorna, quando la temperatura sia costante, e il preparato tenuto al buio. Supponiamo che si possa trascurare la diffusione, allora, indicando con λ_1 e λ_2 le costanti di trasformazione delle due forme di Selenio, avremo:

$$(1) \qquad \frac{dx}{dt} = \frac{\lambda_1}{n}(1-x) - \lambda_2 x$$

e integrando:

$$(2) \qquad x = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + n\lambda_2}\left\{1 - e^{-\left(\frac{\lambda_1}{n}+\lambda_2\right)t} + x_0 e^{-\left(\frac{\lambda_1}{n}+\lambda_2\right)t}\right\}$$

essendo x_0 il valore di x per $t=0$. La concentrazione x avrebbe dunque un'andamento esponenziale col tempo; questo non si verifica sperimentalmente con grande esattezza, però l'andamento osservato specialmente a temperature superiori all'ordinaria non differisce grandemente da quella esponenziale.

Per $t=\infty$ avremo:

$$x_\infty = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + n\lambda_2}$$

e siccome la conducibilita k si suppone proporzionale ad x, avremo ancora:

$$(2) \qquad k_\infty = c\,\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + n\lambda_2}.$$

Consideriamo ora uno strato esilissimo di Selenio sensibile, e supponiamo che le costanti di trasformazioni siano funzioni dell'intensità luminosa incidente sullo strato, anzi, per analogia con quello che si verifica nella maggior parte dei fenomeni fotochimici, siano proporzionali all'intensità luminosa I, inoltre

ammettiamo che la velocità di reazione prodotta dalla luce si sommi con quella normale, allora la (1) diventa:

$$\frac{dx}{dt} = (\lambda_1 + \alpha_1 I)\frac{1-x}{n} - (\lambda_2 + \alpha_2 I)x \tag{3}$$

e quindi:

$$v = \frac{\lambda_1 + \alpha_1 I}{(\lambda_1 + \alpha_1 I) + (\lambda_2 + \alpha_2 I)n}\left\{1 - e^{-\left(\frac{\lambda_1 + \alpha_2 I}{n} + \lambda_2 + \alpha_2 I\right)t} + x_0 e^{-\left(\frac{\lambda_1 + \alpha_1 I}{n} + \lambda_2 + \alpha_2 I\right)t}\right\}. \tag{4}$$

Dopo un tempo sufficientemente lungo avremo:

$$x_\infty = \frac{\lambda_1 + \alpha_1 I}{\lambda_1 + n\lambda_2 + (\alpha_1 + n\alpha_2)I}. \tag{5}$$

Consideriamo ora uno strato alto di Selenio sensibile, e supponiamolo decomposto in tanti strati sottili di spessore ds; siano A_1 ed A_2 gli indici di assorbimento per la luce delle due forme componenti il sistema, avremo allora:

$$-dI = \left(A_1\frac{1-x}{n} + A_2 x\right) I\, ds.$$

In ogni strato di Selenio sensibile non illuminato regna la stessa concentrazione della componente conduttrice, cioè:

$$(x_\infty)_{I=0} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + n\lambda_2}.$$

Se una certa luce di intensità I_0 ha agito lungamente sullo strato, si ha un equilibrio in cui, causa l'assorbimento, nelle diverse lamelle sussistono concentrazioni x diverse. Per una lamella qualunque s avremo allora dalla (5):

$$(x)_{I=I_s} = \frac{\lambda_1 + \alpha_1 I_s}{\lambda_1 + n\lambda_2 + I_s(\alpha_1 + n\alpha_2)}.$$

La variazione di concentrazione della lamella considerata è:

$$\Delta x_\infty = (x_\infty)_{I=I_s} - (x_\infty)_{I=0},$$

corrispondentemente la variazione di conducibilità sarà:

$$\Delta k_S = c\Delta x_\infty,$$

e quindi ancora:

$$d(\Delta k_S) = c\,\Delta x_\infty\, ds\,.$$

considerato che:

$$-\frac{d\mathrm{I}}{\mathrm{I}_S} = \left(\frac{1-(x_\infty)_{\mathrm{I}=\mathrm{I}_s}}{n} + \mathrm{A}_2\,(x_\infty)_{\mathrm{I}=\mathrm{I}_s}\right) ds\,,$$

$$d(\Delta k_S) = -c\,\frac{\alpha_2\lambda_1 - \alpha_1\lambda_2}{\frac{\lambda_1}{n} - \lambda_2}\,\frac{d\mathrm{I}}{(\mathrm{A}_1\lambda_2 - \mathrm{A}_2\lambda_1) + (\mathrm{A}_1\alpha_2 + \mathrm{A}_2\alpha_1)\mathrm{I}}\,,$$

donde:

$$(7)\qquad \Delta k = \mathrm{K}_{\mathrm{I}=\mathrm{I}_s} - \mathrm{K}_{\mathrm{I}=0} = c\,\frac{\alpha_2\lambda_1 - \alpha_1\lambda_2}{\frac{\lambda_1}{n} - \lambda_2}\,\mathrm{Log}\,\frac{\mathrm{A}_1\alpha_2 + \mathrm{A}_2\alpha_1}{\mathrm{A}_1\lambda_2 + \mathrm{A}_2\lambda_1}\,\mathrm{I}_0\,;$$

che rappresenta il legame fra la variazione di conducibilità dovuta ad un'illuminazione qualunque e l'intensità di questa.

Ora i seleniuri metallici possono esercitare un'azione catalitica sul Selenio sensibile nel senso di aumentare le costanti λ_1 e λ_2 e quindi di aumentare la velocità di reazione e ancora il valore della concentrazione finale.

Se si fa dunque astrazione dai fenomeni di diffusione, si ha per la legge dell'inerzia una semplice curva esponenziale; le curve però ottenute da tutti gli sperimentatori non sono curve esponenziali semplici, ma corrispondono più a una legge della forma:

$$(8)\qquad \frac{dx}{dt} = (x-1)\,\frac{\lambda_1}{n} - \lambda_2 x^{\mathrm{n}}\,;$$

siccome però i tentativi per determinare n non sono finora riusciti dobbiamo rinunciare a partire da quella equazione e contentarci della prima approssimazione che ci consente l'esame fatto della (1), tanto più che questa ci permette di ritrovare per via teorica alcuni dei risultati derivanti dalle esperienze:

Se k_∞ è la conducibilità di un preparato in riposo e k_0 quella nel momento dell'oscuramento, allora la conduttività ad un tempo t qualunque è dato per la (2) da:

$$\frac{k_t - k_\infty}{k_0 - k_\infty} = e^{-\left(\frac{\lambda_1}{n} + \lambda_2\right) t} ;$$

nel caso invece dell'illuminazione, per la (4), risulta analogamente:

$$\frac{k_t - k_\infty}{k_0 - k_\infty} = e^{\left(\frac{\lambda_1 + \alpha_2 I}{n} + \lambda_2 + \alpha_2 I\right) t} \tag{9}$$

Si vede che:

$$\frac{\lambda_1}{n} + \lambda_2 < \frac{\lambda_1}{n} + \lambda_2 + \frac{a_1 I}{n} + a_2 I \tag{9'}$$

e che cioè le curve all'illuminazione debbono salire molto più rapidamente che non cadano le curve all'oscuramento, fatto questo che si riscontra sempre sperimentalmente.

Dalla (9') risulta ancora un altro fatto, che si riscontra sperimentalmente: le curve all'illuminazione debbono salire tanto più rapidamente quanto maggiore è l'intensità luminosa.

Al crescere della temperatura il rapporto $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ deve crescere, cioè λ_2 diventa piccolo rispetto a λ_1; ciò vuol dire che l'equilibrio rappresentato dalla

$$x_\infty = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + n\lambda_2}$$

deve spostarsi sempre a favore della componente più conduttrice: e infatti malgrado il peggioramento di conducibilità della componente metallica, al crescere della temperatura si ha sempre un aumento della conducibilità complessiva del preparato.

Dalle (2) e (5) risulta che l'equilibrio alla luce deve sempre meno differire dall'equilibrio allo scuro, man mano che la temperatura sale, ciò che risulta anche sperimentalmente: i preparati, al crescere della temperatura devono diventare sempre

meno sensibili. Siccome ancora λ_1 cresce colla temperatura le due costanti di tempo:

$$\frac{1}{\frac{\lambda_1}{n}+\lambda_2} \quad \text{e} \quad \frac{1}{\frac{\lambda_1}{n}+\alpha_1\frac{I}{n}+\lambda_2+\alpha_2 I}$$

devono diventare più piccole, il che è conforme alle esperienze dello Sperling.

Alle temperature infine alle quali il Selenio sensibile è quasi tutto trasformato in Selenio metallico, λ_1 è così grande che, rispetto ad esso, λ_2 può trascurarsi e allora la (1) diventa

$$\frac{dx}{dt}=\frac{\lambda_1}{n}(1-x)\ ;$$

il cui integrale rappresenta veramente una curva esponenziale semplice; le curve infatti che si ottengono tanto per l'illuminazione, quanto per l'oscuramento, a temperature superiori di 100°, hanno un aspetto molto simile a quello di una esponenziale semplice.

L'A. rammenta in fine della sua memoria che sulla sensibilità del selenio influiscono i raggi X, i raggi β del radio, quasi tutte le radiazioni capaci di azioni fotografiche, la vicinanza dell'acqua ossigenata, o di un pezzo di caucciù, esposto preventivamente all'azione dell'ozono, o dell'olio di trementina.

Altezza delle aurore boreali. Il Sig. C. Störmer nella sua campagna scientifica a Bossekop nei mesi di Febbraio e Marzo del 1910 eseguì tra le altre una sessantina di fotografie simultanee di aurore boreali alle due estremità di una base di 4 Km. 3; in tal modo le posizioni occupate dalle medesime stelle relativamente all'aurora, sono sulle due lastre, impressionate nello stesso tempo, differenti, e permettono accoppiandole di determinare con precisione l'altezza del fenomeno. Le misure eseguite dal Sig. Störmer assegnano alle aurore boreali come limite inferiore di altezza 40 Km. Le aurore avrebbero perciò una penetrabilità maggiore dei raggi catodici ai quali secondo Birkeland, Lenard e Villard sono dovute le aurore boreali.

BIBLIOGRAFIA

A. Faustini. — **Il mondo polare.** — Edizione Vallardi.

Dare, come in una sintesi poderosa, una idea chiara, illustrare e lumeggiare regioni poco note, diffonderle e popolarizzarle, ecco il nobile scopo che Arnaldo Faustini, l' illustre polarista, ha certamente e opportunamente voluto prefiggersi col suo elegante libro « Il mondo polare » edito testè, e con fiammante veste, dalla Biblioteca popolare di coltura di Antonio Vallardi (1).

Certo, deploriamo anche noi, con l' A. che non vi sia alcun manuale, ad uso delle scuole, che si diffonda tanto su tale argomento ; e tanto più è deplorevole il fatto se si riflette per poco che, appunto dai manuali, i giovani nostri finiscono, generalmente, per formare la loro coltura, la loro istruzione su certi studi, che non sono alla portata di tutti : il nostro paese non si muove ancora a far qualche cosa di più per la cultura geografica, per renderla più estesa, più feconda, più ampia ancora! Ma non è questo il momento di esaminare da vicino i lati manchevoli dell' inseguamento della Geografia nelle scuole e molto meno di contrapporsi i voti dei congressi geografici, che hanno reclamato un posto più adeguato per la Geografia nei programmi medi.

Il libro del Faustini viene, quindi, molto a proposito ; e con la sua esposizione, evidente e di facile intelligenza, concorre indubbiamente a far conoscere meglio regioni, che attraverso tutti i secoli, hanno attirato l' attenzione umana e innumerevoli esploratori hanno tentato, più o meno efficacemente, di visitare strappandone alla natura il secreto e il monopolio.

A tutta l' opera sua, l' autore premette un attraente capitolo, in cui accenna ad alcune caratteristiche generale delle regioni polari e che intitola « Le terre ai poli », cio costituisce una premessa non inutile e vale a far entrare il lettore in una via che non è comunemente nota.

---

(1) Il volume nella collezione porta il n. 17.

Avvertita la divisione generale delle due calotte artica o antartica, in due vaste zone ciascuna nei due emisferi, parla del clima, del giorno e delle notti polari, intercalandovi un panorama artico, tolto dal Parry, e contenente un paraselene, come se ne vedono laggiù in quelle terre lontane. Narra del ghiaccio eterno, di quelle « immense cappe gelate di ghiaccio » che inesorabilmente ci nascondono quanto al di sotto di esse si estende. La fisonomia diversa dei ghiacci artici (ruiniformi) e dei ghiacci antartici (tabulari) è così bene raffigurate che un lettore intelligente non tarda ad avvedersi che la glaciologia polare presenta una anomalia singolare e speciale, la quale deve avere il suo riscontro nella natura differente delle due calotte e costituisce un problema. Il Faustini riferisce le osservazioni eseguite dagli officiali dello Shackleton, in merito alle quale sembra risoluto il quesito; sono quelle stesse osservazioni che vennero a consolidare la teoria della genesi dei ghiacci tabulari (genesi supermarina) da me emessa in questa stessa Rivista scientifica (1).

Eppure quelle regioni ghiacciate ebbero, in tempi passati, una vita rigogliosa ed esuberante; l'illustre polarista vi accenna e si oppone, per dimostrarlo, allo sviluppo presovi dal periodo carbonifero: in tempi recenti, invece, il ghiaccio, l'immenso ghiaccio, vi ha disteso su il suo gelido mantello che inesorabilmente ci occulta la vera natura delle regioni ricoperte.

Il nucleo più importante del volumetto è diviso in tre parti: nella prima parla della regione artica, dell'antartica nella seconda, da questioni varie, e ben importanti, nella terza, tutti e tre riescono trattati interessanti, ma specialmente, l'ultimo, dove, terminata la pura descrizione geografica, l'A. accenna ad argomenti quanto mai attraenti per la geografia polare.

Nè qui è il caso di riferire sulla geografia fisica descrittiva delle regioni artica e antartica: la nota competenza e la profonda conoscenza che il Faustini dimostra ci dispensano dal farne parola, dandone ampio affidamento la sua cultura; ri-

---

(1) Cfr. « L'Antartide e la natura Antartica » in n. 133, anno XII, gennaio 1911.

mandiamo, pertanto, alle pagine originali e chiare del fiammante libretto.

Secondo la sua partizione delle due regioni polari. l'A. nell'emisfero orientale narra quanto si sa, e in succinto, delle zone seguenti:

1. Il gruppo delle Isole Spitzbergen.
2. La Nuova Zembla.
3. L'arcipelago Francesco Giuseppe.
4. Le isole della Nuòva Siberia.
5. Isole minori dell'emisfero orientale.

E, nell'emisfero occidentale, descrive:

1. L'arcipelago artico americano.
2. La Groenlandia.
3. Isole minori dell'emisfero occidentale.

Nelle generalità antartiche si accenna all'arduo quesito della « polarità vera » di una regione qualunque e si fanno voti affinchè la definizione della polarità sia presto determinata; il Faustini ci promette, anzi, un suo prossimo studio in proposito « Quale criterio deve essere adottato per tracciare il limite equatoriale delle terre antartiche? »: noi lo attendiamo ansiosamente desiderosi di conoscere quali sono, secondo l'A. i veri caratteri della polarità e fidenti, che egli risolve egregiamente il quesito postosi, giacchè è certo che un criterio unico nell'affermare la polarità delle terre ci vuole e di esso nei nostri studi sentiamo la necessità.

Ben fa il Faustini, nella geografia biologica, ad affermare ed a rilevare come nelle regioni polari artiche vi sia una fauna esuberante, quale in realtà non parebbe, e nel passarlo in rassegna vi ricorda il canis borealis, il tipo famoso di cane eschimese, così celebre nelle esplorazioni. Curioso che gli anfibi e i rettili non siano stati mai riscontrati; ma, la maraviglia sparisce se si tien conto del clima per essi certo inadatto.

Quanto alla flora artica, se è vero che essa non scarseggia in quelle zone, non è men vero però, che costituisce « una vegetazione nana, ovunque nascosta il più delle volte fra i crepacci delle roccie sui dirupi esposti al sole e dovunque vi sia del terriccio per alimentare le minuscole radici ». E,

mentre prima si conoscevano soltanto 1500 specie di piante, le esplorazioni recenti hanno svelato altre 2400 specie così da poter esse sommare oggi a 3900, delle quali 1080 in fanerogame, 816 in crittogame, 1672 in muschi, 270 in alghe di acqua dolce e 80 circa di funghi.

La fauna e la flora della zona antartica sono ben poca cosa, eccettuatone la fauna marina; per questo non è neccessario riferirne in una semplice recensione basterà appena ricordare, per la fauna, il Delphinus Peronii, senza pinna dorsale e i pinguini papua. Rettili e batraci non vi furono mai trovati la ragione, del resto, del fatto appare la stessa di quanto accade nell'Artide.

Non è possibile riassumere i due capitoli sul magnetismo terrestre e sulle aurore polari, fenomeni, intimamente collegati, come nel 1741, data certo non recente, ebbero a dimostrare l'Hyorter e il Celsius, ci limiteremo a far conoscere in proposito i risultati recentissimi, ai quali la scienza ha potuto pervenire, trascrivendoli interamente dall'opera in questione; essi sono:

1. L'aurora polare e tutti i fenomeni dell'ago calamitato dipendono da una sola e medesima causa;

2. L'aurora polare è la scarica lenta, luminosa e progressiva di quel fluido che magnetizza la terra dall'equatore ai poli, o, in una parola, le aurore polari non sono altro che irradiazioni elettro-magnetiche dei poli magnetici della terra;

3. Le aurore, boreali e australi, sono generalmente isocrone, (cioè simultanee) a meno che condizioni atmosferiche anormali non lo vietino;

4. Le luci Aurorali sono analoghe a quelle prodotte da una scarica di un apparato d'induzione nell'aria rarefatta e la colorazione di esse dipende dall'ambiente nel quale si producono;

5. L'influenza dell'aurora polare rende molto difficili le osservazioni magnetiche;

6. Fra l'apparire di un'aurora e l'approssimarsi di un disturbo atmosferico esiste un legame strettissimo;

7. L'intensità della luce e dei colori sembra essere, in relazione con l'altitudine del fenomeno una conseguenza della densità atmosferica;

8. La massima frequenza delle aurore non si nota durante il periodo della notte polare e il massimo di intensità cade negli equinozi. (1).

Testè nel 1908, l'Arrhenius, il Birkeland ed il Paulsen emettevano la recente teoria sull'aurora polare preventivamente emessa dal Deslandres, fondata sull'ipotesi dei corpuscoli natanti negli spazi interplanetari e di origine solare; tali corpuscoli, entrati nel campo magnetico terrestre equatoriale, diverranno debolmente luminosi, ma, interessati in quello polare, dove si ha la declinazione delle linee di forza magnetica scendevano nei bassi strati producendo le aurore.

Quanto al capitolo riguardante la distribuzione dei vulcani nelle due calotte polari, uno dei più bei temi di geografia polare, ci limitiamo a ricordare come si nota questo fatto antitetico che, cioè, mentre la zona artica presenta una vulcanicità ormai spente, l'ultimo fenomeno eruttivo si ebbe nel 1818 presso l'isola Jan Mayen, la zona antartica, invece è ricca di manifestazioni vulcaniche e di colossi ignivomi quali l'Erebus e il Terror (2). E noi rimandiamo al volume di cui è parola, chi voglia seguire l'autore nella ricerca minuta e particolare dei vulcani e di altri manifestazioni vulcaniche, specialmente nel polo meridionale.

Il capitolo settimo è uno dei capitoli più interessanti per lo studioso di quelle che potrebbe chiamarsi « Antropogeografia polare » vi parla l'A. degli abitatori settentrionali del

---

(1) Cfr. Il mondo polare di A. Faustini; Vallardi, 1911, pp. 91-92.

(2) Togliendola dal lavoro del Faustini, aggiungiamo la bibliografia in proposito.

T. W. David, W. F. Smeeth, ecc.: Notes on antarctic Rocks collected by C. E. Borchgrevink etc. in « Journal and Proceed., of the Roy, of New South Wales » 1902. (Con una lista di vulcani) H. T. Ferrar: On the Geology of South Victoria Land, in « Rep. Brit., Ass., South Africa ». Capetown, 1905. E. Gourdon: Les roches éruptives de la Terre de Graham (expéd. ant. française), in « Compt. rendus Acad. d. Sc. ». Paris, 1905.

Si aggiungano le relazioni degli esploratori e, sopratutto, dello Shackleton.

mondo, dell' Homo arcticus, descrivendolo nella sua origine. nei suoi caretteri fisici, nei suoi caratteri morali, nella lingua, nelle abitazioni, nelle credenze religiose, e così via. Importantissimo, poi, è il problema della origine di quel popolo, di quegli Eschimesi che pure tanta parte ebbero nelle esplorazioni polari: vi è chi li vuol derivare dai Galli (Mortillet), chi dai Celti Indù (Petitot), chi dai normanni (Holm), chi dai Fenici (Gaffarel). Il Brinton, il Chamberlain, il Dall suppongono che gli Eschimesi siano originari americani, mentre altri con maggiore attendibilità, opinano che derivano dalla razza mongolica emigrata in quelle alte latitudini: di tale opinione sono il Nordenskjöld, il Quatrefages, il Markham, il Peschel, lo Sherard Osborn, il Muller, il Grotius, il Fischer etc. Secondo noi, le credenze religiose sono un argomento validissimo a dimostrare la continuità eschimese con quella mongolica; ne è argomento indifferente.

Purtroppo, questo popoletto (1) pare che in breve tempo debba scomparire!; noi facciamo nostre le parole del Faustini, e le giriamo al governo danese, quando alla fine del capitolo settimo, aggiunge « Ed il giorno in cui il governo danese si allontanerà da quel lembo di terra ove si accentrano i più grandi ed importanti nuclei eschimesi, quel giorno segnerà purtroppo il principio di una estinzione rapida ed inevitabile di un popolo, che fu mite, che fu più volte prezioso agli esploratori, che visse nelle più inclementi contrade del mondo pur sapendovi adattare meravigliosamente e dalla quale non fu mai capace di allontanarsi, sempre in attesa del sole, del benefico sole, che riconduce i giorni senza tempesta. »

Comunque, il Faustini, dopo aver parlato degli Eschimesi, aggiunge, in appendice, due altri paragrafi, relativi al perchè delle esplorazioni polari l'uno e alle norme e consigli utili per crociere artiche di diporto l'altro: le cause impellenti che spinsero e spingono l'umanità alle esplorazioni polari l'A. riunisce in tre categorie:

1. movente commerciale;

---

(1) Per un quadro della vita eschimese si può consultare tra l'altro « Eskimo's life » del Nansen, 1891.

2. movente geografico in particolare;
3. movente scientifico in generale.

Le norme per crociere artiche di diporto si riducono a consigli veramente importanti per l'epoca del viaggio, per il vestiario, per le armi, la nave, e simili.

Non è possibile terminare la recensione presente senza riprodurre due specchi, tra gli altri, di una importanza estremamente notevole nell'interesse della cultura polare; essi sono quanto importanti altrettanto poco noti nelle conoscenze popolari di quelle fredde regioni: per questo crediamo fare cosa utile cooperare alla loro popolarizzazione e li riportiamo integralmente (1).

Specchio delle più notevoli altitudini artiche.

Monte	Altit. in m.	Regione	Autorità
Rigny	2356	Groenlandia	Amdrup
Ingolf	2263	»	»
Beerenberg	2145	Jan Mayen	Wogelmuth
Payer	2100	Groenlandia	Nathorst
Petermann	1890	»	»
Berzelius	1810	»	»
Ritterburg	1800	»	»
Pictet	1740	»	»
Newton (Chydenius)	1739	Spitzbergen	Carlheim
Murchison	1710	Groenlandia	Nathorst
Poincaré	1660	Spitzbergen	Carlheim
Clairaut	1640	»	»
Laplace	1616	»	»
Angelin	1600	Groenlandia	Nathorst
Maclaurin	1580	Spitzbergen	Carlheim
Legendre	1560	»	»
Röda	1560	Groenlandia	Nathorst
Struve	1510	Spitzbergen	Carlheim
Agardh	1500	Groenlandia	Nathorst
Grant	1490	Terra di Grant	Nares
Cheops	1440	»	Peary

(1) Cfr. op. citata; pp. 142 e 143.

Monte	Altit. in m.	Regione	Autorità
Horn	1430	Spitzbergen	Carlheim
Raleigh	1400	Terra di Baffin	Boas
Arthur	1370	Terra di Grinnell	Greely
Svedenborg	1370	Groenlandia	Nathorst
Difficult	1354	Terra di Grinnell	Greely
Bergmann	1300	Groenlandia	Nathorst
Wilczeck	1264	Nuova Zembla	Wilczeck
Wüllerstorf	750	Arcip. Franc. Giuseppe	Fiala
Cagni	600	» »	»

Specchio delle piú notevoli altitudini antartiche.

Monte	Altit. in m.	Regione	Autorità
Lister	4770	Terra Victoria	Scott
Huggins	4280	»	»
Hooker	4245	»	»
Erebus	4067	»	»
Rooker	3980	»	»
Cl. Markham	3820	»	»
Sabine	3600	»	Borchgrevinch
Terror	3500	»	Scott
M. Clintock	3270	»	»
A. Markham	3250	»	»
Longstaff	3210	»	»
Monteagle	3000	»	J. C. Ross
Herschell	2900	»	»
Français	2869	Is. Anvers	Charcot
Elliott	2700	Terra Victoria	J. C. Ross
Melbourne	2654	»	Scott
Matin	2000	Terra Graham	Charcot
Haddington	2000	Is. Ross	O. Nordenskjöld
Jason	1910	Terra Graham	Larsen
Gaudry	1680	Terra Loubet	Charcot
William	1536	Is. Anvers	»
Luigi di Savoia	1400	Is. Wiencke	»
Percy	1120	Is. Joinville	O. Nordenskjöld

Anzi, sempre nell'intento di divulgare le notizie polari, e in Italia ce n'è bisogno davvero per quanto in generale concerne la Geografia, riproduciamo, togliendole dall'originale del Faustini, altri due specchi, che mostrano la marcia graduale, attraverso i tempi, verso la meta dei due poli, Artico e Antartico. (Cfr. pag. 145 del testo).

Specchio delle più elevate latitudini artiche (navi e slitte).

Hudson E.	1607	80° 23′ N.	con nave
Phipps G. C.	1773	80° 48′ »	»
Scoresby W.	1806	81° 30′ »	»
Parry E.	1827	82° 45′ »	con slitta
Markham A.	1876	83° 20′ »	»
Lockwood G. W.	1882	83° 24′ »	»
Nansen F.	1895	86° 13′ »	»
Sverdrup O.	1895	85° 55′ »	con nave
Cagni U.	1900	86° 33′ »	con slitta
Peary R. E.	1906	87° 6′ »	»
Peary R. E.	1909	90° »	»

(o meglio *presso* il Polo Nord).

Specchio delle più elevate latitudini antartiche (navi e slitte).

Cook J.	1774	71° 15′ Sud	con nave
Weddell J.	1823	74° 15′ »	»
Ross J. C.	1842	78° 10′ »	»
Borchgrevink C. E.	1900	78° 50′ »	con slitta
Scott R. F.	1902	82° 17′ »	»
Shackleton E. H.	1909	88° 27′ »	»

(e cioè a soli 179 km. dal Polo Sud).

Così abbiamo terminato di dare un concetto, per quanto rapido e fugace, dell'opera faustiniana, la quale giova pure ricordarlo, crediamo possa realmente ovviare ad una laguna, nè lieve nè indifferente, colmandone i vuoti. Noi pur facendo qualche riserva d'indole non assolutamente geografica, riteniamo

che il libbro si afferma quanto mai utile ed importante nel campo della scienza nostra!

Attendiamo, intanto, con fiducia che si compia la spedizione antartica tedesca del primo tenente dello stato maggiore germanico, Guglielmo Filchner; egli potrà portarci nuove cognizioni, nuove scoperte le quali valgano a farci conoscere meglio, e più particolarmente, la vera natura della zona polare antartica.

Per questa gli esploratori e gli scienzati sono discordi tra loro ed una triplice opinione li divide: A, Penek, O. Nordenskjöld e Clements Markham ritengono che la fisonomia subglaciale della regione sia costituita da due zone terrestri, quella orientale e quella occidentale, separate da un braccio di mare che si evolve dal Mare di Ross a quello di Weddell; alla presenza di isole crede Fridtjof Nansen; il Bruce, il Murray e il Shackleton ammettono il continente (1).

Guglielmo Filchner, quando nella seduta del 5 marzo 1910 fu presentata alla Società geografica di Berlino da Alberto Penck, fu annunciato precisamente come colui che aveva in animo di esplorare l'Antartide nel suo interno, tale scopo viene a formare il nucleo di una possibile soluzione del quesito sulla vera natura antartica, con quanto interesse per gli studi polari è facile immaginare. Tanto più ne appare l'importanza, quando si ricordi che il Filchner si propose contemporaneamente allo Scott, di esplorare se davvero esista un raccordo tra le terre a sud dell'America meridionale e la zona orientale testè osservata dallo Shackleton (2).

Auguriamo quindi, al Filchner di poter giungere a darci la soluzione del grave problema, giacchè il quesito della Grande Barriera di ghiaccio non è stato ancora risolto, neppure dopo la brillante spedizione di E. H. Shackleton (3).

Rocca Sinibalda, agosto 1911

PROF. ALBERTO TULLI.

(1) Cfr. Boll. Soc. Geogr. It., gennaio 1911; pag. 117.

(2) Cfr. Boll. Soc. Geogr. It., genn. 1911; si vegge anche « Geographischer Anzeiger », Gotha, 1910, n. 12.

(3) Cfr. Alla conquista del polo sud (il cuore dell'antartico) » di E. H. Shackleton con introduzione di Hugh Robert Mill. e un resoconto del primo viaggio al polo magnetico sud del prof. T. W. Edg. David. In 2 vol., Milano, Treves, 1909.

Heyn E. e Bauer O. — **Manuale di Metallografia.** — Traduz. con note di F. Carnevali. Unione tip. ed. Torinese (L. 4.00).

La metallurgia moderna ha ormai poggiate le sue basi e nella metallografia e nella chimica metallurgica, sì da richiedere nei più importanti stabilimenti metallurgici l'impianto di speciali laboratori metallografici. La metallografia si occupa appunto dello studio dei metalli e più specialmente delle loro leghe, sia descrivendone i componenti, sia ricercandone le proprietà fisiche e chimiche, ed inoltre studia i mutamenti che avvengono nelle proprietà dei componenti, provocati dalla diversa lavorazione subita dal metallo, o dalla lega ed i mutamenti nella struttura dei componenti stessi. A questi problemi è grande ausilio lo studio microscopico dei metalli unito all'applicazione delle leggi delle soluzioni saline nel campo delle leghe metalliche.

La letteratura italiana era priva di un manuale nel quale fossero riassunti gli studi d'indagine teorica e sperimentale su tale scienza, e la traduzione del Carnevali viene a riempire tale lacuna. Il lavoro è diviso in due parti: la prima, o generale, tratta della tecnica metallografica, usi del microscopio, della fotografia, dei forni atti a tali ricerche ecc., la seconda, o speciale, si occupa dello studio delle leghe, della solidificazione dei suoi fenomeni e dei vari tipi, della tempera negli acciai ecc. Le numerose figure e microfotografie, la ricca bibliografia e gli esempi pratici riportati rendono veramente perfetta questa opera che certo incontrerà il massimo favore fra i teorici ed i pratici.

Estratti di sommari di alcuni periodici ricevuti nel mese di Luglio 1911.

Rendic. R. Accad. dei Lincei. — N. 12.

Ciamician e Silber. Azioni chimiche della luce. — *Lauricella.* Sopra i nuclei reiterati. — *Angeli e Alessandri.* La struttura degli azonicomposti. — *Boggio.* Calcolo delle azioni dinamiche esercitate da correnti fluide sopra pareti rigide. — *Giuganino.* Alcune formole analoghe a quelle del Volterra nella teoria delle distorsioni elastiche. — *Corbino.* Lo studio sperimentale del fenomeno di Hall e la teoria elettronica dei metalli. — *Rosati.* Studio cristallografico del p-tolilisosuccinammato monoetilico. — *Clerici.* Una trivellazione eseguita nel Tevere in Roma al ponte Fabricio. — *Bruni e Meneghini.* Formazione di soluzioni solide metalliche per diffusione allo stato solido. — *Porlezza e Narzi.* Concentrazione dell'emanazione radioattiva dei gas dei soffioni boraciferi mediante il carbone a bassa temperatura. — *Id. Id.* Sul tufo radioattivo di Fiuggi — Gas occlusi — Contenuti in radio ed uranio. — *Paolini.* Sulla disidratazione dei glicoli dell'anetolo e dell'isosafrolo. — *Campbell.* Sulla fioritura autunnale dell'Olea europaea L. — *Nazari.* Contributo sperimentale alla questione dei rapporti fra peso e volume delle sementi ed il rendimento vegetativo al raccolto. — *Basile.* Sulla Lishmaniosi e sul suo modo di trasmissione.

Id. — 2° Semestre N. 1.

Orlando. Sulla sezione trasversale dei palloni dirigibili. — *Evans.* L'equazione integrale di Volterra di seconda specie con un limite dell'integrale infinito. — *Agamennone.* Il terremoto Laziale del 10 aprile 1911. — *Bargellini e Martegiani.* Sopra alcuni derivati dell'ossiidrochinone. — *Ciusa e Terni.* Azione dell'idrossilamina sui chetoni. — *Francesconi e Sernagiotto.* Apparecchio a lavorazione continua per distillazioni frazionate nel nuoto. — *Baglioni.* Ricerche sugli effetti dell'alimentazione maidica. — *Magini.* Sull'allevamento dei bufalini e sul valore nutritivo della loro carne in confronto con quella dei bovini. — *Rolla.* Sulla diffusione degli elettroliti nei colloidi.

Atti R. Istituto Veneto. — Dispense V, VI e VII.

Vicentini G. Bollettino mensile delle registrazioni dei microsismografi dell'Istituto di fisica della R. Università di Padova. Dicembre 1910. Gennaio e Febbraio 1911. — *Cagnetto G.* Studi sperimentali sull'azione biologica dello stronzio. — *Gnesotto e Fabris C.* Ricerche sperimentali

su alcune costanti termiche dell'acetato di sodio idrato. — *Hoenning E. O' Careol.* Osservatorio Meteorologico e Geodinamico del Seminario Patriarcale di Venezia. Febbraio 1911. — *Olivo M.* Sui potenziali di semplice e di doppio strato in prossimità dell'agente. — *Verson E.* Sul fenomeno di mancata colorazione in uova feconde di Filagello. — *Rossi L. V.* Estensimetro moltiplicatore per costruzioni metalliche. — *Massalongo R.* La terapia naturale. — *Antoniazzi A.* Cenni storici sopra l'orbita del pianeta (363) Padova. — *Favaro A.* Amici e corrispondenti di Galileo Galilei. — *Tacconi E.* Sulla composizione mineralogica della sabbia di un pozzo trivellato al Lido di Venezia. — *Quercigh. E.* Sui pretesi pentajoduri di arsenico e di antimonio. — *Padova E.* Il fotometro Zöllner Wolfer applicato allo studio del cuneo del fotometro registratore Müller. — *Minozzi A.* Preparazione di alcuni Selencianoplatinati.

Rendic. dell'Accad. di Sc. fisiche e matematiche di Napoli. — Fasc. 1-4.

Gastaldi C. Sulla composizione chimica della Goldschmidtite. — *Id.* Sulla composizione chimica di un notevole tellurico di oro e di argento di Nagyag. — *Chistoni C.* Sulla formazione della brina. — *Marcolongo I.* I Gastrotrichi del lago-stagno craterico di Astroni. — *D'Erasmo G.* Sopra alcuni avanzi di pesci crostacei della provincia di Lecce. — *Lazzarino O.* Interpretazione cinematica e realizzazione meccanica del problema di Sofia Kowalewski relativo al moto di un corpo rigido pesante interno ad un punto fisso. — *Montesano D.* I gruppi cromoniani di numeri. — *Del Re.* Sopra alcune formule fondamentali nell'analisi spaziale ad *n* dimensioni di Grussmann. — *Marcolongo R.* Sull'equazione della propagazione del calore nei corpi cristallizzati. — *Chistoni C.* Sopra una notizia del Dott. Knoche riguardante la formazione del Glatteis. — *Profilo S. C.* Su l'azione degli idrati di sodio e di potassio nelle soluzioni di glucosio rispetto all'azione ottica. — *Cantarino F.* Osservazioni meteoriche fatto nel R. Osservatorio di Capodimonte nei mesi di Novembre, Dicembre, Gennaio e Febbraio. — *Lazzarino O.* Determinazioni assolute dell'inclinazione magnetica nel R. Osservatorio di Capodimonte eseguite nell'anno 1910. — *Chistoni C.* Osservazioni meteorologiche fatte nell'anno 1910 all'Istituto di Fisica Terrestre della R. Università.

Revista de la R. Acad. de Ciencias de Madrid. N. 9-10.

Echegaray. Teoria de lostorbellinos. — *Mier y Miura* Sismógrafo analizador. — *Builla.* Nuevo metodo de obtencion des aminas, empleando la reacción de Grignard. — *Hidalgo.* Catálogo de los moluscos testáceos marinos de la costa y bahia de cadiz. — *Schwocrer.* Sur la Constance de la Radiation solaire.

Mondo sotterraneo. Maggio-Giugno, 1911.

Ricci L. Osservazioni sulla temperatura delle sorgenti di Livenza. *De Gasperi G. B.* Catalogo delle grotte e voragini del Friuli. — *Fratini F.* Analisi batteriologiche di acque destinate a scopo potabile.

Bull. della Soc. Geografica italiana. — N. 8.

Baratta M. La Pianta d'Imola di Leonardo da Vinci — Le saline della Turchia. — *Pasi P.* La colonia dell'orange e il Natal.

L'industria chimica. — N. 15.

Sestini Q. L'analisi dei bronzi — Fabbricazione dell'iposolfito di soda — Sul cemento di magnesia — Rapporti fra le industrie tessili e quelle dei grassi.

La Technique Moderne. — N. 8.

M. A. Contribution à l'étude des traitements thermiques. — *Latour J.* La construction d'une ligne de transport d'énergie électrique. — *Fartigny E.* La commande électrique dans les usines texiles. — *Levebure L.* Les applications frigorifiques à bord des navires de guerre. — *G. F.* L'èxploitation moderne d'un grand réseau de chemins de fer aux Etats-Unis. — *Creussard. L.* La distribution et les mounements secondaires dans les perforatrices et marbeaux pneumatiques. — *Montpellier A.* La panification et les pétrins mécaniques. — *Grandmougin E.* Emploi de spectroscopie dans l'industrie chimique.

Nouvelles Annales de Mathématiques. — IV Serie, t. XI, juin, 1911.

J. Plane. Ricerche geometriche sulle normali ad una parabola condotte da uno stesso punto. — *E. Turrière.* Determinazione dei complessi le cui superficie risolventi sono di rivoluzione e coassiali. *A. Denjoy.* Sull'errore commesso nel calcolo approssimato d'una radice d'equazione col metodo di Newton. — *A. Denjoy.* Dimostrazione d'un teorema sulle serie a termini positivi. — *T. Got.* Dimostrazione d'un teorema di Kummer su un tipo di determinanti. — *G. Valiron.* Sul centro di curvatura in un punto d'una conica. — Bibliografia, Corrispondenza, Soluzione di questioni proposte.

SCOSSE TELLURICHE NEL LUGLIO 1911



GRADI DELLA SCALA DI MERCALLI

★ Punti colpiti

I Strumentale.
II Molto leggera.
III - Leggera
IV - Sensibile o mediocre.
V - Forte.
VI - Molto forte.
VII Fortissima.
VIII - Rovinosa.
IX - Disastrosa.
X - Disastrosissima.

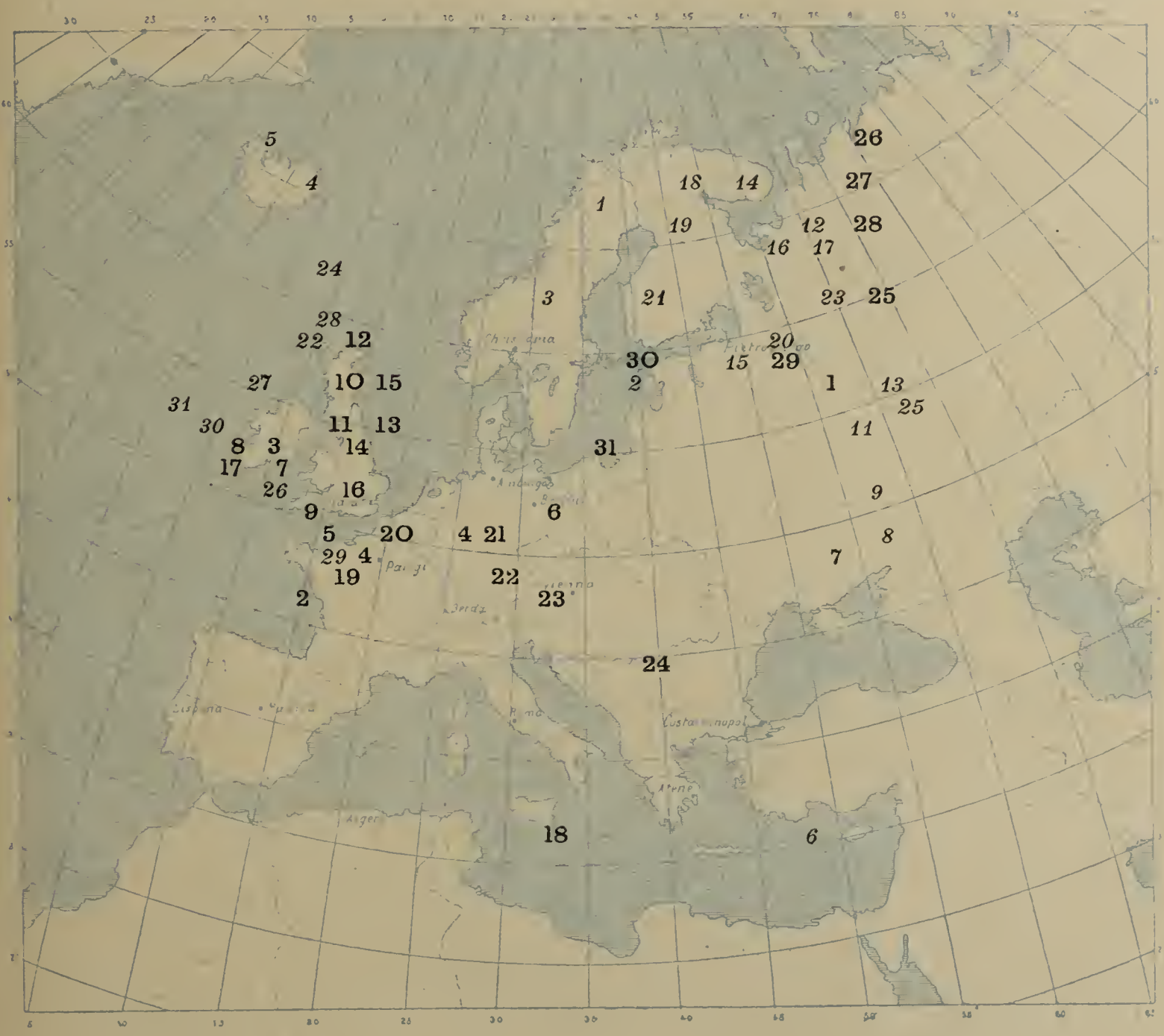
Il 3 a 23 h 1/2 Mineo II-III. — Il 7 a 21 h 3/4 Messina sc. — Il 9 a 9 h 1/4 Messina V: a 12 h 17 h 3/4, 18 h 3/4 Messina sc.; il 17 a 22 h 3/4 e 23 h 1/4 ed il 18 a 3 h 1/4 Bertinoro. — Il 19 a 11 h 1/4 e 18 h 3/4 Messina III. — Il 21 a 22 h 3/4 Bagnone (Massa) IV. — Il 29 a 22 h 1/4 e 23 h 1/2 S. Andrea di Conza (Avellino) II e V. — Il 30 a 3 h 1/2 a Stroncone (Perugia) sc.; a 20 h 1/4 Bertinoro sc. — Il 31 a 21 h e 22 h 1/2 Bertinoro.

Registrazioni. — Il primo a 23 h 1/2 Moncalieri e Rocca di Papa L il 2 a 3 h 3/4 Taranto e Rocca di Papa V a 23 h 1/2 Catania e Messina, il 3 a 23 h 1/4 Rocca di Papa V, il 4 a 14 h 3/4 in tutti gli osservatori L, il 5 a 3 h 1/4 Rocca di Papa, Roma, Moncalieri, Padova L: a 20 h Moncalieri, Rocca di Papa, l'8 a 2 h in tutti gli osservatori L, il 9 a 2 h a Mineo, Catania, Messina V; a 2 h 1/2 a Catania V: 9 h 1/4 Mileto V; l'11 a 22 h 3/4 e 12 a 5 h 1/2 in tutti gli osservatori L; il 17 a 7 h 1/4 Rocca di Papa V; il 19 a 11 h 1/2 a Catania, Foggia e Roma L; il 23 a 17 h 3/4 Taranto, Rocca di Papa e Moncalieri L; a 21 h 1/2 Ischia V; il 24 a 3 h Moncalieri V; a 17 h 3/4 Ischia e Rocca di Papa V; il 29 a 23 h 1/2 Ischia e Foggia V. — Il 30 a 18 h 3/4 Padova V.

MASSIMI E MINIMI BAROMETRICI NEL LUGLIO 1911

C = ciclone
A = anticiclone

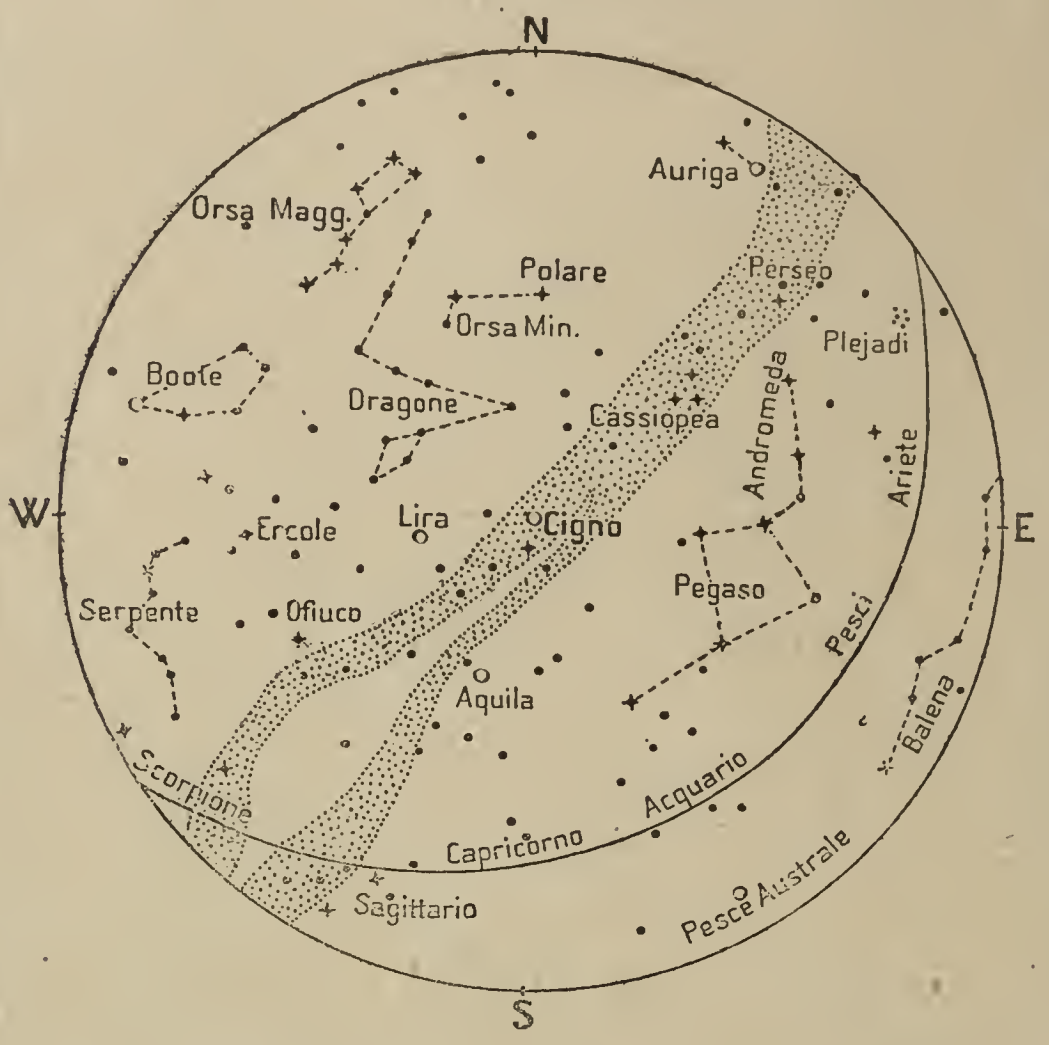
I numeri in *corsivo* indicano la data ed il luogo dei minimi; gli altri dei massimi



D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo
1	765	743C	6	772A	757	11	778A	752	16	770	739C	21	771A	760.	26	768	756
2	764	754	7	770	759	12	777A	754	17	765	738C	22	771A	754	27	770	752
3	772	755	8	771	756	13	776A	755	18	763	743C	23	769A	760	28	772	755
4	775A	748	9	772	753C	14	775	751	19	765	750C	24	767A	757	29	775A	759
5	774	748	10	778A	752	15	774A	749C	20	768A	757	25	767	757	30	774	751
															31	768	755

Il primo ciclone sulla Norvegia, depressioni in quasi tutta Europa. — Il 2 e più decisamente il 3 si avanzano dall' Atlantico alte pressioni, che il 4 si chiudono in antic. sulla Francia Settentrionale e Germania. — Il 5 nuove masse di alte pressioni arrivano dall'Atlantico; il 6 antic. sulla Germania. — Il 7 e l'8 perseverano le alte pressioni. — Il 9 ciclone sulla Russia, il 10 antic. sull'Inghilterra. — Dall' 11 al 13 centro antic. sulla Gran Brettagna: il 14 e 15 formazione antic. sulla Sardegna: questo giorno anticiclone sull'Inghilterra ciclone sulla Russia. — Il 16 e 17 ciclone sulla Russia. — Il 18 in Val Padana formazione cicl. che il 19 si protende al di là della Corsica e Sardegna. — Il 20 antic. sull'Europa centrale, con centro che passa successivamente dalla Germania il 23 sull'Austria, ed il 24 sulla Romania. — Dal 25 alla fine del mese le alte pressioni si portano a NE d'Europa con tendenza a chiudersi in anticiclone gli ultimi tre giorni.

15 Settembre ore 21.



PIANETI		α	δ	Passaggio
Mercurio	1	11h26m	− 10.°11′	12h 58m
	11	10 56	+ 3. 26	11 49
	21	10 48	+ 7. 37	11 1
Venere	1	11 42	− 6. 21	13 14
	11	11 24	− 5. 32	12 17
	21	11 3	− 2. 53	11 16
Marte	1	3 45	+ 17. 56	5 17
	11	4 3	+ 19. 1	4 56
	21	4 19	+ 19. 54	4 33
Giove	1	14 30	− 13. 50	16 2
	11	14 37	− 14. 21	15 29
	21	14 43	− 14. 55	14 56
Saturno	1	3 14	− 15. 29	4 47
	11	3 14	− 15. 26	4 8
	21	3 13	− 15. 20	3 27

Fenomeni Astronomici

Il Sole entra in Bilancia il 24 a 5h 18m. dando principio all'autunno astronomico.

Congiunzioni — Con la Luna, Urano il 4 a 18 h; Saturno il 13 a 15h; Marte il 14 a 14h; Nettuno il 17 a 23 h; Venere il 21 a 12 h; Giove il 26 a 5h; Mercurio con Venere il 24 a 17 h. Mercurio a 9° 26′ N.

Stazioni — Saturno il 2 a 21 h; Mercurio il 18 a 23 h.

Elongazioni — Mercurio il 25 a 13 h.

Varia — Mercurio in nodo ascendente il 21 a 11 h.

FASI ASTRONOMICHE DELLA LUNA

L P	L N
l' 8 a 16h.57m.	il 22 a 15h. 37m.
U Q	P Q
il 15 a 18h. 51m.	il 30 a 12h. 8m

APOGEO
il 2 a 8 h.

PERIGEO
il 17 a 7 h.

APOGEO
il 30 a 4 h.

Sole (a mezzodì medio di Parigi = 12h. 50m. 39s t. m. Europa centr.)

Giorni	Asc. r.	Declin.	Longit.	Distanza dalla Terra in Km.	Semid.	Parallasse orizz.	Durata del passaggio del Semidiam.	Obliquità dell'ecclittica	Equazione del tempo
1	10h.38m.	+ 8° 36′	157°55′	150.850.000	15′53″	8″ 72	1m. 4s.	23.° 27′10.″51	+ 0m.14s.
11	11 14	+ 4. 54	167 37	150.470.000	15 56	8 74	1 4	23. 27.10. 65	− 3 5
21	11 50	+ 1. 3	177 22	150.070.000	15 58	8 77	1 4	23. 27.10. 72	− 6 36

I Satelliti di Giove.

Il 9 occultazione p. del I a 20h 11 m. — Il 10 passaggio f. del I a 19 h 46 m. — Il 17 passaggio p. del I a 19 h 32 m. — Il 26 ombra f. del I a 19 h 5 m.

MARCO SALVADORI - *Segretario Responsabile.*

Pavia, 1911 — Premiata Tipografia Successori Frat. Fusi.

ARTICOLI E MEMORIE

P. PALLADINO

LES COMPOSÉS CHIMIQUES DANS L'ESPACE

Dans des précédentes publications (1), en prenant pour point de départ l'hypothèse de l'*unité de la matière* et en étudiant ses possibles groupements. j'ai cru prévoir par des calculs, la forme et les rapport des dimensions des quantités de combinaison des éléments (2).

Cela abstraction faite des propriétés physiques et chimiques des éléments mêmes et en choisissant les individus qui corréspondaient par leurs poids aux poids de combinaison (3). J'ai ainsi obtenu, dans les formes plus simples, une distribution des éléments corréspondente à la classification du Mendeleieff.

Si l'hypothèse sur l'unité de la matière est une réalité et si mes calculs furent bien conduits, la forme trouvée pour les q. c. des corps, devrait expliquer les propriétés chimiques et physiques des corps mêmes.

Cette explication me semble se verifier, en examinant les considérations et les applications qui suivent, quoique elles ne soient encore étendues qu'à un nombre, relativement limité, de corps.

Je tiens à déclarer avant tout, que je me borne à présenter

---

(1) Moniteur scientifique Quesneville 1910 pag. 489-522.

(2) Pour quantité de combinaison, j'écrirai ensuite seulement q. c.

(3) L'unité choisie est 2044, 5312 fois plus grande du plus petit noyau d'Étér (éléctrone = 8 moni). La q. c. de l'hydrogène serait 2062,5 fois le dit éléctrone, ce qui correspondrait aux plus récents calculs basés sur le phénomène de Zeeman, qui donneraient la masse de l'électrone comme (en chiffre rond) 2000 fois plus petite que celle de l'hydrogène.

mes formes dans les composés et dans les formules chimiques et à constater qu'elles produisent des superpositions régulières et concordantes avec les réactions et les propriétés chimiques, qui sont des faits reconnus (1).

Pour simplifier la démonstration des formules des composés, je vais adopter, dans la prosécution de ce travail, des signes particuliers qui répresentent à peu-près la section des formes des éléments. Ces signes sont réproduits sous les figures en même temps que les symboles qui ont servi jusqu'ici à réprésenter les élements.

Pour les corps qui (comme l'hydrogène (fig. 10), le K (fig. 13), les Na, Fl, etc.) ont une q. c. de 5 polyaptomoni separables, j'ai adopté le symbol commun posé dans le point de la section d'une seule des 5 positions symmetriques occupées par les 5 polyaptomoni. (Voir par ex. le signe de la fig. 11 pour l'eau).

Pour mieux voir la position de l'hydrogène dans les composés et particulierement dans ceux du C (voir les deuxièmes

---

(1) L'affinité chimique ne dépend seulement de la forme, mais en même temps elle dépend de la masse et des conditions de l'ambiant (solide, liquide, gaseux, éthéré; suspension, solution; pression, température, électrisation, mouvement, distance, etc.).

Nous ne connaissons point encore les lois qui règlent l'affinité dans les différentes conditions et c'est pour cela que *nous pourrons trouver des compositions possibles par la simple snperposition des q. c. qui peut-être n'existent pas ou devraient être différemmcnt disposées.*

On ne peut donc prétendre d'avoir résolu au prémier abord toutes les difficultées, ni de présenter un ouvrage complet ou, moins encore, sans défauts.

Avec d'ultérieurs études on pourra éténdre et perfectionner cet ouvrage, qui doit nécéssairement ressentir dés nombreuses difficultées, entr'autre celle de choisir les faits seulement, en s'émancipant de tout ce qui dépend des théories jusqu'ici en réputation.

La valence même (mono, bi, tri, tétra, etc.) qui a été jusqu'ici un précieux auxiliaire, doit être considéréc comme une conception transitoire et d'ailleur la variété de la valence, dans un même élément, en serait la confutation comme propriété stable des elements.

signes des fig. 58, 59, 60), j'ai quelque fois substitué l'H avec un tout petit rond.

Enfin, pour épargner le lourd travail de la fabrication des nombreux et très-petits modèles des polyoptomoni de l'hydrogène (fig. 9, icosaèdres, chacun avec 20 tétraèdres, comme celui à droit de la fig.), je les ai substitués par des petites sphères, comme on voit dans les fig. successives à la fig. 10.

Densité.

La forme des q. c. des éléments nous donnera des rélation intéressantes avec la densité. J'en traiterai dans une autre publication (1). Je me bornerai ici à observer que la densité des métaux lourds importe que les aptomoni qui composent leurs q. c. soient à-peu-près unis entr'eux et que la légèreté de certains éléments, comme O, Mg, Ca, P, etc. importe qu'ils soient rélativement éloignés entr'eux. Les cinq aptomoni de l'oxygène et du phosphore par ex. devraient à cet éloignement la possibilité de pouvoir se présenter (selon les circonstances) en forme ouverte (fig. 36) ou en forme close (fig. 38 et 39) (2).

La forme ouverte sera toujours la moins stable et sa stabilité dépendra de la forme des q. c. avec lesquelles elle s'unit, soit par polimérisation, soit dans les composés.

La stabilité sera encore favorisée lorsque ses aptomoni

---

(1) Il faut ajouter que, selon ultérieurs études, certains éléments trouveraient une place plus propre et en même temps plus correspondante aux travaux du Mendeleieff, comme il suit :

a) Le *Mn* dans le *groupe particulièr* (Voir Monit. Scient. 1910 pag. 489-522) avec le *Co*, *Pd*, *Pt*, au grade 65.

b) Les *Li*, *Na*, *Ag* dans une série très semblable à celle du *K*, *Rb*, *Cs*, que j'avais négligée, avec le grade 16, 25, 44.

(2) Dans les figures les distances ne figurent pas, étant certainement bien petites.

auront (comme pour le phosphore) les arêtes émoussées (1). Nous reviendront sur l'argument en parlant du phosphore pour lequel les deux formes peuvent donner l'explication de ses transformation allotropiques.

Quantités de combinaison et composés des éléments.

Ie me bornerai, pour le moment, à l'étude des éléments soufre, azote, phosphore, fer, manganèse et des principaux composés des mêmes, ajoutant enfin quelques groupes de la chimie organique.

Toutefois, pour en compléter l'étude il faut examiner sommairement d'autres éléments et composés.

Dans les fig. 1, 2 nous voyons la forme close de l'oxygéne, vue de côté et prospectivement.

La fig. 3 réprésente l'un des 5 aptomoni qui composent la q. c. de l'oxygène.

Fig. 4. Forme ouverte de l'oxygène.

Fig. 5, 6, 7, 8. Différentes manières possibles d'union des deux formes de l'oxygène. La fig. 6 representerait la molécule gazeuse O_2 et la 8, peut être, la molécule liquide O_4.

Fig. 10. H = q.c. de l'hydrogène formée par 5 polyaptomoni, comme celui de la fig. 9 qui à son tour est composé de 20 aptomoni (tétraèdres rég.), comme celui tout proche à sa droit.

Fig. 11. H_2O = Molécule gazeuse de l'eau.

Fig. 12, $2H_2O$ = Molécule liquide de l'eau.

Fig. 13. K = q.c. du potassium.

---

(1) La stabilité de la forme ouverte dans la molécule de l'Oxygène (fig. 6) serait due à l'union d'une forme ouverte à une close.

Dans la molécule de l'eau (fig. 11) la stabilité de la forma ouverte serait due aux 5 polyaptomoni (fig. 10) de l'hydrogène qui, dans la partie B, s'adaptent très-bien dans l'éspace concave et contribuent à maintenir unis ed dans la position ouverte les 5 aptomoni de l'oxygène.

La forme ouverte dans le phosphore, grace à l'aplatissement de ses arêtes, a une relative stabilitè qui peut permettre son existence à l'état libre; stabilité qui réclame une dépénse de force pour en détacher les arêtes, pour permettre ensuite le passage de la forme ouverte à celle close.

Fig. 14. KOH = Molécule de l'hydrate de potassium, formée par la substitution de K à H (A fig. 11) dans la molécule de l'eau.

Fig. 15. Cl = q.c. du Chlore.

Fig. 16. HCl = molécule de l'acide chlorhydrique.

Fig. 17. I = q.c. du jode.

On voit (fig. 16) comme la q. c. de H se trouvera moins bien enfermée dans l'espace centrale de la q. c. de Cl, que dans l'éspace du Fl, parce que (étant les polyaptomoni du Fl plus petits que ceux du Cl), l'éspace compris entre les 5 polyaptomoni qui en constituent la q. c. est plus petit dans le Fl que dans le Cl.

Ce fait éxpliquerait comme l'HFl est plus stable du HCl.

Dans le Br. et, plus encore, dans l'I l'éspace sera plus grand encore que dans le Cl; ce qui expliquerait la successive diminution de stabilité dans les acides HFl, HCl, HBr, HI. Au contraire l'oxygène (fig. 2) se fixe très-bien dans l'éspace de I et n'empèche point à un autre I de s'unir au dessous du premier en formant I_2O.

Enfin, en examinant la fig. 17, on voit qu'une q. c. d'jode peut contenir 5 q. c. d'oxygène, qui s'adaptent très-bien à ses 5 polyaptomoni; et que ce composé vient d'être complété par la superposition à chaque oxygène d'un des 5 polyaptomoni d'une autre q. c. d'jode. Voilá le composé

$I_2O_5 =$



74.

ou l'jode était considéré comme pentavalent.

Si l'on considère ce composé, on voit que, dans chacune des deux parties èxtérieures, on peut y adapter encore, dans le centre, une q. c. d'oxygène formant le composé

$I_2O_7 =$



75.

ou l'jode était considéré heptavalent. Les deux composés cor-

réspondants Cl_2O_5, Cl_2O_7 avec le Chlore et moins encore avec le Fluore, ne peuvent subsister, parce que les 5 oxygènes sont trop grands pour trouver place tous ensemble sur les 5 polyaptomoni du Cl et du Fl qui sont plus petits.

Les composés plus possibles du Chlore avec l'oxygène seraient :

$Cl_2O =$  ; $ClO_2 =$  ; $Cl_2O_3 =$  ; $Cl_2O_4 = 2Cl_2O$

76. 77. 78.

Si on present un Cu, par ex. (fig. 49) à deux HCl (fig. 16), on voit comme le premier peut former $CuCl_2$, restant compris entre les éspaces des deux Cl, en chassant les 2H.

Soufre et ses composés.

Je n'ai encore pu étudier de quelle manière pourrait on éxpliquer les différents états hallotropiques du soufre. Je ne crois pas pourtant pouvoir affirmer qu'ils dépendent comme pour le P, d'une différente disposition des (dix) aptomoni composants le soufre (1).

---

(1) C'est probablement une différente disposition des q. c. du soufre qui produirait la formation de molécules de différente complexité. On peut avoir en effet des formes allongées par l'union en chaine de plusieurs S et d'autres conglomerations, y comprise une forme sphéroïdale avec 12 S.

En récoñaissant (en dehors du contenu en hydrogène et du voisinage différent des aptomoni constituants) la réssemblance entre la molécule liquide de l'eau ($2H_2O$ fig. 12) et la q. c. du soufre (fig. 19), on sérait tenté de supposer une certaine analogie entre les variations de la distribution des molécules liquides de l'eau et des q. c. du



79



80

soufre (par la formation de molécules plux complexes) en s'approchant au point de solidification.

C'est seulement une supposition. Si par ex. les molécules liquides

Dans les composés, le soufre se presente toujours sous une même forme et l'ensemble de ses propriétés ne fait prévoir une distance quelconque entre ses aptomoni. Sa densité modérée serait due surtout aux deux vides concaves (fig. 19) de sa forme.

Etant les (dix) aptomoni du soufre égals aux (cinq) aptomoni de l'oxygène, on devrait s'attendre, dans le cas contraire, une facile transformation du soufre en oxygène et viceversa. Cette facilité n'existe pas (1).

Acide sulfhydrique. (Fig. 25).

On voit comme aux 5 polyaptomoni du H en position D de l'acide sulfhydrique, on peut substituir les 5 polyaptomoni du Na (semblables à ceux du K de la fig. 13) et obtenir ainsi le

$$\underset{81.}{\mathrm{NaSH}} = \quad ^{Na}\square^{H}$$

ou *sulfure monosodique.*

---

de l'eau ou les q. c. du soufre etaient:

a) En s'éloignant du point de solidification, isolées et disposées comme démontre la figure 79

b) En s'approchant du point de solidification, groupées 6 à 6 comme à la figure 80.

On pourrait expliquer l'accroissément (qui semblerait anormal) du volume de l'eau et du soufre en s'approchant du point de solidification. En effet 6 molecule d'eau liquide ou 6 q. c. de soufre occuperaient dans le premier cas un volume cubique inferieur (1×3×2) que dans le deuxième (1×3×3).

La disposition dernière donnerait aussi l'explication des formes hexagonales der cristaux de la neige.

(1) Donnée l'égalité des aptomoni du soufre et de l'oxxgène, si l'union des aptomoni du prémier (quoique plus intime et résistente de celle des seconds) est telle à pouvoir être rompue par une force *supérieure à celles jusqu'ici à notre disposition,* la trasformation d'oxygène en soufre et de soufre en oxygène ne saurait être considérée impossible.

Quelques uns ont cru de constater la première, de l'oxygène en soufre, par l'action de la foudre. Entr'eux, M. le prof. I. Galli citerait des faits qui porteraient à cette conclusion.

Pont. Accademia dei nuovi Lincei. Roma, Actes 1909 pag. 128, 130; 1910 pag. 152; 1911 pag. 59. Memoires 1908 pag. 385-386.

De la même manière on peut substituer les 5 polyaptomoni de l'autre H (D_1 fig. 25) en formant le *sulfure bisodique*

$Na_2S =$ 

82.

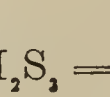
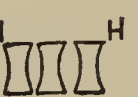
La majeure difficulté de cette deuxième substitution pourrait être expliquée, soit par les changées conditions de l'ensemble, soit par la difficulté de ranger le deuxième Na dans la position occupée auparavant par H, parce que le deuxiéme Na en serait obstaculé par le premièr.

Q' on dise le même pour les Rb, Cs, Si, Na, Ag.

Persulfures.

En examinant la fig. 19, on voit comme plusieurs soufres peuvent s'unir avec facilité entr'eux par les pentagones formés par les arêtes aux deux extrémités latérales, donnant lieu à la formation de *polysulfures.*

Persulfures d'hydrogène.

$H_2S_2 =$  ; $H_2S_3 =$ 

83. 84.

et semblablement les H_2S_4 ; H_2S_5

Polysulfures de sodium.

$Na_2S_2 =$ 

85.

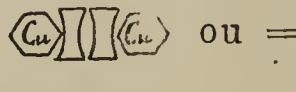
et semblablement les Na_2S_3 ; Na_2S_5.

En examinant les formes du cuivre (fig. 49), du Hg (semblable, mais de grade bien plus élevé, à celle de l'O fig. 1,2), du Au (semblable au Cu), de l'Ag. (semblable à-peu-près à celle du K, mais plus grande), on peut voir la facilité de la formation des sulfures correspondants.

Sulfure cuivrique $Cu_2S =$ 

86.

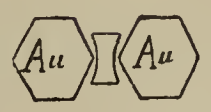
Sulfure cuivreux.

CuS ou $Cu_2S_2 =$  ou =... 

87. 88.

Sulfure mercurique HgS ou $2HgS$ = 

89.

Sulfure aureux Au_2S = 

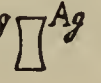
90.

Sulfures auriques Au_2S_2 = 

91.

Au_2S_3 = 

92.

Sulfure d'argent Ag_2S = 

93.

Composés oxygénés. En brulant le soufre en présence d'oxygène, on obtient le SO_2 (fig. 20) ou *bioxyde de soufre.*

En ajoutant H_2O au SO_2 on abtient *l'acide sulfureux* (fig. 21); aux deux q. c. de H duquel on peut successivement substituer deux q. c. de K formant les *sulfites mono* et *bipotassique* (fig. 22).

La différence de la réaction due aux deux q. c. de H de l'acide sulfureux, pourrait être attribuée à la differente position des mêmes q. c. (1).

---

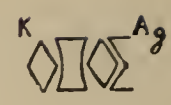
(1) *Réaction acide et alcaline.* Les réactions acide et alcaline sont dues à l'hydrogène de l'oxhydrile, ou au moins à l'action de cet hydrogène sur le dissolvent.

Si l'on examine les formes dejà étudiées (ce que l'on verra confirmé dans la suite de ce travail), on trouve que dans les oxhydriles acides, l'hydrogène occupe la position A de la fig. II, tandis que dans les oxhydriles alcalins il occupe la position B.

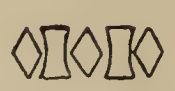
L'eau, ayant un hydrogène alcalin et un acide, serait neutre.

Pour les acides des haloides (fig, 16) l'hydrogène cause de l'acidité serait dans la position centrale de la q. c. des mêmes.

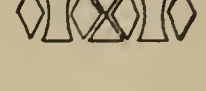
Dans l'acide sulfhydrique (fig, 25) les hydrogènes sont seulement à-peu-près dans la position A de la fig. 11 et par consequent leur réaction acide sera plus faible.

Sulfite de potassium et d'argent $KAgSO_3$ = 

102.

Sexquioxyde de soufre S_2O_3 = 
103.

Trioxyde de soufre SO_3 (Fig. 23).

Forme stable du même $2(SO_3)$ = 
104.

Heptoxyde de soufre S_2O_7 = 
105.

En ajoutant H_2O (fig. 11) au trioxyde de soufre (fig. 23), on obtient l'*acide sulfurique* (fig. 24).

Dans l'acide sulfureux fig. 21 l'hydrogène A est acide pendant que l'hydrogène C est neutre, se présentant au dissolvent comme l'hydrogène libre (fig. 10) qui ne communique à l'eau aucune réaction.

Dans le KOH (fig. 14) le K, en substituant l'hydrogène acide de l'eau, ne donne plus réaction; il est en position neutre et la réaction alcaline du KOH serait due à l'autre hydrogène (position B fig. 11). En effet, dans l'acide sulfurique (fig. 24) en neutralisant par 2K les 2H (tous les deux en position acide A) nous avons un sel, le sulfate bipotassique, qui est neutre,

Dans la position (C fig. 22) à gauche du nitrite bipotassique il se présente a l'eau comme le K libre (fig. 13) et tendra comme colui ci à hydroliser l'eau, donnant réaction alcaline. En effet, le K du bisulfite etant neutre en A comme nous l'avons démontrée, et ayant le bisulfite réaction alcaline, cette réaction ne peut être due qu'à l'autre K dans la position C.

Dans la position D et D_1 de la fig. 25, les 2K qui substitueraient les 2H de l'acide sulfhydrique, auraient une position intermède entre la position neutre A de la fig. 22 et la position alcaline C, donnant une réaction faiblement alcaline.

Cette faible alcalinité corréspondrait a-peu-près à la faible acidité des deux hydrogènes de l'acide sulfhydrique. En effet le sulfure monopotassique est neutre. L'acidité de l'hydrogène restant, vient d'être neutralisée par l'alcalinité du potassium qui a substitué l'autre hydrogène.

Si on substitue l'autre hydrogène du sulfure monopotassique avec

En substituant successivement les 2H de l'acide sulfurique par le potassium on obtient successivement le sulfate mono ($KHSO_4$) et bipotassique

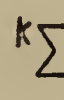
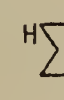
K_2SO_4 = 
106.

En traitant 4 molécules d'acide sulfurique avec 2 q. c. de

---

un'autre K, on aura donc réaction alcaline due à tous les deux K dans cette position, ce qui reèllement se verifie.

Nous aurons donc dans, les fig. 11, 21, 22, 25 les réactions suivantes :

	Potassium	*Hhydrogène*
Dans la position A =	 neutre 94.	 acide 98.
» » D =	 faibl. alcaline 95.	 faibl. acide 99.
» » C =	 alcaline 96.	 neutre 100.
» » B =	 alcaline 97.	 alcaline 101.

L'ammoniaque (fig. 29), aura deux H alcalins et un acide, parce que le residu de sou alcalinité corrèspondrait à l'acidité d'un hydrogène dans la susdite position A. En effet elle est neutralisée par un des H de l'acide sulphurique auquel elle s'unit sans perte d'hydrogène.

En outre, elle reste neutralisée aussi par l'H acide de l'eau dans la formation de *l'hydrate d'ammoniaque* (fig. 30), dont l'alcalinité résiduelle serait due à l'H alcalin de l'eau, qui a cessé d'etre neutralisé par l'H acide desormais neutralisé par l'ammoniaque.

cuivre, on obtient *sulfate de cuivre*, eau et bioxyde de soufre.

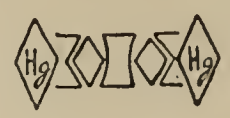
$$4H_2SO_4 + 2Cu = 2CuSO_4 + 4H_2O + 2SO_2$$



107.

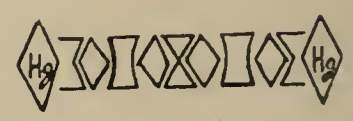
Qu'on dise le même pour le mercure.

Sulfate mercureux Hg_2SO_4 =



108.

Sulfate mercurique $HgSO_4$ ou $Hg_2(SO_4)_2$ =



109.

Pour l'argent on a:

$$2H_2SO_4 + 2Ag = Ag_2SO_4 + 2H_2O + SO_2$$



110.

Sulfate de zinc. $2ZnSO_4$ =



111.

Acide pyrosulfureux $H_2S_2O_5$ =

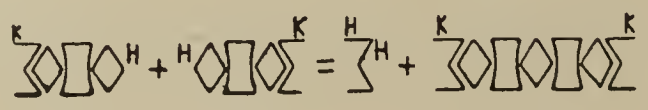


112.

Pyrosulfite de potassium $K_2S_2O_5$

On l'obtient avec formation d'eau dans la dissolution du sulfite monopotassique

$$2KHSO_3 = H_2O + K_2S_2O_5$$



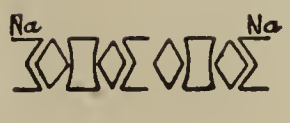
113.

Acide pyrosulfurique $H_2S_2O_7$ =



114.

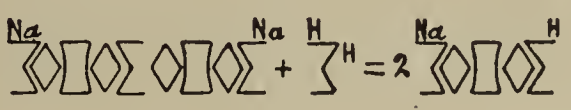
Pyrosulfate de sodium $Na_2S_2O_7$ =



115.

Les pyrosulfates avec l'eau se transforment en sulfates acides.

$$Na_2S_2O_7 + H_2O = 2NaHSO_4$$



116.

Acide persulfurique $H_2S_2O_8$ =



117.

Acide hydrosulfureux (Ostwald) $H_2S_2O_4$ =



118.

Hydrosulfure de zinc $2ZnS_2O_4$ =



119.

ou =



?

122.

Acide thyosulfurique $H_2S_2O_3$ =



ou



?

121. 122.

Thyosulfate de sodium et d'argent.

$NaAgS_2O_3$ =



ou



?

123. 124.

Thyosulfate de sodium $Na_2S_2O_3$ =



124 bis

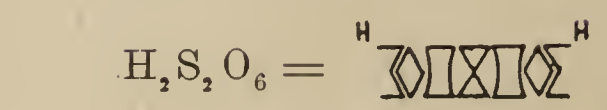
Thyosulfate de plomb $(PbS_2O_3)_2$ =



135.

Pour le plomb voir fig. 43.

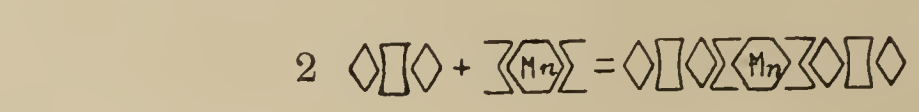
Acide dithyonique.

$H_2S_2O_6 =$  ou mieux $2\,HSO_3 = 2$ 

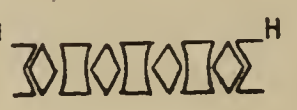
126, 127.

On obtient le dithyonate de Manganèse (pour le Mn voir fig. 47) avec bioxyde de soufre et bioxyde de manganèse.

$$2\,SO_2 + Mn\,O_2 = Mn\,S_2O_6$$

2 

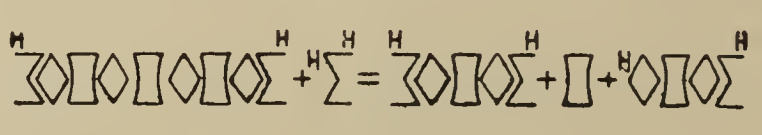
128.

Acide trithyonique $H_2S_3O_6 =$ 

129.

Il se transforme avec l'eau en acide sulfurique, soufre et acide sulfureux.

$$H_2S_3O_6 + H_2O = H_2SO_4 + S + H_2SO_3$$



130.

Acide tétrathyonique $H_2S_4O_6 =$ 

131.

Pour l'obtenir on prépare le tétrathyonate de plomb avec jode et thyosulfate de plomb,

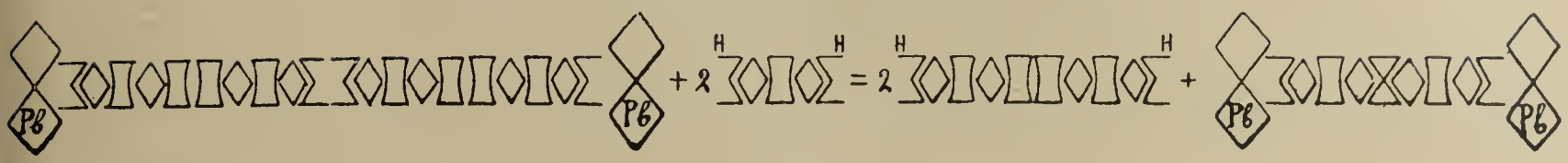
$$2(PbS_2O_3)_2 + 2I_2 = (PbS_4O_6)_2 + 2PbI_2$$



132.

Du tétrathyonate de plomb on obtient enfin l'acide tétrathyonique libre avec séparation de sulfate de plomb, en le traitant par l'acide sulfurique.

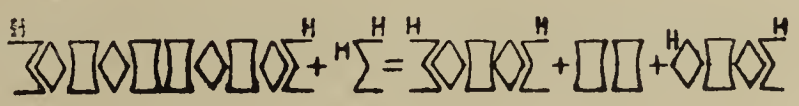
$$(PbS_4O_6)_2 + 2H_2SO_4 = 2H_2S_4O_6 + 2PbSO_4$$



133.

L'eau decompose l'acide tétrathyonique en acide sulfurique, soufre et acide sulfureux.

$$H_2S_4O_6 + H_2O = H_2SO_4 + 2S + H_2SO_3$$



134.

On obtient *tétrathyonate de sodium* et jodure de sodium en traitant le thyosulfate de sodium avec jode.

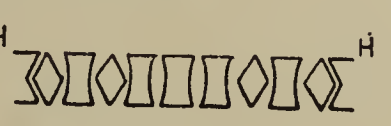
$$2Na_2S_2O_3 + I_2 = Na_2S_4O_6 + 2NaI$$



135.

On obtient l'*acide péntathyonique*

$$H_2S_5O_6 =$$



136.

avec du soufre et de l'eau, par les acides sulthydrique et sulfureux

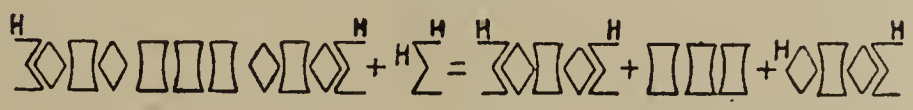
$$3H_2S + 4H_2SO_3 = H_2S_5O_6 + 2S + 6H_2O$$



137.

Par l'eau cet acide se decompose facilement en acide sulfurique, soufre et acide sulfureux.

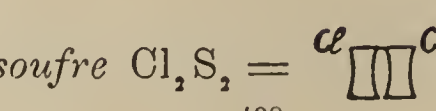
$$H_2S_5O_6 + H_2O = H_2SO_4 + 3S + H_2SO_3$$



138

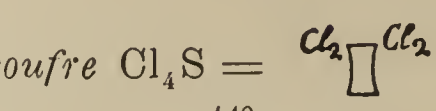
Composés du soufre avec les halogènes.

Protochlorure de soufre Cl_2S_2 =



139.

Tétrachlorure de soufre Cl_4S =



140.

Deux q. c. de Cl ne peuvent s'arranger sur un S parce qu'elles sont trop grandes et par cela elles se combinent avec 2 S. dans le protochlorure (1).

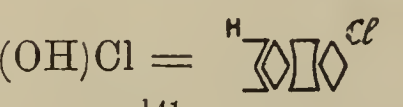
Pour établir les 2 q. c. de Cl sur un seul S il faut l'aide de deux autres q. c. de Cl dans le tétrachlorure (2).

On peut dire la même chose pour l'jode et pour le Brome. Pour le Fl, qui est plus petit, 2 q. c. de Fl peuvent tenir autour d'un S trois ou quatre autres q. c. de Fl en produisant, le *pèntafluorure de soufre* Fl_5S *et le héxafluorure* Fl_6S.

Sulfurile. SO_2 (fig. 20).

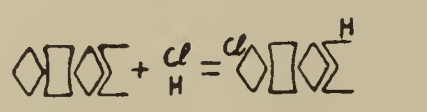
En chauffant légèrement du trioxyde de soufre (fig. 23) avec de l'acide chlorhydrique (fig. 16), on obtient le *chlorure d'oxhydrilsulfurile* ou *l'acide chlorosulfonique*

$$SO_2(OH)Cl =$$



141.

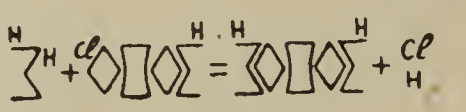
$$SO_3 + HCl = HSO_3Cl$$



142.

Ce composé en présence d'humidité, se transforme en acide chlorhydrique.

$$H_2O + ClHSO_3 = H^2SO_4 + HCl$$



143.

---

(1) Le Te Cl_2 serait possible, étant le Te plus grand du S.

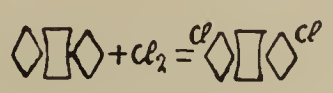
(2) Le Se étant plus grand du S, donnera un Se Cl_4 plus stable du S Cl_4, ce qui se verifie réellement.

Le byoxyde de soufre (fig. 20) avec le chlore (fig. 15) donne le *chlorure de sulfurile*

$SO_2Cl_2 =$ 

144.

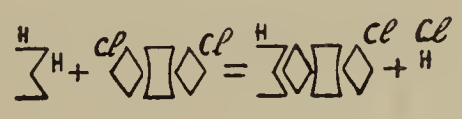
$$SO_2 + Cl_2 = ClSO_2Cl$$



145.

Le chlorure de sulfurile avec de l'eau en scarsité donne acide chlorosulfonique et acide chlorhydrique

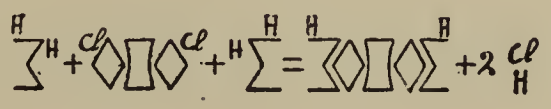
$$SO_2Cl_2 + H_2O = SO_2(OH)Cl + HCl$$



146.

pendant que avec de l'eau en excès il donne acides sulfurique et chlorhydrique.

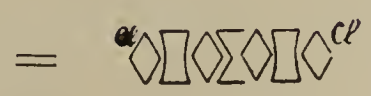
$$SO_2Cl_2 + 2H_2O = H_2SO_4 + 2HCl$$



147.

Pyrosulfurile $S_2O_5 =$ 

148.

Chlorure de pyrosulfurile $S_2O_5Cl_2 =$ 

149.

Azote et composés.

Les aptomoni (fig. 27 bipyramide rég. à base triang.) qui en nombre de 5 composent la q. c. de l'azote, peuvent se grouper mécaniquement en trois manières, comme aux fig. 19,

26, 28. Il parait que la forme de l'azote soit réellement cette dernière.

La molécule N_2 peut mécaniquement se présenter en deux manières, comme aux fig. 31, 33. Seulement la connaissance des forces et des conditions qui règlent l'union des élements peut nous renseigner sur l'existence de l'une ou de l'autre manière d'union, au moins qu'elles n'existent toutes les deux, comme il se verifie dans les composés.

Acide nitrique, HNO_3 (Voir. fig. 35).

Une q. c. d'azotc (à droit de la fig.) serait unie a 3 q. c. d'oxygène, dont la dernière (a gauche) formerait, avec une q. c. d'hydrogène, un oxhydrile acide.

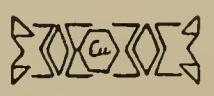
Si l'on examine ce groupement, on voit que le groupe des trois oxygènes est formé pas une molécule gaseuze d'oxygène (fig. $6{=}O_2$) unie à une demi molécule d'oxygène, précisement comme pour la formation de l'*ozone*. Cela éxpliquerait la rèssemblance des propriétés oxygenantes de cet acide avec celles de l'ozone.

Nitrate de potassium $KNO_3 =$



150.

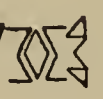
Nitrate de cuivre $Cu(NO_3)_2 =$



151.

Pour le cuivre voir la fig. 49.

Nitrate d'argent $AgNO_3 =$



152.

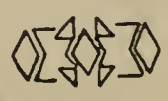
Acide nitreux HNO_2 (fig. 34).

Nitrite de potassium $KNO_2 =$



153.

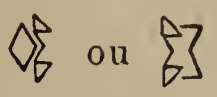
Pentoxyde d'azote $N_2O_5 =$



154. ou



515.

Oxyde d'azote $NO =$  ou

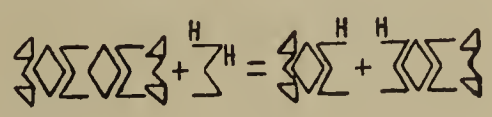
156. 157.

Péroxyde d'azote $NO_2 =$ 

158. 159.

Avec de l'eau, il donne acide nitreux et nitrique.

$$2NO_2 + H_2O = HNO_2 + HNO_3$$



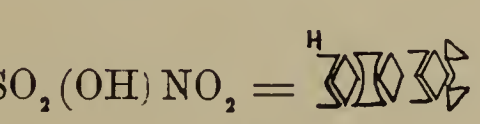
160.

Anhydride nitreuse $N_2O_3 =$ 

161.

Acide hyponitreux $H_2O_2N_2 = 2$  instable.

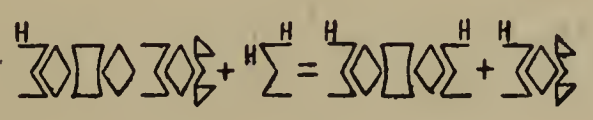
162.

Acide nitrosulfurique $SO_2(OH)NO_2 =$ 

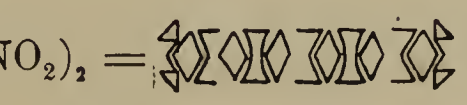
163.

Avec de l'eau il donne acide sulfurique et nitreux.

$$SO_2(OH)NO_2 + H_2O = H_2SO_4 + HNO_2$$



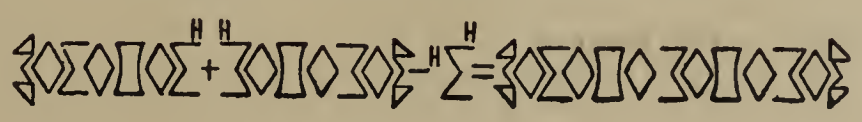
164.

Dinitrosulfurile $S_2O_5(NO_2)_2 =$ 

165.

On l'obtient en dishydratant l'acide nitrosulfurique par la chaleur.

$$2SO_2(OH)NO_2 - H_2O = S_2O_5(NO_2)_2$$



166.

Ammoniaque NH_3 (V. fig. 29).

Hydrate d'ammoniaque NH_4OH (V. fig. 30 $= NH_3.H_2O$).

On voit très bien que l'eau peut s'unir sans changer (se sommant) à l'ammoniaque.

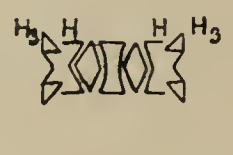
L'H acide de l'eau rèsterait neutralisé par l'action complexe des 3H de l'ammoniaque et l'action alcaline de l'hydrate rèsterait due à l'H alcalin de l'eau qui n'est plus neutralisé par celui acide de la même molécule d'eau, étant celui ci à son tour dejà neutralisé par l'ammoniaque.

En unissant les acides (par ex. les acides nitrique et nitreux fig. 35, 34) avec l'ammoniaque, leur H acide restera neutralisé de la même maniére et le composé résultera neutre, n'ayant (au contraire de l'eau dans l'hydrate) d'autres H alcalins.

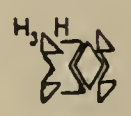
Q'on dise le même pour l'acide sulfurique avec $2NH_3$.

Nitrate d'ammoniaque $NH_4NO_3 = NH_3.HNO_3 =$ 

167.

Sulfate d' ammoniaque $H_2SO_4(NH_3)_2 =$ 

168.

Nitrite d' ammoniaque $NH_4NO_2 = NH_3.HNO_2 =$ 

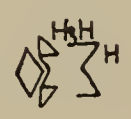
169.

Hydrossilamine $NH_3O =$  (1).

170.

---

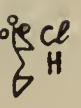
(1) L'hydrossilamine a réaction alcaline. En effet l'H_2O en s'unissant avec cet composé, se comporte comme l'H_2O qui s'unit à l'ammoniaque, formant

$ONH_3.H_2O =$ 

177.

(Voir hydrate d'ammoniaque)

Chlorure d'ammoniaque $NH_4Cl = NH_3.HCl =$



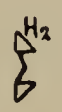
171.

Ammide potassique $KNH_2 =$



172.

Ammide $NH_2 =$



173.

Diammide ou hydrazine $2NH_2$ (V. fig. 32).

Hydrates d'hydrazine.

On voit très-bien comme deux molécules d'eau peuvent s'unir en se sommant aux deux côtés de l'hydrazine de la même manière qu'une molécule d'eau peut s'unir d'un côté de l'ammoniaque. D'où la formation des deux hydrates d'hydrazine $N_2H_4.H_2O$ et $N_2H_4.(H_2O)_2 = H_2O.N_2H_4.H_2O$.

Sulfuril Ammide ou *sulfamide*. $SO_2(NH_2)_2 =$



174.

Acide Sulfamminique ou ammidosulfurique.

$SO_2NH_2OH =$

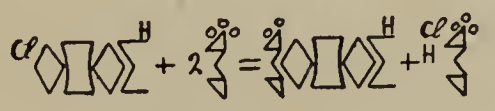


$= NH_2.SO_2.OH$

175.

On l'obtient ensemble à production de chlorure d'ammoniaque, par acide chlorosulfonique et ammoniaque.

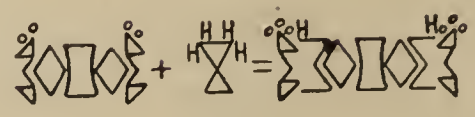
$$SO_2ClOH + 2NH_3 = SO_2NH_2OH + NH_3HCl$$



176.

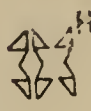
La sulfurilammide forme, avec l'eau et dans le temps, du *sulfate d'ammoniaque.*

$$SO_2(NH_2)_2 + 2H_2O = (NH_4)_2SO_4 = (NH_3)_2 . H_2SO_4$$



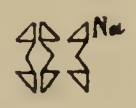
178.

Acide azothydrique $HN_3 =$



179.

Azoture de sodium $NaN_3 =$



180.

Carbone (V. fig. 52, 53).

Oxyde de carbone (V. fig. 54) CO.

Bioxyde de carbone (V. fig. 55) CO_2.

Acide carbonique H_2CO_3 (fig. 56).

On voit comme des deux q. c. d'H, l'une (à droit de la fig.) est en position acide et l'autre (a gauche) en position neutre, precisement comme pour l'acide sulfureux (fig. 21).

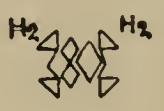
En même temps on peut constater que son sel bipotassique (fig. 57) comme celui de l'acide sulfureux (fig. 22) donnera réaction alcaline, parce que la q. c. de potassium à droite de la fig. serait neutre, pendant que celle à gauche serait en position d'hydroliser l'eau produisant réaction alcaline.

Acide fourmique. $HCO.OH$. (V. fig. 61).

On voit comme de ses hydrogènes un seulement est en position acide et substituable (celui à droit), pendant que l'autre est sur le carbon en position neutre et telle que les métaux même les plus petits des alcalins ne peuvent par le substituer.

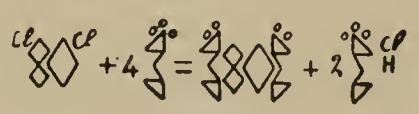
Amides de l'acide carbonique.

Carbamide ou Urée. $CO(NH_2)_2 =$



181.

$$COCl_2 + 4(NH_3) = CO(NH_2)_2 + 2NH_4Cl.$$



182.

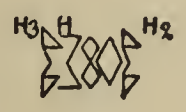
Acide carbammique. $CO.NH_2.OH = HO.CO.NH_2$.

Carbommate de calcium $Ca(O\,CO\,NH_2)_2 =$



183.

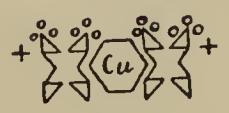
Carbommate d'ammoniaque $NH_3.HO.CO.NH_2 =$



184.

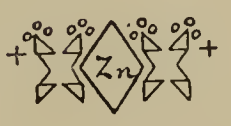
Jones complexes.

$Cu\,(NH_3)_4{+}{+} =$



185.

$Zn(NH_3)_4{+}{+} =$



186.

Phosphore et composés.

Comme nous avons vu pour l'oxygène, les 5 tétraèdres (fig. 37) composants la q. c. du phosphore, peuvent s'unir en deux formes: ouverte (fig. 36) et close (fig. 38). Mais pour le P nous aurons les arêtes émoussées qui produiront la jonction de la forme ouverte plus stable que pour l'O, par l'aplatissement des arêtes mêmes.

En consequence, pour le passage de la forme ouverte à celle close, on devra employer au commencement, une quantité de chaleur pour détacher les arêtes de la forme ouverte. Ensuite on aura un développement de chaleur par la condensation en forme close.

La diversité de masse nous fera prévoir une difficulté plus grande pour le P que pour l'O dans le passage de la forme close à celle ouverte.

Ces faits nous autoriseraient à rétenir la forme ouverte, plus instable, comme corréspondant au phosphore blanc et la forme close au phosphore rouge. Ce qui nous sera confirmé bientôt par les réactions.

Si nous chauffons la forme ouverte (phosphore blanc), elle se transformera successivemente en forme close (phosphore

rouge). Mais les formes closes formées pourront s'unir à des formes ouvertes, formant des formes mixtes comme celles de la molécule de l'oxygène (fig. 6) et ensuite ces formes mixtes pourront s'accoupler deux à deux pour former des formes sphéroïdales (semblables à celle de la fig. 8), composées de 4 P

et constituantes la molécule gaseuze $P_4 =$ 

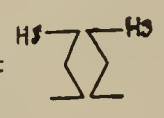
187.

Celles ci, par l'élevation de la temperature, auront leurs aptomoni relativement éspacés, de manière que la brusque halte produite au conctact des parois froides des réfrigerants, pourra produire la disgregation de la molécule gazeuse P_4, donnant lieu à la réapparition des formes ouvertes ou du phosphor blanc,

Composés hydrogenés du phosphore.

En examinant (fig. 36) la forme d'une des 5 pointes du P blanc et (fig. 9) la forme d'un des 5 polyaptomoni qui forment la q. c. (fig. 10) de l'hydrogène, on voit que, comme pour les 5 pointes de l'azote (fig. 28), on peut y en adapter très bien trois de ces derniers sur chacune des 5 pointes du P blanc, pour former *l'hydrogène phosphoré* PH_3 (fig. 41) dont la forme rappelle celle de l'ammoniaque (fig. 28). L'hydrogène phosphoré, par le refroidissement pourrait se polymeriser en deux manières :

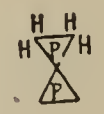
1°. Par l'union de deux molécules par le côté concave donnant la *molécule double*

$P_2H_6 =$ 

188.

évidemment moins oxydable de la molécule simple.

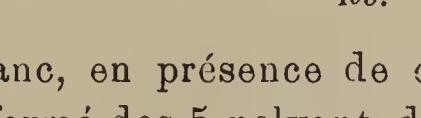
2° Par l'union de deux molécules du côté des pointes (comme à la fig. 40). Mais dans des telles contitions, on voit comme l'hydrogène devra en partie s'éloigner et en partie changer de place pour former l'*hydrogène phosphoré liquide*

$P_2H_4 =$ 

189.

dont la molécule rappelle la molécule de l'eau liquide (fig. 12). Elle sera facilement oxydable ou combustible, parce que les deux formes closes de deux molécules (fig. 6) de l'oxygène de l'air s'adapteront très-biens dans les deux concavités, pendant que les 4H formeront de l'eau avec les deux formes ouvertes des mêmes molécules d'oxygène. Le commencement de la réaction peut se répresenter de la manière suivante:

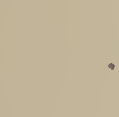
$$H_4P_2 + 2O_2 = P_2O_2 + 2H_2O$$



190.

Par l'action de la lumière et des substances cathalysatrices, une partie de l'hydrogène phosphoré liquide P_2H_4 se décompose, en séparant les deux P qui, en partie passeraient de la forme ouverte à celle dose, donnant lieu à la formation *d'hydrogène phosphoré solide*

$$P_4H_2 =$$



191.

et degagement d'hydrogène phosphoré gazeux PH_3.

$$5P_2H_4 = P_4H_2 + 6PH_3$$

192.

Composés avec les halogènes.

Comme pour l'ammoniaque, l'acide jodhydrique peut s'unir au phosphore sans perte d'hydrogène pour former le nommé *jodure de phosphonium.*

$$PH_3 + HI = PH_3.HI =$$

193.

Le phosphore blanc, en présence de chlore bieu sec, par l'action de l'anneau formé des 5 polyapt. de ce dernier (fig. 15),

passerait en phosphore rouge (forme close) en y restant interclos et donnant lieu aux *trichlorure*

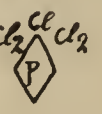
$$PCl_3 =$$



194.

et pentachlorure

$$PCl_5 =$$



195.

selon que le Cl manque ou abonde.

Ce passage, comme nous avons vu, donnera lieu à un'absorbtion de chaleur suivie d'une émission de chaleur plus grande encore.

La formation de la forme close du P dans les composés avec les halogénes, serait confirmée par la couleur rougeâtre ou rouge des dits composés solides, tels les PBr_5, PI_4.

Le PCl_5 est peu stable et dans certains circonstances il serait composé de PCl_3 comme mélé à Cl_2 qui se separerait du PCl_5.

On peut dire également pour le PBr_5.

Dans le PFl_5, étant le fluore bien plus petit du chlore, les deux extrèmes Fl seront plus proches du P que les deux extrémes Cl dans le PCl_5 et par la PFl_5 sera bien plus stable du PCl_5 et pourra se former tout de suite, sans formation préalable de PFl_3 qui de ce fait n'existerait plus.

Ces considérations éxpliqueront aussi comme le PCl_3 est plus stable du PBr_3 et celui ci plus stable du PI_3.

Elles éxpliqueront aussi pourquoi se forme

$$PI_4 =$$

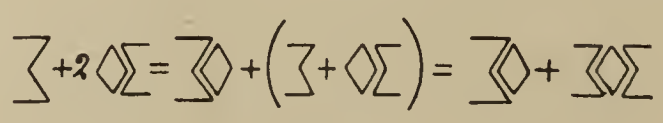


196.

tandis qu'il ne se forme point le PI_5.

Composés avec l'oxygène. L'oxydation lente du phosphore s'accomplit avec formation d'ozone O_3.

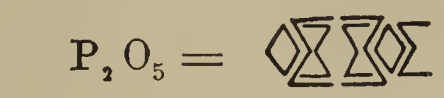
$$P + 2O_2 = PO + O_3$$



197.

La combustion rapide du P dans l' air donne du *pentoxyde de phosphore ou anhydride phosphorique*

$$P_2O_5 =$$



198.

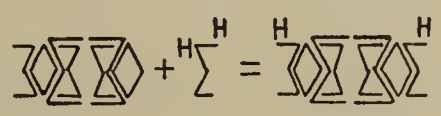
Une molécule d'eau forme avec le pentoxyde de phosphore

l' acide méthaphosphorique $2HPO_3 =$



199.

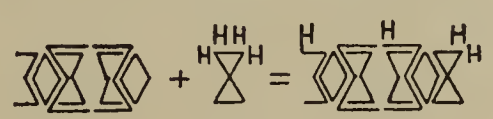
$$P_2O_5 + H_2O = 2HPO_3$$



200.

Deux molécules d' eau donnent *l' acide pyrophosphorique* $H_4P_2O_7$.

$$P_2O_5 + 2H_2O = H_4P_2O_7$$

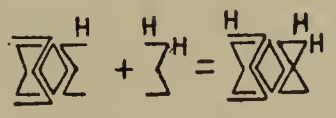


201.

Si l'on considère les deux parties qui composent l'acide pyrophosphorique, on observe d'abord que la première est la molécule de l'acide méthaphosphorique HPO_3 et la deuxième est la molécule de *l'acide phosphorique normal* H_3PO_4 ou *orthophosphorique.* L'acide pyro serait le passage intermède du metha au ortho.

En effet, si nous ajoutons une autre molécule d'eau à l'acide pyro, sa molecule d'acide meta HPO_3 se transformera elle aussi en acide ortho.

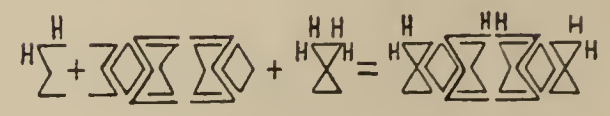
$$HPO_3 + H_2O = H_3PO_4$$



202.

La transformation du pentoxyde de phosphore en *acide orthophosphorique* resterait ainsi achevée.

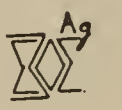
$$P_2O_5 + 3H_2O = 2H_3PO_4$$



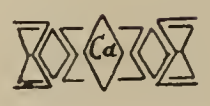
203.

Méthaphosphate de sodium $NaPO_3 =$ 

204.

Méthaphosphate d'argent $AgPO_3 =$ 

205.

Méthaphosphate de calcium $Ca(PO_3)_2 =$ 

206.

Si on observe la position des hydrogènes dans l'acide phosphorique ordinaire, on remarque pour un seulement la position nettement acide et c'est celui attaché sur le phosphore

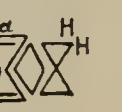
Des autres l'un est dans la position acide faible comme dans l'H_2S (fig. 25) et le dernier (à droit de la formule) est dans position alcaline.

La faible réaction acide de l'acide phosphorique resterait de cette maniere expliquée.

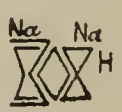
En substituant le prémier H et le deuxieme avec des Na ou des K, nous aurons le phosphate bisodique ou bipotassique.

Le premier K sera neutre, pendant que le deuxieme sera dans la position même des K faiblement alcalins du sulfure bipotassique et donnera comme celui ci réaction alcaline.

Le Na ou K qui remplacera le dernier H formant ainsi le phosphate trisodique ou tripotassique, se trouvera (en rapport du solvent) dans la même position du K libre (fig. 13), capable d'hydroliser l'eau, en donnant ainsi réaction alcaline

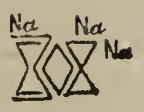
Phosphate monosodique $NaH_2PO_4 =$ 

207.

" *disodique* $Na_2HPO_4 =$ 

208.

Phosphate trisodique Na_3PO_4 =



209.

» *monocalcique* $Ca(H_2PO_4)_2$ =



210.

» *dicalcique* $Ca_2(HPO_4)_2$ =



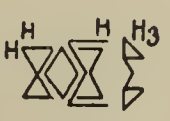
211.

» *tricalcique* $Ca_3(PO_4)_2$ =



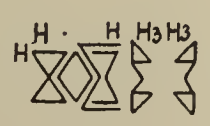
212.

» *mono ammonique* $H_3PO_4.NH_3$ =



213.

» *diammonique* $H_6PO_4(NH_3)_2$ =

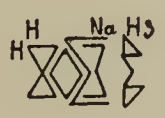


214.

Le phosphate triammonique ne se conserve pas, comme résulterait des formules qui précédent.

Phosphate sodique ammonique ou *sel de phosphore.*

$H_2PO_4.Na.NH_3$ =



215.

Phosphate ammonique magnesique.

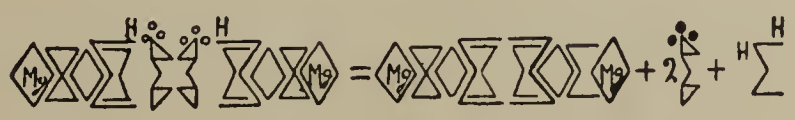
$Mg.HPO_4.NH_3$ =



216.

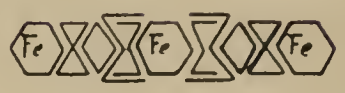
Chauffé il se transforme en *pyrophosphate de magnesium* $Mg_2P_2O_7$ avec liberation d'eau et d'ammoniaque.

$$2Mg.HPO_4.NH_3 = Mg_2P_2O_7 + 2NH_3 + H_2O$$



217.

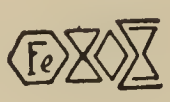
Phosfate ferreux $Fe_3(PO_4)_2$ =



218.

Phosphate ferrique

$Fe.PO_4$



219.

$2FePO_4$ =



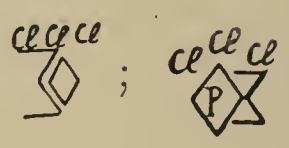
220.

$3FePO_4$?



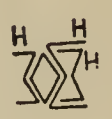
221.

Oxychlorure de phosphore. $PO.Cl_3$ =



222. 222bis

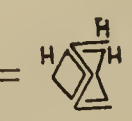
Acide phosphoreux PO_3H_3 =



223.

On voit que des 3H, les deux premièrs sont en position acide et le dernièr en position basique ne semble substituable par les métaux, d'oú la bibasicité de cet acide.

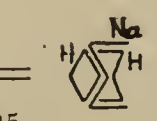
Acide hypophosphoreux PO_2H_3 =



224.

Le 1er H neutre, le 2me acide et le 3me basique. Seulement le deuxième serait substituable.

Hypophosphite de sodium $NaPO_2H_2$ =



225.

Acide hypophosphorique $H_4P_2O_6$ =

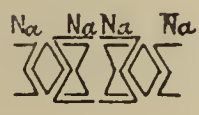


226.

Serait, de l'acide méthaphosphorique + hydrogène.

Hypophosphate acide de sodium $Na_2H_2P_2O_6$ = 

227.

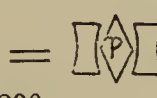
Hypophosphate tétrasodique $Na_4P_2O_6$ = 

228.

Hypophosphate acide de plomb $PbH_2P_2O_6$ = 

229.

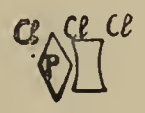
Composés avec le soufre.

P_2S_3 =  ; P_2S_5 = 

230. 231.

P_4S_3 =  ; P_4S_6 = 

232. 233.

Sulfochlorure de phosphore $PSCl_3$ = 

234.

Les composés du phosphore avec le soufre contiennent le phosphore en forme close (fig. 38, 39). En effet, pour les preparer, il suffit de partir du phosphore rouge et si l'on part du phosphore blanc (fig. 36) on à un développement de chaleur exagéré, provenant du passage de cette dermière forme à la première, après que la chaleur aura detaché les aptomoni, unis par les arêtes émoussées dans la forme ouverte.

Fer et ses composés.

Le fer (fig. 45) s'unirait à l'oxygène d'une manière presque parfaite, par la corréspondence des dimensions.

Le grade (1) du fer est 64. En y unissant 1, 5 qui corréspondrait à l'augmentation de volume due è l'union par tangence, nous avons le grade 65, 5.

L'oxygène a le grade 67, c'est-à-dire le grade qui doit

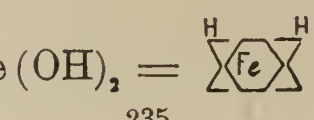
(1) Nombre des moni constituants ses arêtes.

avoir un élément concave pour pouvoir y s'adapter à perfection.

Cela expliquerait la possibilité et la stabilité des sels ferriques, que nous verrons ensuite (Voir par ex. le $Fe(OH)_3$ fig. 46).

Pour les composés du fer, je me bornerai aux figures des formules des composés principaux, étant par soi-mêmes très évidents.

Hydrate ferreux $Fe(OH)_2 =$



235.

Comme la fig, 48, seulement que en A ou lieu d'avoir O_2H_2 on devrait avoir OH.

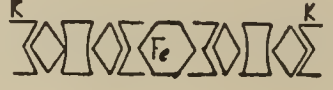
Sulfate ferreux $2FeSO_4 =$



236.

Sulfate double de fer et de potassium

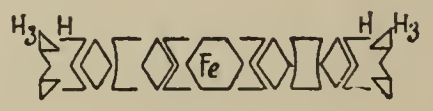
$K_2Fe(SO_4)_2 =$



237.

Sulfate de fer et d'ammoniaque

$(NH_3)_2Fe(HSO_4)_2 =$

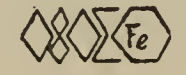


238.

Chlorure ferreux $FeCl_2 =$



239.

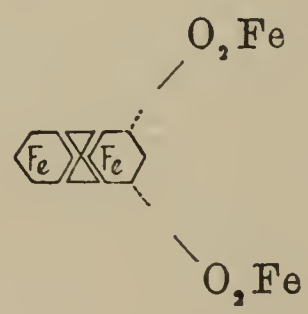
Carbonate ferreux $FeCO_3 =$ 

; ou *syderite*

240.

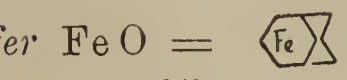
Phosphate ferreux. Voir à composés du phosphore.
Hydrate ferrique $Fe(OH)_3 =$ (fig. 46).
Oxyde ferrique

Fe_2O_3 ou $Fe_4O_6 = Fe(FeO_2)_3 =$



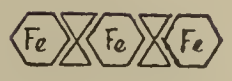
241.

Oxydule de fer FeO =



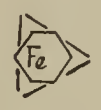
242.

Oxyde de fer magnetique Fe_3O_4 =



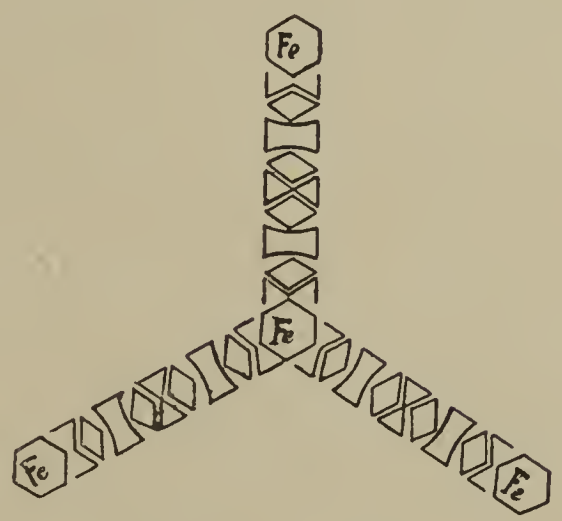
243.

Chlorure ferrique $FeCl_3$ =



244.

Sulfate ferrique $Fe_2(SO_4)_3$ ou $Fe_4(SO_4)_6 = Fe.[Fe(SO_4)_2]_3$



245.

Sulfocyanate ferrique $Fe(SCN)_3$ =



246.

pour le C voir les fig. 52, 53 et pour le CN, la fig. 62.

Sulfure de fer $2FeS = 2$

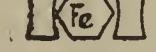


247. =



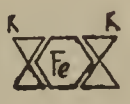
248.

Bisulfure de fer FeS_2 =

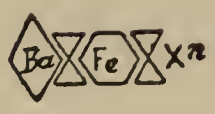


249. , ou *pirite.*

Ferrate potassique K_2FeO_4 =



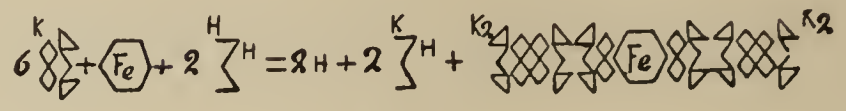
250.

Ferrate de barium $n\times Ba\,Fe\,O_4 =$ 

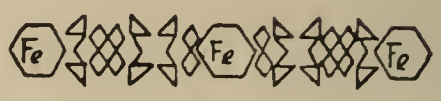
251.

Ferrocianure de potassium ou *prussiate jaune* $K_4.Fe(CN)_6$.
Pour l'union des 2N voir les fig. 33 et 31.

$$6\,KCN + Fe + 2H_2O = 2H + 2KOH + K_4Fe(CN)_6$$



252.

Ferrocyanure ferreux $Fe_2\,Fe(CN)_6$ 

253.

Ferrocyanure ferrique ou *Bleu de Prussie* $Fe_4[Fe(CN)_6]_3 =$
$Fe[Fe_2(CN)_6]_3 =$

$Fe_2(CN)_6$

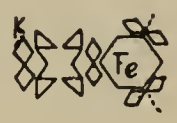
= 

254.

$Fe_2(CN)_6$

Ferricyanure de potassium ou *prussiate rouge.*

$(CN)_2K$

$K_3\,Fe(CN)_6 = Fe[K(CN)_2]_3 =$ 

255.

$(CN)_2K$

Ferricyanure ferreux ou *azur de Turnbull.*

$$Fe_3[Fe(CN)_6]_2 = Fe[Fe_2(CN)_6]_2$$

Il serait comme le Bleu de Prussie mais avec seulement deux branches (au lieu de trois) unies au Fe central.

$$[Fe.(CN)_3.Fe.(CN)_3]Fe[(CN)_3.Fe.(CN)_3.Fe]$$

Ferricyanure ferrique $Fe[Fe(CN)_6]$ ou $Fe(CN)_3 =$ 

256.

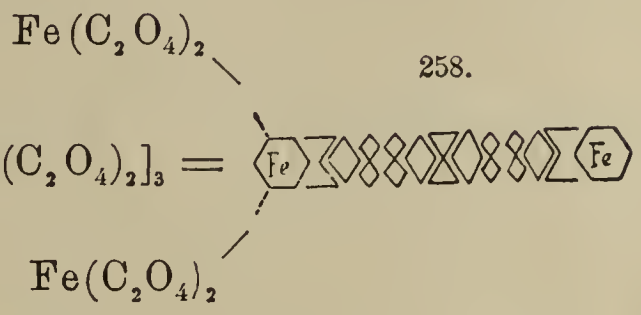
Composés du fer avec l'acide oxalique.

Acide oxalique $H_2C_2O_4$ =



257.

Oxalate ferreux $2FeC_2O_4 = Fe[Fe(C_2O_4)_2]$
Oxalate ferrique



258.

$2Fe_2(C_2O_4)_3 = Fe[Fe(C_2O_4)_2]_3$ =

Ferroxalate de potassium

$K_2Fe(C_2O_4)_2$ =



259.

Ferrioxalate de potassium $K_3Fe(C_2O_4)_3$ =

260.

Manganèse et composés.

Mn = fig. 47.

Oxydule de manganèse MnO =

261.

Il se transforme dans l'air en hausmanite

$Mn_3O_4 = 2MnO + MnO_2$ =

262.

Manganite MnO(OH) =

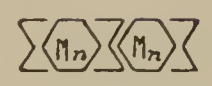
263.

Péroxyde de manganèse ou *pyrolusite.*

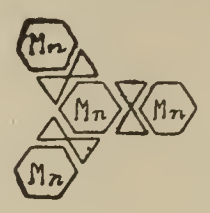
$$Mn\,O_2 =$$ 

264.

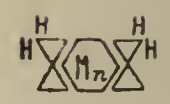
Sexquioxyde de manganèse

$$Mn_2O_3 = Mn\,O_2 + Mn\,O =$$ 

265.

ou $2Mn_2O_3 = Mn\,(Mn\,O_2)_3 =$ 

266.

Hydrate de peroxyde de manganèse $Mn\,(OH)_4 =$ 

267.

On voit comme les 4 oxhydriles sont, par couple, l'un acide et l'autre basique, comme on voit en A fig. 48, de manière que l'un neutraliserait l'autre. À ce titre cet hydrate n'est point basique.

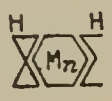
Ces couples $(OH)_2$ expliqueraient l'absence de basicité dans les hydrates superieurs

$$Mn\,(OH)_4 \text{ et } Mn\,(OH)_6 =$$ 

268.

et les corréspondents du fer.

Par dishydratation modérée de l'hydrate $Mn\,(OH)_4$ on peut obtenir l'acide manganeux

$$Mn\,O\,(OH)_2 = HO_2\,Mn\,OH =$$ 

269.

qui, comme on voit, a aussi à sa gauche un H en position acide mais moins active (comme ceux de l'acide sulfhydrique fig. 25).

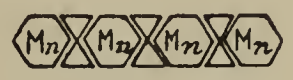
Par ce qui regarde les 2H, l'acide manganeux differt des acides sulfureux (fig. 21) et carbonique (fig. 56) en ce qu'il a son hydrogène à gauche encore acide et en position stable, pendant que ces derniers ont l'H à gauche (c fig. 21, 56) dans

une position neutre et instable. Par là on peut obtenir l'acide manganeux libre, au contraire des acides carbonique et sulfureux qu'on n'obtient qu'en solution.

Manganite de calcium

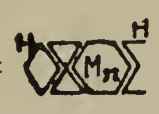
$Ca\,Mn\,O_3$ ou $Ca_2\,Mn_2\,O_6 =$ 

270.

$Mn_4\,O_6 =$ 

271.

Si l'on regarde la composition de cet oxyde, on voit qu'elle se présente comme le manganite de calcium, dans lequel on a substitué du Mn au Ca et on pourrait l'oppeler *manganite de manganèse.*

Acide manganique. $H_2\,Mn\,O_4 =$ 

272.

On voit la complète réssemblance des position de ses 2H avec la position des 2H des acides sulfureux (fig. 21) et carbonique (fig. 56). De là l'explication:

1°. De son inexistence à l'état libre comme pour ces derniers.

2°. De l'alcalinité de ses sels secondaires (manganate de potassium $K_2\,Mn\,O_4 =$ 

273.

) avec les métaux alcalins, correspondant à l'alcalinité des mêmes sels des acides sulfureux et carbonique.

Celle ci dépendrait de la position des 5 polyapt. du métal alcalin susbstituant les 5 de H à gauche de la formule. Dans telle position, ils hydroliseraient l'eau de la solution.

En outre, les métaux alcalin de ce côté de l'acide manganique s'y trouvent encore moins unis que dans la même position des acides sulfureux et carbonique par leur plus grande distance du noyau centrale, de manière qu'ils peuvent y adhérer seulement en solution alcaline, c'est-à-dire dans une solution qui peut continuellement réfournir les métaux qui se detachent,

*

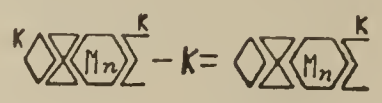
Faute de cette condition (si on neutratralise la solution par ex.), le métal alcalin se détache, laissant le *permanganate de potassium*

$$K\,Mn\,O_4 =$$



274.

$$K_2\,Mn\,O_4 - K = K\,Mn\,O_4$$

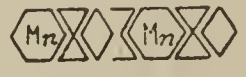


275.

La réaction est évidemment réversible si on ajonte de la potasse, alcalinisant la solution.

Le pérmanganate de potassium à froid et avèc l'acide sulfurique sec. donne de *l'anhydride permanganique*

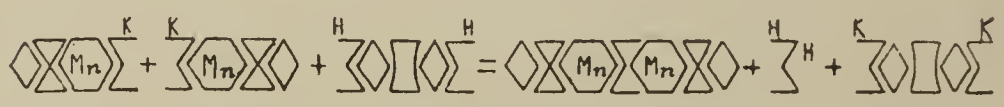
$$Mn_2\,O_7 =$$



276.

eau et sulfate potassique.

$$2\,K\,Mn\,O_4 + H_2\,SO_4 = Mn_2\,O_7 + H_2\,O + K_2\,SO_4$$



277.

Le manganèse forme des composés manganeux et manganiques comme le fer et qui donnent des réactions corréspondantes. Il est inutile d'ailleurs de les réproduire ici. Voir au fer.

On trouve la raison de cette corréspondance dans la corréspondance presque parfaite de la forme et de la dimension des polyaptomoni constituants le fer (fig. 45) et de l'aptomono constituant le manganèse (fig. 47).

Tous les deux sont des icosaèdres rég. et leurs dimension corréspond pour le Mn au grade 65 et pour le fer au grade 64.

Mais cette très-petite différence de grade produit une différence encore plus petite dans la grandeur et masse réelle des deux éléments, parce que (comme nous avons vu), en tenant compte de la distance produite par la jonction par tangence

des tétraèdres du fer, celui ci vient à une grandeur complexe corréspondante au grade 65, 5 de la série du Mn et Pt.

Les petites différences de masse, de grandeur et des arêtes qui dans le Mn sont aigües (une colonne de moni) et dans le Fe sont aplaties (deux colonnes de moni), entraineraient les différences de quelques composés, entre autre l'oxydabilité supérieure du Mn et la possibilité des ses composés plus élevés.

Nous avons un autre réssemblance de forme et voisinance de masse qui nous expliquent les propriétés semblables des élements Ni et Co. Le Ni dans la même série du fer a le grade 65 et le Co dans la série du Mn et Pt a le grade 67.

Carbone et ses composés.

La q. c. du Carbone (fig. 52, 53) est composés de 5 aptomoni (comme celui de la fig. 51).

Elle se présente dans ses innombrables composés, toujours dans la même forme. On peut cependant avoir une figure très-régulière (fig. 72) avec 4 C, mais dans deux d'eux les 5 aptomoni y sont disposés différemment que dans la forme des fig. 52, 53.

C'est à dire que pour obtenir cette figure de 4C par la forme ordinaire du C, il faut que deux C soient divisés et les aptomoni composants se réunissent formant comme un anneau, qui avec deux C ordinaires formerait la figure entière.

Cette figure a un vide dans l'interieur qui empêche à la fig. d'avoir un poids spécifique élevé. Ce vide reste parfaitement clos n'ayant autre communication avec l'estérieur que celle qui peut intérceder entre les conjontions des faces et des arêtes qui devraient se toucher

J'ai voulu signaler cette figure, uniquement dans le but de démontrer que par sa forme elle serait en condition de reflechir tous les rayons, sans pouvoir en absorber. Elle aurait une duretée maxime, malgré sa petite densité et une régularité telle à permettre la plus parfaite cristallisation dans le système regulier.

Il n'est pas impossible que cette forme réprésente une des modifications allotropiques du carbone, soit le *diamant*.

Il peut se donner que l'anneau formé par les 2C, avec aptomoni disposés autrement que dans la q. c. du carbone des rèactions, répresente la *graphite*. Cet anneau en effet, massif à sa circonférence et présentant un vide dans son intérieur qui peut absorber tous les rayons ; pourrait former des cristallisations, être quelque peu luisant et se présenter noirâtre.

Oxyde de carbone CO (fig. 54).

Bioxyde de carbone CO_2 (fig. 55).

Acide carbonique H_2CO_3 (fig. 56). On voit que la position des ses 2H est égale à la position des 2H de l'acide sulfureux (fig. 21), ce qui expliquerait un' égale instabilité à l'état libre.

De la même manière la position identique des q. c. des métaux alcalins dans les sulfites (fig. 22) et dans les carbonates secondaires (carb. bipotassique, fig. 57), en expliquera identiquement l'alcalinité (Voir composés du soufre).

Acide formique O.CH.OH (fig. 61).

Acide oxalique $C_2O_2.(OH)_2$ (V. pag. 231).

Cyanogène CN (fig. 62).

Méthylamine $CH_3NH_2 = CH_2.NH_3$ (fig. 63). On aura les *methylamines primaires* lorsqu'on a un groupe méthylique (reduit à CH_2) seulement d'un côté de l'ammoniaque (fig. 63).

On aura les *methylamine secondaires* avec un groupe par côté et les *tertiaires* avec un d'un côté et deux de l'autre.

Metilamines.

primaire	secondaire	tertiaire
$CH_2.NH_3$	$CH_2.NH_3.CH_2$	$C_2H_4.NH_3.CH_2$
278.	279.	280.

On obtient la *méthylamine primaire* de l'ammoniaque par l'jodure alcoolique correspondant,

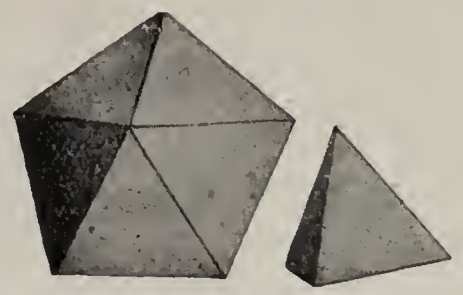
$$NH_3 + HI.CH_2 = HI.NH_3.CH_2$$

281.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.



$O = \diamond$



O

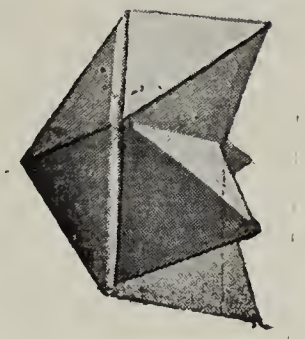
$\frac{O}{5}$



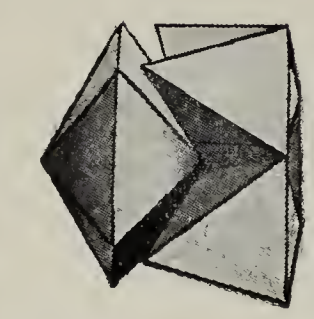
$O = \sum$



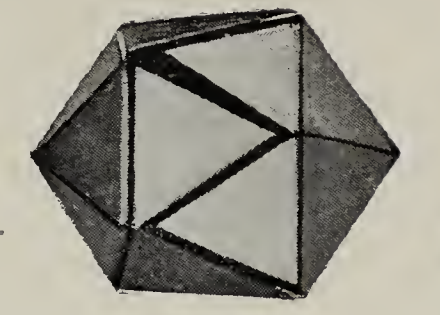
$2.O = \bowtie$



$O_2 = \diamond\!\!\sum$



$2.O = \diamond\!\!\sum$



$4.O = \diamond\!\!\bowtie\!\!\diamond$



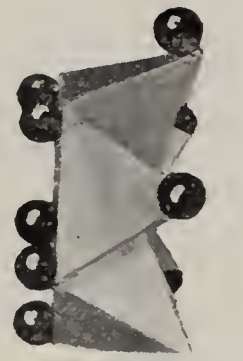
$\frac{H}{5}$

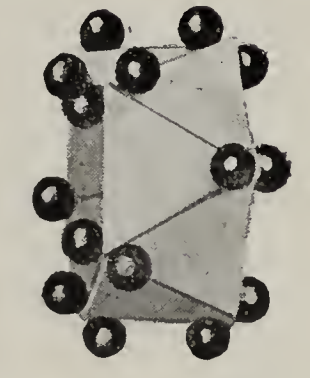


H

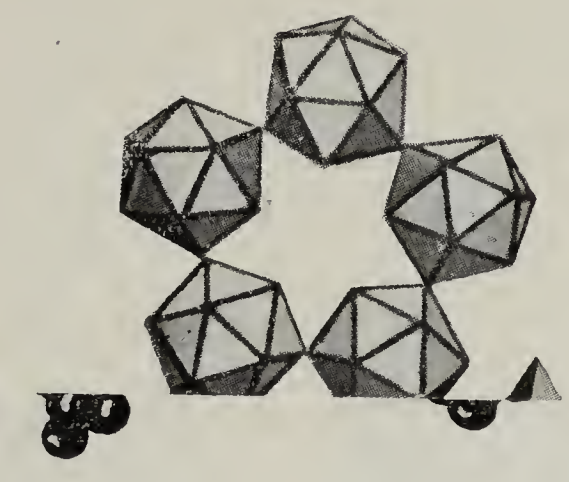
11. 12. 13. 14. 15.

B A

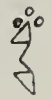




$\frac{N}{5}$ $N =$



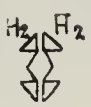
$NH_3 =$ 

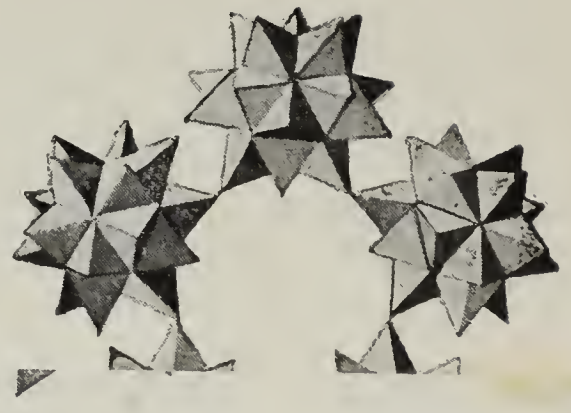
$= $ 

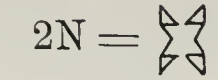
$HOH.NH_3 =$ 

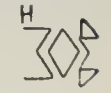


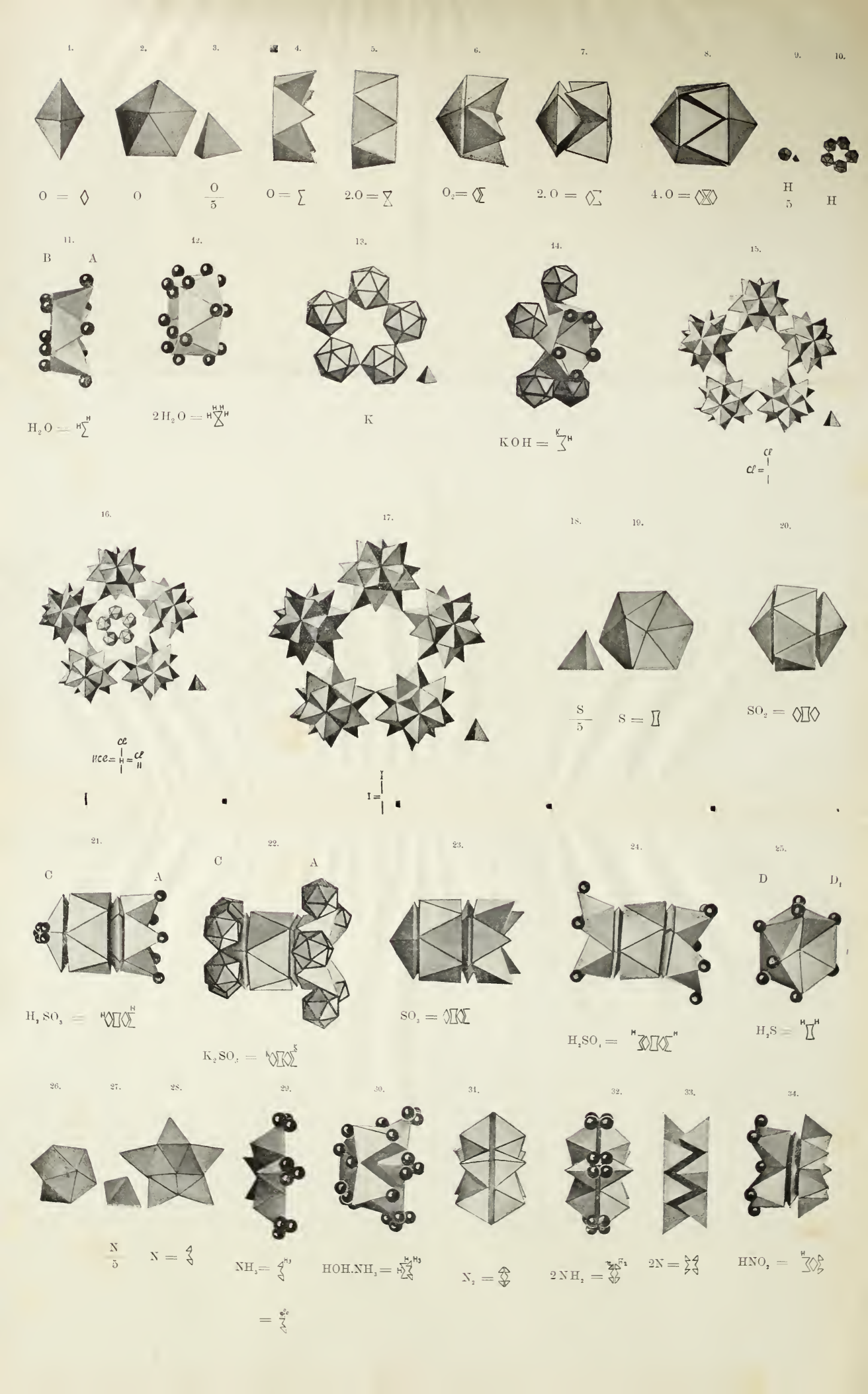
$N_2 =$

$2NH_2 =$ 

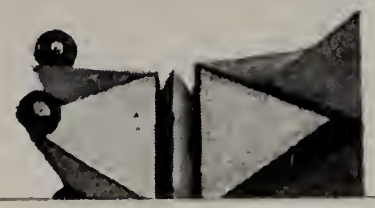


$2N =$ 

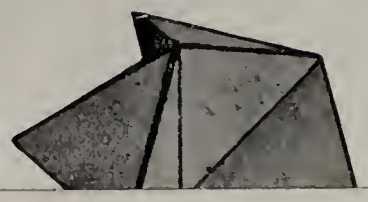
$HNO_2 =$ 


1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
O = ◇
O
O/5
O = ∑
2.O = ⧖
O₂ = ◇∑
2.O = ◇∑
4.O = ◇⧖◇
H/5
H
11.
12.
13.
14.
15.
B
A
H₂O = H∑H
2H₂O = H⧖⧖H
K
KOH = K∑H
Cl
Cl = Cl
16.
17.
18.
19.
20.
Cl
HCl = H = Cl
I
I = I
S/5
S = ⧈
SO₂ = ◇⧈◇
21.
22.
23.
24.
25.
C
A
C
A
D
D₁
H₂SO₃ = H◇⧈◇H
K₂SO₃ = K◇⧈◇K
SO₃ = ◇⧈◇
H₂SO₄ = H◇◇⧈◇H
H₂S = H⧈H
26.
27.
28.
29.
30.
31.
32.
33.
34.
N/5
N = ⧗
NH₃ = H⧗H
HOH.NH₃ = H⧗H
= H⧗H
N₂ = ⧗⧗
2NH₂ = H⧗⧗H
2N = ⧗⧗
HNO₂ = H◇⧗

35.



36.



37.

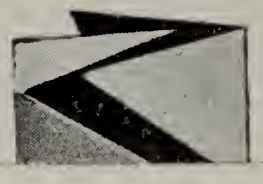
38.



39.



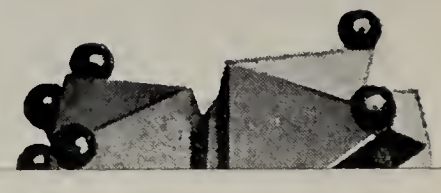
40.



41.

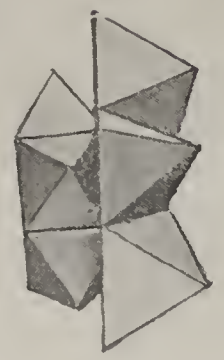


42.

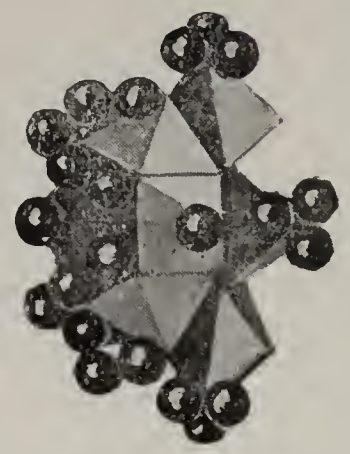


$K_2CO_3 =$

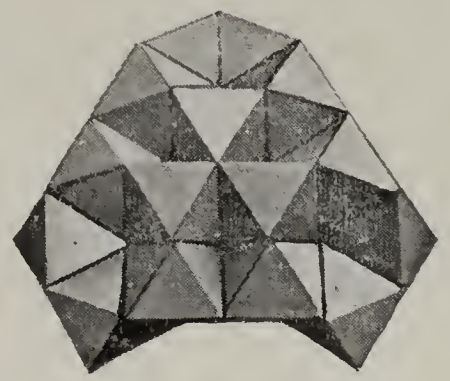
62.



63.

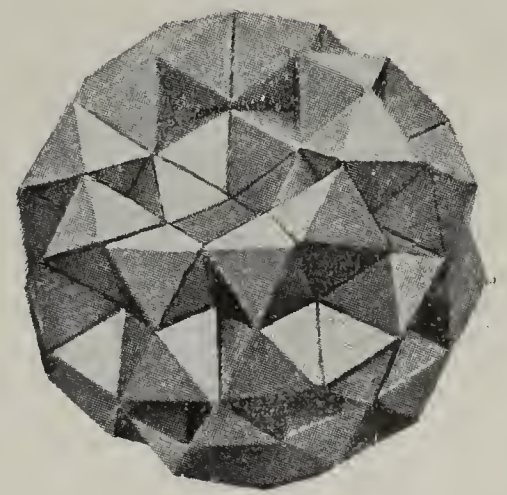


64.



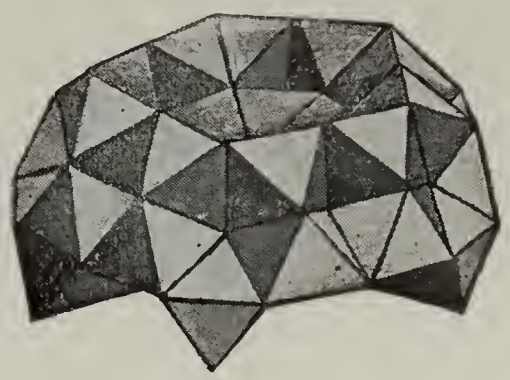
3 . C

65.



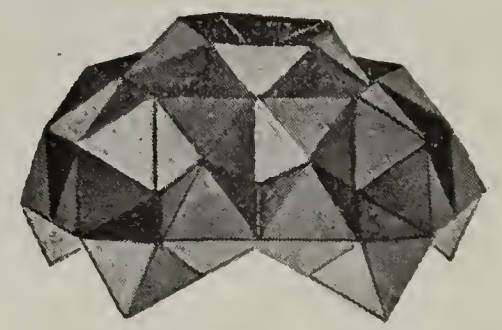
12 . C

66.



6 . C

67.

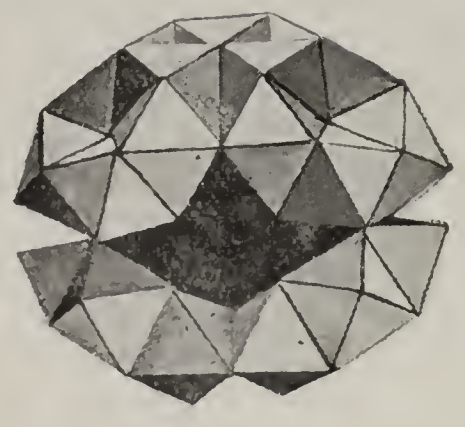


6 . C

$CN =$ 

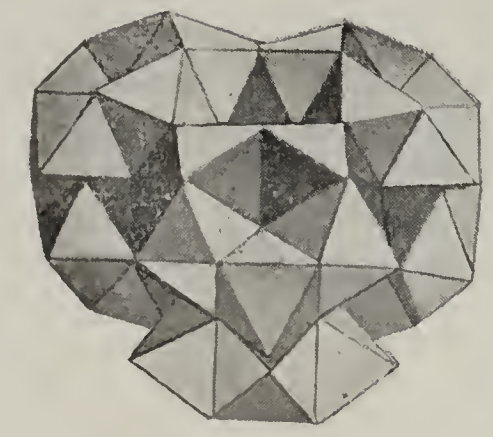
$CH_2.NH_3 =$ 

68.



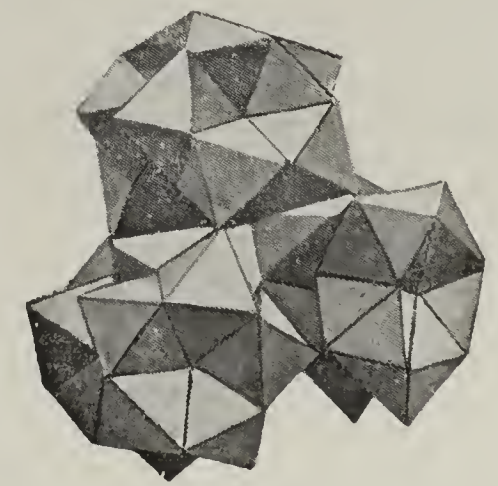
6 . C

69.



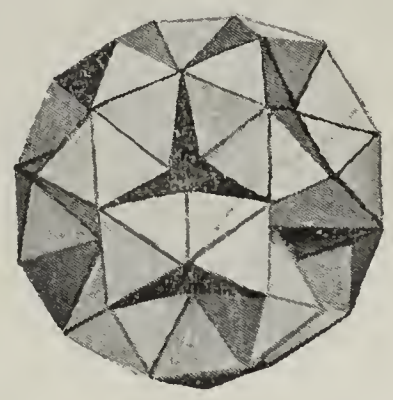
6 . C

70.



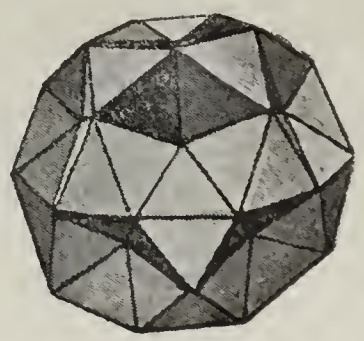
6 . C

71.



6 . C

72.



4 . C

73.

Échelle des figures geometriques



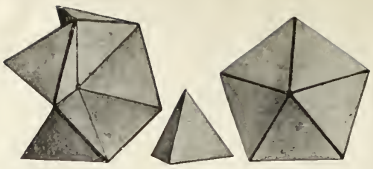
100 moni

35.



$HNO_3 =$

36. 37. 38.



P = P

39.



P =

40.



2P =

41.



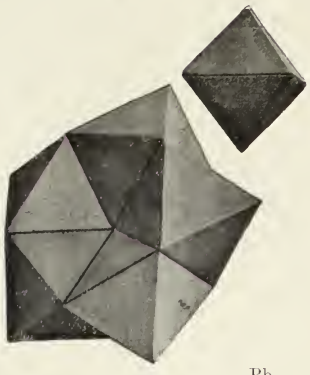
$PH_3 =$

42.



$H_2PO_4 =$

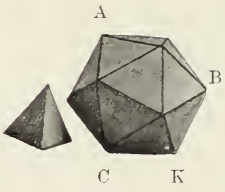
43. 44.



Pb = Pb

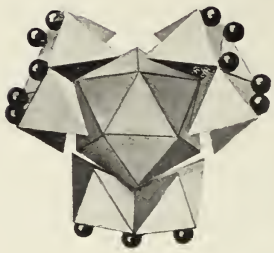
5

45.



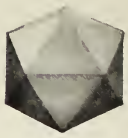
$\frac{Fe}{2O}$ Fe =

46.



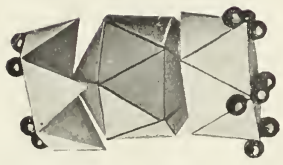
$Fe(OH)_2 =$

47.



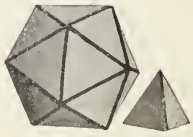
Mn =

48.



$OH.Fe.(OH)_2 =$

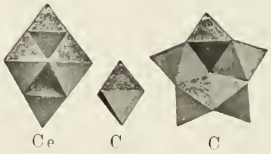
49.



Cu = Cu

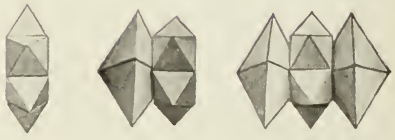
$\frac{Cu}{2O}$

50. 51. 52.



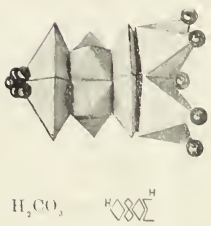
$\frac{Ce}{5}$ C C

53. 54. 55.



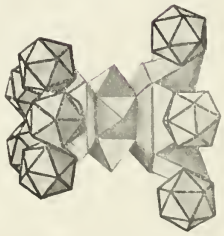
C = OC = CO_2 =

56.



$H_2CO_3 =$

57.



$K_2CO_3 =$

58.



CH =

59.



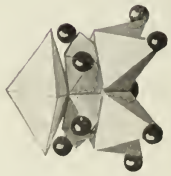
CH =

60.



$CH_2 =$

61.



$OCH_2OH =$ =

62.



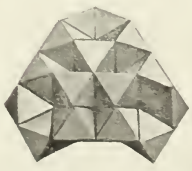
CN =

63.



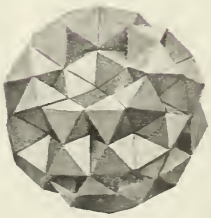
CH_3NH_2 =

64.



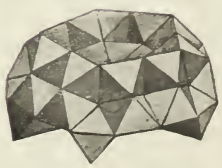
3 . C

65.



12 . C

66.



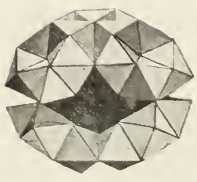
6 . C

67.



6 . C

68.



6 . C

69.



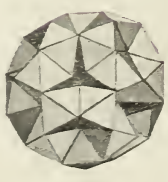
6 . C

70.



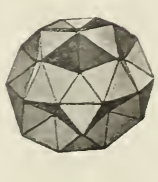
6 . C

71.



6 . C

72.



4 . C

73.

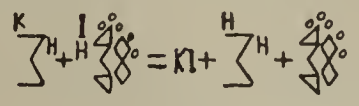
Echelle des figures géométriques



100 mon

et en la séparant ensuite par distillation, apres avoir fixé l'jode par la potasse.

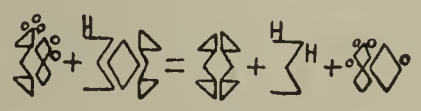
$$KOH + HI.NH_3CH_2 = KI + H_2O + NH_3CH_2$$



282.

Avec l'acide nitreux la méthylamine primaire donne azote, eau et alcool méhylique.

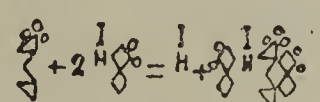
$$NH_3.CH_2 + HNO_2 = N_2 + H_2O + CH_3.OH$$



283.

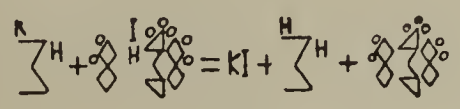
Méthylamine secondaire.

$$NH_3 + 2HI.CH_2 = HI + CH_2.HI.NH_3.CH_2$$



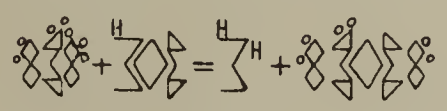
284.

$$KOH + CH_2.HI.NH_3.CH_2 = KI + H_2O + CH_2.NH_3.CH_2$$



285.

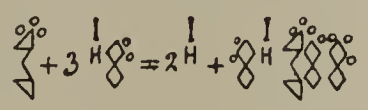
$$CH_2.NH_3.CH_2 + HNO_2 = H_2O + CH_2.NH_2.ON.CH_2$$



286.

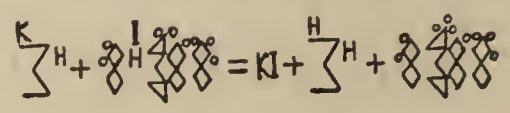
Méthylamine tertiaire.

$$NH_3 + 3HI.CH_2 = 2HI + CH_2.HI.NH_3.C_2H_4$$



287.

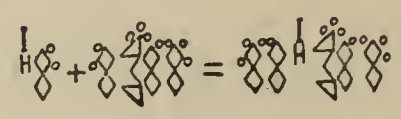
$$KOH + CH_2.HI.NH_3.C_2H_4 = KI + H_2O + CH_2.NH_3.C_2H_4$$



288.

Les ammines tertiaires fixent une molécule d'jodure alcoolique.

$$HI.CH_2 + CH_2.NH_3.C_2H_4 = C_2H_4.HI.NH_3.C_2H_4$$



289.

$$C_2H_4.HI.NH_3.C_2H_4 + AgOH = AgI + HOH.NH_3.C_4H_8$$



290.

Dans la chimie organique, la réprésentation des q. c. dans les composés avec mes figures (par tous les composés que j ai examinés), est réellement étonnante. Je me borne ici à expliquer quelques groupements du C pour en donner un aperçu sommaire.

Méthane CH_4 (fig. 58).

Méthyle CH_3 (fig. 59).

Méthylène CH_2 (fig. 60).

En substituant (par Cl p. ex.) un des H du méthane (fig. 58), on obtient le même composè si l'H substitué est celui qui occupe la position B ou celui qui occupe la position C (1).

On aura que on ne pourra avoir qu'un $CH_3Cl =$ 

291.

$CH_2Cl_2 =$  292. ; $CHCl_3 =$  293. ; $CCl_4 =$  294.

---

(1) Les H dans les positions A, D, ne sont substitués que lorsque sont dejà substitués ceux dans les positions B, C.

Éthane $C_2H_6 =$ 

295.

Propane $C_3H_8 =$ 

296.

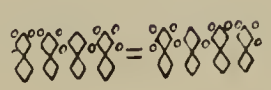
En regardant, par la simple forme, on pourrait prévoir un isomère 

297.

quoique il ne soit par connu.

Buthane $C_4H_{10} =$ 

298.

Isobuthane $C_4H_{10} =$ 

299.

On peut avoir deux seuls isomères.
Etc.
Pour les composés des hydrocarbures de grade supérieur et avec pouvoir rotatoire pour les rayons polarisés, voir tout de suite.

Noyau carbonneux du saccharose et des substances avec pouvoir rotatoire.

Douze carbons unis à la manière des trois de la fig. 64, donnent un corps sphéroïdal régulier, avec un vide central qui ne communique avec l'esterieur que par les insertions des arêtes. Il faut remarquer que ces insertions ne sont aussi stables que celle de la fig. 72 (que nous avons dejá décrit) et qu'elles produisent des nombreuses petites concavités, qui pourraient absorber les rayons de la lumière en nous se presentant noires.

L'un de ces 12 C peut se trouver dans l'interieur, comme on voit dans la partie superieure de la fig. 65, tout en conservant la même manière d'union. Celui ci serait le noyau carbonneux du saccharose. Sur chacun des C, excepté celui intérieur, il aura deux H et un O = 

300.

Les H seront tous les deux en position neutre et la formule sera $C_{12}O_{11}H_{22}$. Pourvu que cette molécule soit libre de se mouvoir, par la position de son centre de gravité elle devra se présenter à peu-près comme dans la fig. 65 avec la concavité profonde (produite par le C, interieur et sans H_2O, en haut. Cette fosse, dans la dite position empêcherait la prosécution et le reflechissement des rayons de la lumière polarisée dirigés dans son interieur.

Appelons + cette position.

Traitée pas les acides, la molécule peut se diviser en deux (noyaux fig. 66 et 67). Par la rupture le C intérieur de la fig. 66, devenu lui aussi (par dessous) exterieur, pourra récevoir de ce côté un HOH, de manière que les deux parties auront toutes les deux la formule $C_6O_6H_{12}$. Le centre de gravité de la molécule de la fig. 66 tendra à la maintenir dans sa position avec la fosse en haut et será + (*dextrose* ou *glycose*).

Il faut remarquer que, par la nouvelle position du C dans la partie inférieure et suivante adjonction de HOH sous le même, on n'aura de concavité sous la molécule.

Par l'action du centre de gravité, l'autre partie (fig. 67) téndra à se porter et à se maintenir dans la position avec la concavité (une fois intérieure) en bas et elle aura un pouvoir rotatoire contraire à la première, c'est à dire negatif. (*Lévulose* —).

Des composés avec le noyau de 4C, ou plus encore, unis comme à la fig. 64, pourront donner des molècules pourvues de pouvoir rotatoire.

En générale les composés ayant le noyau de carbone disposés de manière a présenter des fosses plus ou moins en haut ou en bas, donneraient d'autres molécules plus ou moins actives à la lumière polarisée.

Par ex. Si dans le noyau (fig. 65) le C, asymmétrique au lieu d'être à sa place était unis extérieurement à quelconque des 11 C restants, on aurait encore un noyau C_{12} asymmétrique et avec une fosse (vide complètement cette fois) qui le rendrait plus on moins actif selon la position due au surpoids des deux carbons unis.

Groupe du benzole.

Deux noyaux C_3 comme celui de la fig. 64, unis par la partie concave, peuvent former (fig. 68) un noyau C_6.

Avec des différentes jonctions ou peut avoir encore d'autres noyaux C_6. Nous en avons par ex. un dans les deux fig. 69, 70 et un autre dans la fig. 71.

Un de ces noyaux (peut être celui de la fig. 69, 70 (1)) dans lequel à chacun des carbons soit unie une q. c. d'hydrogene, nous donnerait un composé correspondent au benzole. En y substituant un élément ou un groupe à un hydrògène quelconque, on obtiendra toujours le même composé.

En y substituant deux hydrogènes, ou peut obtenir seulement 3 isomères.

En y substituant par une même substance troix hydrogènes, on peut avoir 3 isomères.

En y substituant quatre hydrogènes on peut avoir 3 isomères.

En y substituant cinq ou sis hydrogènes on n'obtient qu'une même substance dans chacun cas.

La corréspondence existe également avec les faits, si la sobstitution est faite avec des matières défférentes.

23 Giugno 1911.

---

(1) Le noyau C6 que l'on voit de deux différents côtés dans les fig. 69, 70, est formé de trois couples C_2 unis par une face.

Istituto di Patologia generale della R. Università di Pisa
diretto dal **Prof. G. Guarnieri.**

Sui reperti ottenuti nell'ipofisi ed in altri organi glandolari degli animali castrati

Ricerche dei dottori

A. MARRASSINI (*aiuto e libero docente*) E *L. LUCIANI* (*interno*)

(Cotinuazione)

Esperimenti sulle cavie.

Animali tutti della stessa razza e dell'età di circa 20-30 giorni all'epoca della castrazione, salvo quelle indicate alle osservazioni nelle singole tavole.

A. *maschi.* — Esaminando la tabella dei pesi medi riguardanti le cavie maschi vediamo come il peso della pituitaria di sei individui castrati sia risultato di un solo milligrammo superiore al corrispondente peso degli individui normali. Di tre milligrammi invece il peso massimo dell'ipofisi dei castrati è risultato superiore allo stesso peso dei controlli, mentre il peso minimo è risultato uguale nei due gruppi di animali di esperimento. Ora vediamo se in base a tali pesi sia veramente il caso di parlare di modificazioni della glandola ipofisaria nelle cavie in seguito alla orchiettomia bilaterale, e più specialmente se queste modificazioni siano eventualmente tali da farci giungere ad ammettere una ipertrofia da castrazione.

Abbiamo detto che il peso medio della ipofisi delle cavie castrate (gr. 0,014) è superiore al corrispondente peso dello stesso organo delle cavie normali (gr. 0,013) di un solo milligrammo, mentre di tre milligrammi a vantaggio delle prime differiscono i due pesi massimi. Ora queste differenze secondo noi non sono tali da autorizzare il concetto di una vera ipertrofia per varie considerazioni. In primo luogo perchè un milligrammo e tre milligrammi costituiscono dei valori troppo piccoli nelle differenze medie di 6 pesate per giustificare un'affermazione qualunque essa sia; in secondo luogo perchè il peso

massimo presentato dalla ipofisi delle cavie normali ha raggiunto i gr. 0,015, mentre il peso medio della pituitaria delle cavie operate è stato di soli gr. 0,014 ; in terzo luogo poi perché la lievissima superiorità del peso medio della ipofisi delle cavie orchiettomizzate sul corrispondente peso della ipofisi di quelle non operate può molto ragionevolmente attribuirsi al fatto che il peso medio corporeo delle prime è di 47 grammi superiore a quello delle seconde ; differenza molto piccola è vero, ma che può valere a dar ragione dell' altra differenza pure minima sopraricordata. Ci sembra infine che non si possa e non si debba parlare di ipertrofia sulla scorta di quei due valori (medio e massimo) di un milligrammo e tre milligrammi a vantaggio della pituitaria degli individui castrati anche perchè molti altri visceri in questi animali si presentano più pesanti dei corrispondenti degli individui normali, ed in alcuni di quantità assai più notevoli di quel che non siano le differenze osservate per l' ipofisi.

Infatti vediamo che il peso medio del fegato, del cervello, dei reni, delle capsule surrenali ed anche del cuore delle cavie castrate è superiore a quello dei corrispondenti organi delle cavie normali : si tratta anche qui di differenze piccole, ma certo paragonabili a quelle rilevate per i pesi massimo e medio della ipofisi.

Un altro fatto che pur merita d' esser notato è che il peso minimo della pituitaria dei soggetti castrati è risultato perfettamente uguale a quello della stessa glandola dei controlli ; inoltre il peso massimo della ipofisi delle cavie normali (gr. 0,015) è risultato di 4 milligrammi superiore al peso minimo dello stesso organo delle cavie castrate : e non va dimenticato che il peso minimo di gr. 0,011 della pituitaria per le cavie orchiettomizzate è stato presentato da un animale del peso corporeo di gr. 450, mentre vediamo ad esempio che la cavia normale della 1ª coppia con un peso corporeo di soli 320 gr. ci ha dato un'ipofisi di gr. 0,014.

Ma oltre i valori medi delle pesate, come ora abbiamo fatto, è bene considerare minutamente anche i pesi dei varï organi nelle singole coppie.

Nella prima coppia formata da una cavia normale di gr. 320

Tavola dei pesi dei varii organi delle cavie, negli esperimenti di ovariectomia bilaterale.

N. d'ordine delle coppie		Peso del corpo in gr.	Peso del fegato in gr.		Peso del cervello in gr.	Peso dei reni in gr.		Peso del cuore in gr.	Peso delle capsule surrenali in gr.		Peso della milza in gr.		Peso dell'ipofisi in gr.		Durata dell'esperimento in giorni	OSSERVAZIONI
			Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		Totale	Per 100 gr. del peso del corpo	Totale	Per 100 gr. del peso del corpo	Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		
I.	normale	355	15,000	4,22	3,650	4,010	1,13	1,330	0,360	0,102	0,300	0,085	0,012	0,0033		
	castrato	350	14,330	4,09	3,920	4,605	1,32	1,550	0,420	0,120	0,310	0,089	0,014	0,0040	10	
II.	normale	400	16,000	4,00	3,680	4,165	1.04	1,420	0,320	0,080	0,310	0,077	0,011	0,0027		
	castrato	400	19,500	4,87	4,115	4,810	1,20	1,700	0,741	0,185	0,530	0,132	0,009	0,0022	3	
III.	normale	240	9,000	3,74	3,085	2,535	1,05	0,855	0,095	0,030	0,440	0,180	0,008	0,0030		
	castrato	210	13,660	6,50	3,040	3,440	1,64	1,432	0,350	0,167	0,260	0,124	0,007	0,0033	23	
IV.	normale	250	11,800	4,72	3,320	4,000	1,60	0,985	0,096	0,030	0,700	0,280	0,009	0,0036		
	castrato	260	11,900	4,58	3,870	3,590	1,38	1,165	0,400	0,154	0,250	0,096	0,010	0,0038	10	
V.	normale	370	18,000	4,86	3,645	3.950	1,07	1,483	0,300	0,081	0,420	0,113	0,013	0,0035		
	castrato	450	21,600	4,80	3,690	5,140	1,14	1,550	0,505	0,112	0,660	0,147	0,017	0,0037	30	
VI.	normale	415	13,750	3,27	3,790	3,860	0,93	1,330	0,485	0,116	0,470	0,113	0,013	0,0031		
	castrato	550	21,950	3,99	3,800	5,300	0,96	1,967	0,580	0,105	0,685	0,125	0,013	0,0024	60	
VII.	normale	700	28,600	4,09	4,250	5,520	0,79	2,540	0,440	0,063	1,380	0,197	0,016	0,0022		Animali dell'età di 2 mesi e mezzo all'atto della operazione.
	castrato	600	29,000	4,83	3,900	6,175	1,03	2,315	0,660	0,110	0,425	0,071	0,019	0,0031	40	
VIII.	normale	650	22,820	3,51	3,620	5,510	0,85	2,350	0,450	0,069	0,585	0,090	0,022	0,0034		Animali dell'età di 2 mesi e mezzo all'atto della operazione.
	castrato	620	27,250	4.39	3,710	6,185	1,00	2,240	0,670	0,108	0,645	0,104	0,015	0,0024	15	

Riassunto dei pesi dei varî organi

delle cavie negli esperimenti di ovariectomia bilaterale [1].

Peso del corpo delle cavie normali	medio gr. 422 massimo gr. 700 minimo gr. 240	Peso del corpo delle cavie ovariectomizzate	medio gr. 430 massimo gr. 620 minimo gr. 210
Peso del fegato delle cavie normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 4,05 (16,848) massimo gr. 4,86 (28,600) minimo gr. 3,27 (9,00)	Peso del fegato delle cavie ovariectomizzate 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 4,76 (19,898) massimo gr. 6,50 (29,000) minimo gr. 3,99 (11,900)
Peso dei reni delle cavie normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 1,06 (4,194) massimo gr. 1,60 (5,520) minimo gr. 0,79 (2,535)	peso dei reni delle cavie ovariectomizzate 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 1,21 (4,905) massimo gr. 1,64 (6,185) minimo gr. 0,96 (3,440)
Peso del cuore delle cavie normali	medio gr. 1,536 massimo gr. 2,540 minimo gr. 0,855	Peso del cuore delle cavie ovariectomizzate	medio gr. 1,739 massimo gr. 2,315 minimo gr. 1,165
Peso della milza delle cavie normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,142 (0,575) massimo gr. 0,280 (1,380) minimo gr. 0,077 (0,300)	Peso della milza delle cavie ovariectomizzate 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,111 (0,470) massimo gr. 0,147 (0,685) minimo gr. 0,071 (0,250)
Peso delle capsule surrenali delle cavie normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,071 (0,318) massimo gr. 0,116 (0,485) minimo gr. 0,030 (0,096)	Peso delle capsule surrenali delle cavie ovariectomizzate 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,133 (0,540) massimo gr. 0,185 (0,741) minimo gr. 0,105 (0,350)
Peso dell'ipofisi delle cavie normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,0031 (0,013) massimo gr. 0,0036 (0,022) minimo gr. 0,0022 (0,008)	Peso dell'ipofisi delle cavie ovariectomizzate 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,0031 (0,013) massimo gr. 0,0040 (0,019) minimo gr. 0,0022 (0,007)
Peso del cervello delle cavie normali	medio gr. 3,630 massimo gr. 3,790 minimo gr. 3,085	Peso del cervello delle cavie ovariectomizzate	medio gr. 3,756 massimo gr. 4,115 minimo gr. 3,040

(1) I numeri fra parentesi rappresentano i valori dei pesi assoluti.

e di una castrata del peso di gr. 340, vediamo la ipofisi della seconda (gr. 0,015) pesare un milligrammo più di quella della prima (gr. 0,014); ma stabilita la proporzione col peso del corpo i due pesi diventano perfettamente uguali; e ciò nonostante che il peso del fegato, del cervello e dei reni dell'individuo operato siano superiori ai corrispondenti pesi del controllo, e che l'esperimento abbia avuto una durata di 90 giorni.

Nella II^a coppia, formata di una cavia controllo di gr. 500 e di una operata di gr. 550, vediamo che l'ipofisi di quest'ultima (gr. 0,016) ha su quella della prima (gr. 0,011) un vantaggio di cinque milligrammi considerando i pesi come valori assoluti, e di sette decimilligrammi considerando i pesi relativamente a quelli corporei. In questo caso quindi potremmo parlare di aumento della pituitaria dopo sessanta giorni dall'operazione; ma ecco che esso perde ogni importanza di fronte a ciò che si osserva nella coppia III^a, nella V^a e nella VII^a. La coppia III^a è formata da due cavie, di cui il controllo pesa gr. 510 e quella castrata gr. 550, L'ipofisi della prima risulta di gr. 0,015 e quella della seconda di gr. 0,014; in proporzione del peso del corpo poi abbiamo gr. 0,0029 pel controllo e gr. 0,0025 per l'altra dopo 90 giorni dall'operazione. Questo fatto si comprende bene come tolga ogni valore a quanto risulterebbe dalla coppia II^a, poichè non sapremmo concepire come mai si dovesse avere aumento di peso dell'ipofisi dopo 60 giorni dalla castrazione e non dopo 90. Degli altri visceri anche in questa, come nella II^a coppia, alcuni si sono mostrati più pesanti nella cavia intera, altri in quella castrata. Nella coppia V^a formata dalla stessa cavia controllo della coppia III^a e quindi del peso di gr. 510 e di una castrata del peso di gr. 550 vediamo per l'ipofisi ripetersi esattamente quello che è stato osservato nella coppia III^a: infatti l'ipofisi del soggetto operato pesa gr. 0,014 di fronte a gr. 0,015 dell'ipofisi del controllo. Una tal differenza sebbene minima ha per questa coppia maggiore importanza che per la III^a, per il fatto che la cavia operata presenta tutti i suoi visceri, ad eccezione della milza, più pesanti dei corrispondenti organi del soggetto normale. Anche la coppia VI^a ci dimostra un fatto analogo dopo 15 giorni di durata dell'esperimento. In essa abbiamo due cavie,

di cui la normale ha il peso corporeo di gr. 380 e quella operata di gr. 450. Ad onta di una eccedenza di 70 gr. nel peso corporeo di quest' ultima, i pesi assoluti delle ipofisi dei due animali sono stati perfettamente uguali, e quelli in rapporto al peso del corpo hanno dato un valore superiore di circa $^1/_6$ per la cavia intera.

La coppia IV^a infine ci presenta due cavie di cui la normale pesa gr. 380 e quella castrata gr. 440: l'ipofisi dà un peso di gr. 0,012 per la prima e gr. 0,018 per la seconda dopo 75 giorni dell'operazione; valori equivalenti a gr. 0,0032 per la prima e 0,0041 per la seconda in proporzione del peso del corpo. Questa superiorità di $^1/_5$ circa nel peso dell'ipofisi dell'animale castrato, mentre non costituisce un valore così grande da richiamare in modo particolare la nostra attenzione, perde anche, ci sembra, gran parte della sua importanza, se prendiamo in considerazione il fegato dei due animali. Esso nella cavia controllo pesa gr. 16,550 mentre nella cavia operata raggiunge appena gr. 8,350, con un rapporto presso a poco di 1 a 2. Ora a noi sembra che questo fatto mentre ci da un chiaro esempio di ciò che possono essere le differenze individuali in rapporto ad un dato organo, può renderci conto anche della differenza assai minore riscontrata nell' ipofisi dei due animali senza che sia necessario attribuirla alla soppressione delle glandole testicolari.

B. *femmine.* — La tabella dei pesi massimo, medio e minimo ci offre delle cifre oltremodo evidenti, se si paragonano rispettivamente quelle degli organi delle cavie normali e quelle degli organi delle cavie castrate. In otto coppie il peso medio della ipofisi delle cavie operate (gr. 0.013) è risultato perfettamente uguale a quello della stessa glandola dei controlli (gr. 0,013), mentre tanto il peso massimo (gr. 0,019) quanto il peso minimo (gr. 0,007) della pituitaria delle prime sono risultati inferiori ai corrispondenti della pituitaria delle seconde (peso massimo gr. 0,022; minimo gr. 0,008).

Questo fatto acquista anche maggior valore quando dalla tabella si rilevi il fatto che il peso medio del corpo, come quello del fegato, del cervello, dei reni, del cuore risulta maggiore nelle cavie ovariectomizzate che in quelle normali.

Scendendo ora a considerare le singole coppie, vediamo nella Iª che la pituitaria della cavia operata pesa in proporzione del corpo circa $^1/_6$ più di quella normale; ma esaminando comparativamente i pesi degli altri organi vediamo come essi nella prima, ad eccezione del fegato, pesino tutti più dei corrispondenti della seconda, di quantità non molto differenti da quella riscontrata per l'ipofisi.

Nella seconda coppia, formata da due cavie di peso corporeo uguale, vediamo l'ipofisi della cavia operata uccisa dopo 3 giorni dall'operazione, più piccola di circa $^2/_9$ di quella del controllo in rapporto al peso del corpo. Si potrà obiettare che per questa coppia la durata dell'esperienza fu troppo breve; ma la inferiorità del peso della ipofisi della cavia operata vale tuttavia a dimostrare per lo meno, che nessun valore assoluto va attribuito a quei casi, nei quali una differenza possa aver luogo anche in senso contrario, inquantocchè nell'un caso e nell'altro può trattarsi di un fatto puramente accidentale. E ciò tanto più vale per la coppia in esame, inquantochè anche tutti gli altri visceri della cavia castrata pesano più dei rispettivi della cavia controllo.

Le differenze nel peso dell'ipofisi presentate dagli animali castrati in confronto dei relativi controlli sono così piccole, da non poter meritare una particolare considerazione nelle coppie IIIª - IVª - Vª, nelle quali tuttavia anche gli altri organi dei soggetti operati pesano più dei rispettivi degli animali interi.

Nella coppia VIª abbiamo due cavie, di cui la normale pesa gr. 415 quella ovariectomizzata gr. 550. Orbene quest'ultima nonostante i suoi 135 grammi di vantaggio sul peso corporeo dell'altra, presenta un'ipofisi, che dopo 60 giorni dall'operazione ha un peso perfettamente uguale a quello del controllo, cioè di gr. 0,013. Il fatto acquista anche maggiore importanza se si considerano gli altri organi, i quali per la massima parte pesano presso a poco ugualmente nei due animali in rapporto al peso del corpo, e se mai con una leggiera eccedenza per i soggetti castrati.

Nella coppia VIIª noi vediamo l'ipofisi dell'animale castrato pesare circa 1 volta e mezzo quello del controllo, ma in

esso se si eccettua la milza anche tutti gli altri organi pesano di più, e specialmente i reni e le capsule surrenali la cui differenza si avvicina presso a poco a quella riscontrata per l'ipofisi.

Ond'è che a noi non sembra verosimile il far dipendere l'aumento di volume della pituitaria in questo caso della soppressione delle ovaie; e ciò tantopiù in quanto in altre coppie, come già abbiamo accennato, si è avuto il fatto contrario anche dopo una maggiore durata dell'esperienza.

Da ulteriori considerazioni ci dispensa la coppia VIII^{a}, la quale offre un esempio eloquente di quanto testè siamo andati dicendo. In essa la cavia castrata presenta dopo 15 giorni dalla operazione un'ipofisi di circa $^{1}/_{3}$ inferiore a quella del controllo, mentre sono notevolmente più pesanti il fegato i reni, le capsule surrenali, la milza.

Riassumendo quindi ci sembra logico ritenere che mentre non si hanno dati sufficienti per ammettere una costante modificazione nel peso della ipofisi delle cavie maschi e femmine in seguito alla castrazione riteniamo più razionale attribuire le varie differenze osservate sia nell'ipofisi sia negli altri organi a puri fatti accidentali legati a condizioni di ordinarie oscillazioni individuali.

***

Passiamo ora all'esame dei preparati microscopici per vedere se dallo studio istologico comparativo fra le ipofisi delle cavie normali e quelle delle cavie castrate emergano delle differenze tali da indurci a conclusioni diverse da quelle alle quali ci avrebbero condotto i risultati dell'esame macroscopico.

Anche par le cavie, come per i conigli, facciamo una descrizione unica dell'ipofisi degli animali normali, maschi e femmine, avendo osservato che non esistono caratteri differenziali molto spiccati da richiedere una descrizione a parte per ogni singolo animale.

Esame microscopico dell'ipofisi.

A. *Cavie normali.* — La trama connettivo-vascolare è rappresentata da trabecole e capillari fini variamente incrociantisi

in modo da delimitare delle maglie di diversa forma di ampiezza. Entro questi spazi si trovano gli elementi cellulari in vario modo distribuiti. In qualche ipofisi vediamo diverse sezioni con capillari ampi e pieni di sangue e con cellule di tutti i tipi, eosinofile, cianofile, fondamentali, nonchè di quelle a protoplasma abbondante, finamente granuloso, di aspetto epatico: le cellule eosinofile sono prevalentemente alla periferia, in quantità piuttosto scarsa. In altre ipofisi si osservano sezioni con discreta quantità di cellule eosinofile, situate specialmente nelle zone marginali: mentre in alcune sezioni se ne hanno una quantità molto abbondante in quelle zone, altre sezioni ne contegono un discreto numero anche nella parte centrale, dove talora si presentano fortemente granulose.

Altre ipofisi normali presentano in alcune sezioni scarsezza di cellule eosinofile, in altre discreta abbondanza specialmente nelle zone periferiche; altre sezioni ne mostrano notevole quantità frammiste agli altri elementi, ma sempre a prevalenza nelle zone marginali. In talune di queste sezioni, i vasi sono ampi e pieni di sangue, in altre appena visibili.

In altre ipofisi ancora gli elementi eosinofili, più abbondanti alla periferia, raggiungono anche le zone centrali, dove formano dei gruppetti di varia forma e grandezza. Le zone centrali di tali sezioni sono costituite per la massima parte di elementi cromofobi: esistono però disseminati qua e là anche elementi grandi poligonali, a protoplasma finamente granuloso, colorato in grigio. In qualche altra sezione le cellule eosinofile anche nelle zone centrali predominano sugli altri tipi cui sono frammiste. Esse hanno dappertutto forma rotonteggiante od ovalare, nucleo ora centrale ora eccentrico, protoplasma assai abbondante, uniformemente colorato.

Gli elementi dei vari tipi ora formano gruppi assai irregolari entro le maglie limitate dalla trama connettivo-vascolare, ora si trovano a formare cordoni più o meno regolari, ora si trovano scaglionati lungo i capillari sanguigni, e qualche volta intorno a spazi di varia ampiezza talora vuoti, talora ripieni di sostanza eosinofila o cianofila. Si ha una disposizione non molto dissimile da quella descritta negli altri animali. Aspetto simile a quello degli altri animali ha il lobo nervoso collo strato epiteliale che lo circonda anteriormente.

B. — *Cavie castrate.* a) maschi.

I^a (durata dell'esperimento, 90 giorni). Vascolarizzazione poco evidente. Intorno al lobo nervoso si vede un'ampia zona di cellule con nucleo piuttosto grande, circondato da una discreta quantità di protoplasma finamente granuloso, colorato dalla ematossilina. Nella parte anteriore del lobo epiteliale si notano scarse cellule eosinofile, le quali occupano specialmente la periferia della sezione, mentre nelle zone centrali sono molto rare.

Gli altri tipi di elementi si trovano presso a poco nella stessa quantità e colle stesse modalità con cui si trovano nelle ipofisi normali.

In altre sezioni le cellule eosinofile sono più abbondanti, ed oltrechè nella zona periferica si trovano disseminate anche nelle zone centrali in discreta quantità. Esse non hanno aspetto differente da quello osservato negli stessi elementi delle ipofisi normali.

Gli elementi che circondano il lobo nervoso non hanno sempre l'aspetto descritto, ma in alcuni punti mostrano protoplasma più scarso e chiaro, che le ravvicina alle cellule cromofobe.

II^a (durata dell'esperimento, 60 giorni). Vasi ampi e pieni di sangue. Nelle varie sezioni non si vedono che rare cellule eosinofile variamente disseminate. Gli altri tipi cellulari non mostrano niente di speciale.

III^a (durata dell'esperimento, 90 giorni). Vasi ampi e pieni di sangue. Le cellule eosinofile sono molto scarse; se ne trovano solo alcuni gruppetti verso la periferia, dove abbondano invece le cellule grandi di aspetto epatico. Nelle zone centrali delle sezioni si ha presenza di questi stessi elementi misti ad elementi cromofibi, i quali sono in forte predominio. Le eosinofile non mostrano caratteri che le differenzino da quelle delle ipofisi normali.

IV^a (durata dell'esperimento, 75 giorni). Abbondanza di cellule eosinofile, per la massima parte localizzate alla periferia ma anche, sebbene in minor quantità, nelle parti centrali, dove si trovano mescolate insieme con gli altri elementi in modo vario intorno ai capillari sanguigni.

In molte sezioni esse predominano sugli altri tipi cellulari.

Gli elementi epiteliali intorno al lobo nervoso in parte hanno protoplasma finamente granuloso, colorato dalla ematossilina, in parte protoplasma più scarso, chiaro, trasparente.

Vasi sanguigni poco evidenti nella maggior parte delle sezioni; in altre un po' più evidenti.

V^a (durata dell'esperimento, 30 giorni). In questa ipofisi si osservano gli stessi fatti che nel caso precedente.

VI^a (durata dell'esperimento, 15 giorni). Vasi sanguigni poco appariscenti. Alcune sezioni mostrano scarsezza di cellule eosinofile; altre abbondanza di esse, in parte distribuite verso la periferia, e molte irregolarmente distribuite fra gli altri elementi nelle altre zone. Non hanno aspetto differente da quello delle stesse cellule nelle ipofisi normali.

b.) *femmine.*

I^a (durata dell'esperimento, 10 giorni). Vasi sanguigni poco evidenti. Discreta quantità di cellule eosinofile disseminate in tutte le zone delle varie sezioni, ma localizzate più specialmente alla periferia. Gli altri tipi cellulari non offrono particolarità degne di nota.

II^a durata dell'esperimento, 3 giorni). Vasi sanguigni poco evidenti. Si ha discreta quantità di cellule eosinofile, che si trovano disseminate irregorlarmente in alcune sezioni, miste agli elementi degli altri tipi. In altre sezioni esse formano cumuli più ampi e maggiormente visibili.

III^a (durata dell'esperimento, 23 giorni). Vasi sanguigni assai ampi in alcune sezioni; in altre straordinariamente dilatati e pieni di sangue. In alcune sezioni si ha in alcune zone abbondanza di cellule eosinofile, ma nella massima parte delle sezioni esse scarseggiano, qualche volta sono affatto assenti, mentre dominano gli elementi degli altri tipi, che non offrono alcunchè di speciale.

IV^a (durata dell'esperimento, 10 giorni). Vasi sanguigni assai ampi. Le cellule eosinofile in alcune sezioni mancano quasi completamente; in altre sono scarse mentre abbondano le cellule di aspetto epatico, le quali sono situate in vaste zone alla periferia. Il rimanente è costituito in parte da queste stesse cellule, in parte da cellule cromofobe. In qualche rara

sezione le cellule eosinofile sono un pò più abbondanti, ma il loro numero è estremamente scarso in rapporto agli elementi degli altri tipi.

V^a (durata dell'esperimento, 30 giorni). Vasi sanguigni poco evidenti in alcune sezioni, più ampi in altre. Cellule eosinofile scarsissime, situate più specialmente verso la periferia. In alcune zone abbondano gli elementi cromofobi, in altre i cianofili.

VI^a (durata dell'esperimento, 60 giorni). Vasi sanguigni poco appariscenti. Il resto come nel caso V^o.

VII^a (durata dell'esperimento, 40 giorni). Vasi sanguigni scarsamente visibili. Cellule eosinofile abbondanti più specialmente nelle parti periferiche, ma in parte diffuse anche nelle zone centrali. Gli altri tipi cellulari non presentano nulla di speciale, e gli eosinofili hanno aspetto simile a quello che nei casi precedenti e nelle ipofisi normali.

VIII^a (durata dell'esperimento, 15 giorni. Alcune sezioni prossime alla periferia sono costituite quasi esclusivamente da cellule eosinofile; soltanto limitate zone di esse contengono più numerosi gli elementi degli altri tipi. In altre sezioni le cellule eosinofile sono molto più rare, ed occupano specialmente la periferia dell'organo; però in minor quantità si trovano anche verso le zone centrali, dove appaiono invece abbondanti gli elementi cromofobi ed i cianofili. I capillari sanguigni poco evidenti in alcune sezioni sono ampi e ripieni di sangue in altre.

Anche in questo caso le cellule eosinofile hanno aspetto identico a quello riscontrato per gli stessi elementi nelle ipofisi normali.

***

Nelle cavie maschi paragonando i fatti osservati nelle cavie castrate con quelle descritte negli animali normali, risulta evidente come fra gli uni e gli altri non esistano differenze molte spiccate e costanti.

Effettivamente in alcune ipofisi di soggetti castrati le cellule eosinofile si mostrano lievemente più numerose che in

Tavola dei pesi dei varii organi dei conigli negli esperimenti di allacciatura e resezione bilaterale del condotto deferente.

N. d'ordine delle coppie		Peso del corpo in gr.	Peso del fegato in gr.		Peso del cervello in gr.	Peso dei reni in gr.		Peso del cuore in gr.	Peso della milza in gr.		Peso delle capsule surrenali in gr.		Peso dell'ipofisi in gr.		Durata dell'esperimento in giorni	OSSERVAZIONI
			Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		Totale	Per 100 gr. del peso del corpo	Totale	Per 100 gr. del peso del corpo	Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		
I.	normale	1000	24	2,400	7,810	6,950	0,695	2,840	0,475	0,047	0,170	0,017	0,022	0,00220		
	castrato	930	29	3,118	9,450	9,420	1,013	3,750	0,385	0,041	0,298	0,032	0,014	0,00151	30	
II.	normale	1550	54	3,484	8,980	11,300	0,729	4,900	0,630	0,041	0,215	0,014	0,025	0,00161		Animali dell'età di 5 mesi
	castrato	1550	31	2,000	8,765	9,900	0,639	3,160	0,550	0,035	0,122	0,008	0,011	0,00065	45	
III.	normale	2030	59	2,906	8,625	12,480	0,615	4,980	1,120	0,056	0,255	0,013	0,025	0,00123		Animali adulti
	castrato	2070	57	2,754	8,240	14,150	0,681	4,770	0,910	0,044	0,197	0,009	0,020	0,00097	20	

Riassunto dei pesi dei varî organi dei conigli negli esperimenti di allacciatura e resezione bilaterale del condotto deferente [1].

Peso del corpo dei conigli normali	medio gr. 1527 massimo gr. 2030 minimo gr. 1000	Peso del corpo dei conigli operati	medio gr. 1517 massimo gr. 2070 minimo gr. 930
Peso del fegato dei conigli normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 2,930 (45,66) massimo gr. 3,484 (59,00) minimo gr. 2,400 (24,00)	Peso del fegato dei conigli operati 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 2,624 (39,00) massimo gr. 3,118 (57,00) minimo gr. 2,000 (29,00)
Peso dei reni dei conigli normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,680 (10,243) massimo gr. 0,729 (12,480) minimo gr. 0,615 (6,950)	Peso dei reni dei conigli operati 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,779 (11,156) massimo gr. 1,013 (14,150) minimo gr. 0,639 (9,420)
Peso del cuore dei conigli normali	medio gr. 4.240 massimo gr. 4,980 minimo gr. 2,840	Peso del cuore dei conigli operati	medio gr. 3,893 massimo gr. 4,770 minimo gr. 3,160
Peso della milza dei conigli normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,048 (0,742) massimo gr. 0,056 (1,120) minimo gr. 0,041 (0,475)	Peso della milza dei conigli operati 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,040 (0,615) massimo gr. 0,044 (0,910) minimo gr. 0,035 (0,385)
Peso delle capsule surrenali dei conigli normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,015 (0,213) massimo gr. 0,017 (0,255) minimo gr. 0,013 (0,770)	Peso delle capsule surrenali dei conigli operati 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,016 (0,205) massimo gr. 0,032 (0,298) minimo gr. 0,008 (0,122)
Peso dell'ipofisi dei conigli normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,00168 (0,024) massimo gr. 0,00220 (0,025) minimo gr. 0,00123 (0,022)	Peso dell'ipofisi dei conigli operati 0/0 gr. del peso del corpo.	medio gr. 0,00101 (0,015) massimo gr. 0,00151 (0,020) minimo gr. 0,00065 (0,011)
Peso del cervello dei conigli normali	medio gr. 8,472 massimo gr. 8,980 minimo gr. 7,810	Peso del cervello dei conigli operati	medio gr. 8,818 massimo gr. 9,450 minimo gr. 8,240

(1) I numeri fra parentesi rappresentano i valori dei pesi assoluti.

Tavola dei pesi dei varii organi dei conigli negli esperimenti di allacciatura e resezione del deferente da un lato e contemporanea orchiectomia dall'altro.

N. d'ordine delle coppie		Peso del corpo in gr.	Peso del fegato in gr.		Peso del cervello in gr.	Peso dei reni in gr.		Peso della milza in gr.		Peso del cuore in gr.	Peso delle capsule surrenali in gr.		Peso della ipofisi in gr.		Durata dell'esperimento in giorni	OSSERVAZIONI
			Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		Totale	Per 100 gr. del peso del corpo	Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		Totale	Per 100 gr. del peso del corpo	Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		
I.	normale	1900	59	3,105	8,890	8,760	0,461	1,100	0,058	4,690	0,262	0,014	0,020	0,00105		Animali adulti
	operato	1880	58	3,085	8,940	9,950	0,529	0,725	0,039	4,820	0,360	0,019	0,018	0,00096	30	
II.	normale	1900	59	3,105	8,890	8,760	0,461	1,100	0,058	4,690	0,262	0,014	0,020	0,00105		Animali adulti
	operato	1900	62	3,263	8,935	11,285	0,594	0,885	0,047	4,070	0,278	0,015	0,018	0,00095	29	
III.	normale	2030	59	2,906	8,625	12,480	0,615	1,120	0,056	4,980	0,255	0,013	0,025	0,00123		Animali adulti
	operato	1900	50	2,551	9,040	12,665	0,646	0,980	0,050	4,730	0,195	0,010	0,015	0,00077	45	

Riassunto dei pesi dei varî organi dei conigli negli esperimenti di allacciatura e resezione del deferente da un lato con orchiectomia dal lato opposto [1].

Peso del corpo dei conigli normali	medio gr. 1943 massimo gr. 2030 minimo gr. 1900	Peso del corpo dei conigli operati	medio gr. 1893 massimo gr. 1900 minimo gr. 1880
Peso del fegato dei conigli normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 3,039 (59,00) massimo gr. 3,105 (59,00) minimo gr. 2,906 (59,00)	Peso del fegato dei conigli operati 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 2,966 (56,00) massimo gr. 3,263 (62,00) minimo gr. 2,551 (50,00)
Peso dei reni dei conigli normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,512 (10,000) massimo gr. 0,615 (12,480) minimo gr. 0,461 (8,760)	Peso dei reni dei conigli operati 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,590 (11,300) massimo gr. 0,646 (12,665) minimo gr. 0,529 (9,950)
Peso del cuore dei conigli normali	medio gr. 4,787 massimo gr. 4,980 minimo gr. 4,690	Peso del cuore dei conigli operati	medio gr. 4,540 massimo gr. 4,820 minimo gr. 4,070
Peso della milza dei conigli normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,057 (1,107) massimo gr. 0,058 (1,120) minimo gr. 0,056 (1,100)	Peso della milza dei conigli operati 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,045 (0,863) massimo gr. 0,050 (0,980) minimo gr. 0,039 (0,725)
Peso delle capsule surrenali dei conigli normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,014 (0,259) massimo gr. 0,014 (0,262) minimo gr. 0,013 (0,255)	Peso delle capsule surrenali dei conigli operati 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr 0,015 (0,277) massimo gr. 0,019 (0,360) minimo gr. 0,010 (0,195)
Peso dell'ipofisi dei conigli normali 0/0 gr del peso del corpo	medio gr 0,00111 (0,021) massimo gr. 0,00123 (0,025) minimo gr. 0,00105 (0,020)	Peso dell'ipofisi dei conigli operati 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,00089 (0,017) massimo gr. 0,00096 (0,018) minimo gr. 0,00077 (0,015)
Peso del cervello dei conigli normali	medio gr. 8,802 massimo gr. 8,890 minimo gr. 8,625	Peso del cervello dei conigli operati	medio gr. 8,972 massimo gr. 9,040 minimo gr. 8,935

(1) I numeri fra parentesi rappresentano i valori dei pesi assoluti.

altre di individui normali; ma una serie di fatti, cui ora accenneremo non ci fa dare a quel reperto il significato e l'importanza di una modificazione legata alla soppressione delle glandole sessuali.

Anzitutto i caratteri istologici dell'ipofisi delle cavie castrate, specialmente nei riguardi della quantità e distribuzione delle cellule eosinofile, dimostrano l'assoluta mancanza di qualunque rapporto apprezzabile fra essi e la durata dell'esperienza. Infatti vediamo una discreta quantità di cellule eosinofile nella ipofisi della cavia I dopo 90 giorni dall'operazione, mentre esse nello stesso organo della cavia III sono molto meno numerose nonostante la stessa durata di 90 giorni dalla esperienza. Così pure tali elementi eosinofili sono più abbondanti nella pituitaria della cavia IV, sacrificata dopo 75 giorni dall'operazione, che in quella della cavia III dopo 90 giorni. Analogamente essi sono più abbondanti nelle ipofisi delle cavie V e VI, sacrificate rispettivamente 30 e 15 giorni dopo l'operazione, di quel che non siano nelle cavie II e III uccise rispettivamente 60 e 90 giorni dopo la estirpazione dei testicoli.

In secondo luogo la quantità di cellule eosinofile nelle ipofisi delle cavie castrate non è in rapporto diretto col peso della ipofisi stessa. Infatti tali elementi sono più numerosi nella ipofisi della cavia I, con un peso di gr. 0,015, che in quello della cavia II, in cui il peso è di gr. 0,016: così pure si mostrano più abbondanti nella pituitaria delle cavie V e VI con un peso respettivo di gr. 0,014, e 0,011, che in quella delle cavie II e III, in cui il peso raggiunge rispettivamente gr. 0,016 e gr. 0,014.

Lo stesso dicasi per lo stato dei vasi sanguigni, i quali si mostrano ampii e ripieni di sangue nella ipofisi della cavia II, 60 giorni dopo la castrazione, mentre sono appena evidenti nella cavia I dopo 90 giorni.

D'altra parte non esiste alcun rapporto fra l'aspetto dei vasi sanguigni e la quantità delle cellule eosinofile, poichè noi vediamo tali elementi pochissimo numerosi nella ipofisi delle cavie II e III, in cui i vasi sanguigni sono estremamente ampi, mentre invece si ha una notevole quantità di cellule eosinofile nella ipofisi delle cavie V e VI, in cui il sistema vascolare sanguigno è appena visibile.

In alcune cavie castrate poi la quantità delle cellule eosinofile non solo non si è mostrata superiore, ma perfino inferiore a quella osservata in alcuni controlli.

Aggiungasi che l'aspetto dei singoli elementi eosinofili e la loro disposizione non sono stati fondamentalmente differenti da quel che si è osservato nelle cavie normali, e sembrerà molto verosimile l'ammettere che anche nelle cavie maschi, come nei conigli, *la struttura della glandola ipofisaria non subisce modificazioni apprezzabili in seguito alla castrazione neppure dopo 90 giorni d'esperimento.*

Tutto quello che è stato detto per le cavie maschi si può ripetere anche per le femmine, nelle quali ugualmente dalle nostre ricerche risulterebbe *non aversi sull'ipofisi alcun risentimento in seguito alla estirpazione delle ovaie.*

***

Oltre le esperienze di cui abbiamo tenuto fin qui parola, abbiamo voluto ripetere sui conigli e sulle cavie anche quelle fatte da Barnabò sulle cavie e sui topi, vale a dire quelle di resezione bilaterale del deferente, e di resezione unilaterale del deferente con contemporanea orchiettomia dal lato opposto.

I risultati sono esposti in tabelle apposite.

Se prendiamo in considerazione i risultati ottenuti nelle esperienze di resezione bilaterale del condotto deferente eseguite in tre conigli sacrificati uno 20, uno 30 ed uno 45 giorni dopo l'operazione, come è esposto nella tabella suddetta, appare in modo evidente il fatto che l'ipofisi dei conigli operati s'è mostrata di peso notevolmente inferiore a quello della ipofisi dei relativi controlli. Il peso medio della pituitaria dei soggetti operati infatti è di gr. 0,015 di fronte a gr. 0,024 dei soggetti normali, quantunque tra il peso medio corporeo dei primi e quello dei secondi non vi sia che la differenza di 10 gr. a vantaggio di questi ultimi. Ed è notevole sopratutto che oltre il peso medio, anche il peso massimo ed il peso minimo della pituitaria dei controlli sono risultati superiori ai corrispondenti dello stesso organo dei conigli operati di quantità tutt'altro che lievi: basti osservare il peso minimo presentato

dall' ipofisi di uno dei tre individui operati è precisamente la metà del peso minimo trovato per la ipofisi dei controlli. E non si può dire che i pesi della pituitaria dei conigli operati siano risultati più piccoli di quello della stessa glandola dei conigli normali per il fatto che anche fra i pesi di tutti gli altri organi esista una simile differenza; infatti all' infuori del fegato, tutti gli altri organi pesano presso a poco allo stesso modo nei due gruppi di animali in esperimento.

I risultati di questi esperimenti quindi sono di per sè tanto eloquenti che ogni ulteriore discussione ci sembra superflua: basta l' esempio della coppia III, nella quale 20 giorni dopo l' operazione vediamo che l' ipofisi del coniglio operato pesa gr. 0,020, mentre quella del controllo pesa gr. 0,025, nonostante una differenza di 40 grammi a vantaggio del peso corporeo del primo, per convincerci come non possa ammettersi un' aumento di peso della ipofisi nei conigli in seguito alla resezione bilaterale del condotto deferente.

Però il fatto di aver trovato per l' ipofisi dei tre animali operati dei pesi inferiori a quelli dello stesso organo dei controlli, a noi sembra spiegabile più che come un effetto dell' operazione in quelli eseguita, come un' evenienza puramente accidentale oltrechè per le stesse ragioni addotte per gli altri esperimenti, anche per quello che vedremo a riguardo dell' esame microscopico.

Passando ad esaminare la seconda tabella, nella quale sono esposti i risultati delle pesate dei vari organi dei conigli, su cui è stata praticata la resezione unilaterale del deferente e la contemporanea orchiettomia dall' altro lato, siamo subito colpiti da un fatto perfettamente analogo a quello osservato negli animali delle precedenti esperienze. Anche qui tutti e tre i conigli operati hanno mostrato l' ipofisi di peso inferiore a quello dell' ipofisi dei rispettivi controlli. Infatti vediamo come il peso medio della pituitaria dei soggetti operati risulti di 4 milligrammi inferiore al corrispondente peso dei soggetti normali, mentre la differenza fra i due pesi massimi e i due pesi minimi è ancora più spiccata (7 millgr. tra i due primi e 5 millgr. tra i due secondi, sempre a vantaggio della ipofisi dei controlli). È vero che questi hanno sugli altri

una preponderanza di 50 grammi nel peso medio del corpo, ma è facile convincersi anche dall' ultima colonna della tabella, come tale differenza non sia sufficiente a spiegare l' altra esistente fra i pesi della ipofisi ; senza dire poi che per tutti gli altri organi dei due gruppi di animali in paragone si sono avuti dei pesi medi presso a poco uguali; anzi quello dei reni e del cervello è risultato negli animali operati leggermente superiore a quello ottenuto nei controlli.

Anche per questa seconda serie di esperienze non vogliamo fare sulla scorta dei risultati ottenuti l' affermazione, certamente avventata, che la ipofisi nei conigli sottoposti alla operazione in parola abbia a subire una diminuzione anzichè un aumento ; noi vogliamo soltanto stabilire che nelle nostre esperienze di resezione monolaterale del deferente con contemporanea orchiettomia dal lato opposto fatta su tre conigli non abbiamo mai notato l' ipofisi più pesante nel soggetto operato che nel controllo, neppure 45 giorni dopo l' operazione.

E veniamo ai risultati ottenuti coll' esame microscopico.

Non staremo qui a descrivere nuovamente la struttura della pituitaria dei controlli, non avendo trovato nulla di sostanzialmente diverso da quello che già descrivemmo per la stessa glandola dei conigli normali nelle esperienze di castrazione.

Esame microscopico dell' ipofisi dei conigli sottoposti alla resezione ed allacciatura bilaterale del deferente.

I° (durata dell'esperimento, 30 giorni). Vasi sanguigni pochissimo evidenti. Alcune sezioni mostrano una quantità abbondantissima di cellule eosinofile, le quali si trovano dovunque disseminate, insieme cogli altri tipi, sui quali però prevalgono in modo evidente. Rare sono le cellule di aspetto epatico, mentre sono assai numerose le cellule cromofobe. Tale aspetto ha la massima parte delle sezioni : soltanto in alcune le cellule eosinofile si trovano un pò meno abbondanti, come ad esempio nelle zone centrali, dove invece abbondano le cellule cromofobe.

II° (durata dell' esperimento, 45 giorni). Si ha lo stesso reperto del caso precedente ; sono però più numerose le sezioni, in cui nelle zone centrali scarseggiano le cellule eosi-

nofile, le quali ora si mostrano raccolte in gruppetti qua e là intorno ai vasi ora irregolarmente sparse in mezzo agli altri elementi. I vasi sanguigni non sono quasi affatto evidenti.

III° (durata dell'esperimento, 20 giorni). Vasi sanguigni pochissimo evidenti. Nella massima parte delle sezioni le cellule eosinofile sono scarsamente rappresentate; formano per lo più la consueta zona periferica alquanto sottile, mentre nelle zone centrali sono quasi assolutamente assenti. Alla periferia abbondano anche gli elementi degli altri tipi, frammisti agli eosinofili. In altre sezioni le cellule eosinofile sono un pò più abbondanti e formano per lo più dei gruppi sparsi quà e là intorno ai vasi in tutto il campo, ma sempre in maggior quantità verso la periferia. Mancano o sono soltanto scarsi gli elementi d'aspetto epatico.

I caratteri morfologici poi dei vari tipi cellulari non mostrano in nessuna delle tre ipofisi descritte alcun carattere differenziale rispetto a quelli osservati negli elementi delle ipofisi normali.

Esame microscopico dell'ipofisi dei conigli con resezione monolaterale del deferente ed orchiectomia eterolaterale.

I° (durata dell'esperimento, 30 giorni). Vasi sanguigni poco evidenti. Alcune sezioni contengono abbondanti cellule eosinofile, le quali sono situate specialmente alla periferia e più particolarmente nelle zone vicine al lobo posteriore: formano però anche alcuni rari gruppetti nelle zone centrali, dove alcuni elementi si trovano frammisti a quelli degli altri tipi. In altre sezioni la quantità di cellule eosinofile nelle zone centrali è anche maggiore, ma in altre esse sono quasi completamente assenti e localizzate quasi esclusivamente alla periferia, dove pure non sono molto abbondanti.

II° (durata dell'esperimento, 20 giorni). Lo stesso reperto che nel caso precedente.

III° (durata dell'esperimento, 45 giorni). Vasi ampi e pieni di sangue. Nel rimanente lo stesso reperto dei casi precedenti.

***

Nei conigli con allacciatura bilaterale del deferente la quantità delle cellule eosinofile non si è mostrata costantemente maggiore a quella osservata nelle ipofisi normali, come mostra

l'esame microscopico del coniglio III: la quantità di esse è risultata meno abbondante nella ipofisi del coniglio II, sacrificato 45 giorni dopo l'operazione, che nella stessa glandola del coniglio I dopo 30 giorni; in tutte e tre le ipofisi poi si è avuto scarsamente evidente il sistema vascolare, anche là dove le cellule eosinofile risultavano più abbondanti (coniglio I). Va notata infine la mancanza di qualunque relazione proporzionale tra la quantità degli elementi eosinofili ed il peso dell'organo; infatti la ipofisi che mostrò il minor numero di cellule eosinofile fu appunto quella del III coniglio, la quale mostrò fra tutte e tre il peso maggiore.

Le stesse considerazioni possono ripetersi per i conigli, in cui fu fatta l'allacciatura del deferente da un lato con la orchiectomia dall'altro, e nei quali si è avuto un'ipofisi con uguale quantità presso a poco di cellule eosinofile, nonostante una diversa durata dell'esperimento. In questa serie di esperimenti poi è degno di nota il fatto osservato nel coniglio III, in cui accanto al minor peso della ipofisi in rapporto agli altri soggetti, si ebbe una maggiore ampiezza dei vasi sanguigni, indice di una più attiva irrorazione dell'organo.

Evidentemente i reperti ottenuti negli animali di queste due serie di esperimenti *non giustificano il concetto di una ipertrofia ipofisaria in queste particolari condizioni, e corrispondono presso a poco a quello che è stato osservato nei soggetti sottoposti alla castrazione.*

(*Continua*).

CRONACHE E RIVISTE

FISICA

A. Righi. — **Comete ed elettroni.** — (Atti della R. Acc. delle Scienze di Bologna).

È questo il titolo del discorso che il Prof. Senatore Augusto Righi, Presidente dell'Accademia Bolognese, teneva all'adunanza solenne con cui l'anno decorso l'Accademia festeggiava il completamento delle sue sezioni, mercè la creazione di una Classe di Scienze Morali. La dotta allocuzione fu poi pubblicata a parte nella collezione « Attualità scientifiche » dalla Libreria Zanichelli, e tradotta in varie lingue. Alcuni interessanti ravvicinamenti colle più moderne teorie fisiche meritano di esser riportati nelle cronache di questa Rivista che altra volta ha trattato dell'argomento.

Il nucleo di una cometa è formato da uno sciame di parti solide dalle quali si sprigionano, come da una fontana, particelle solide o liquide minutissime e gas a formarne la chioma; quella specie di polvere cosmica della chioma è respinta dalla parte opposta del sole a formare la coda della cometa, coda che contiene pure dei gas, e che, come la chioma ed il nucleo, è sede di fenomeni luminosi. Tale il comportarsi delle comete al loro avvicinarsi al sole.

Che l'approssimarsi al sole di uno o di un gruppo di corpi solidi susciti in essi riscaldamento, disgregazione, fusione e volatilizzazione delle sostanze che eran rimaste solide soltanto a causa del gran freddo degli spazi interplanetari, è evidente. Ma una cosa che riuscì difficile a spiegarsi, fu la repulsione verso la coda delle particelle solide della chioma, che avrebbero dovuto per la legge della gravitazione, o ricadere sulla cometa, o essere attratte verso il Sole. Kepler forse, per il primo, pensò ad una pressione dovuta alla luce; un giovane fisico italiano, A. Bartoli seppe, prima ancora che la teoria

di Maxwell fosse divulgata e ben compresa, prevedere e calcolare la pressione della luce (*Sui movimenti prodotti dalla luce.* Firenze 1876) fondandosi semplicemente sul secondo principio della termodinamica, e ne ricercò in modo ingegnoso la conferma sperimentale. L'A. descrive ampiamente le esperienze ideate dal Bartoli. Si rendeva allora noto che le forze che si sviluppavano nel radiometro di Crookes (1873) erano d'altra natura ed assai più intense della pressione di radiazione. Le considerazioni teoriche del Bartoli vennero riprese ed estese da Boltzmann e da altri, ed oggi non solo è stata dimostrata l'esistenza della pressione prodotta dalla luce; ma si è potuta misurare — p. e. Arrhenius ha trovato che su una sferetta di acqua avente il diametro di 15 Angström la pressione prodotta dalla luce solare è uguale e contraria alla forza con cui la sferetta è attratta dal sole — si è inoltre dimostrato che la pressione di radiazione deve in certo modo far rinculare il corpo che emette la luce. Le esperienze in proposito furono eseguite dal Poynting (*Proc. of. the Roy. Soc.* A. t. 83 — 1910). La pressione dovuta alla luce solare sopra un corpo di dimensioni usuali è trascurabile in confronto alla gravitazione; ma le due forze divengono paragonabili nel caso di corpi di dimensioni piccolissime, perchè la pressione di radiazione è proporzionale alla superficie del corpo su cui agisce, mentre la forza di attrazione è proporzionale alla massa, e la *superficie diminuisce meno rapidamente della massa*, quando si passa da un corpo ad un altro di dimensioni di più in più piccole. Quindi nei corpi piccolissimi *può avvenire che la pressione di radiazione eguagli la gravitazione* e nei corpi anche minori si avrà l'apparente repulsione, dovuta alla luce: tali corpi, invece di essere attratti, sono respinti dal Sole. La pressione della luce va crescendo col diminuire delle dimensioni del corpo: secondo Schwarzschild essa raggiunge un massimo, quando il diametro è circa un terzo della lunghezza d'onda, dopo di che la pressione decresce, e tende a zero.

Per comprendere come le particelle solide della chioma vengano respinte verso la coda, basta ammettere che le loro dimensioni sieno così piccole, che la pressione di radiazione su di esse sia minore della gravità. Il pulviscolo cometario potrà

distribuirsi in varie code, a seconda delle dimensioni dei suoi elementi, delle pressioni varianti a seconda dei corpi luminosi vicini, delle ombre in cui viene a trovarsi ecc. I getti luminosi si possono spiegare ammettendo che il successivo e veemente svolgersi di gas dal nucleo, che avviene dalla parte esposta ai raggi del sole, imprima una notevole velocità diretta verso di esso alle particelle solide che poscia si producono, anche se le dimensioni di queste sono tali, che la pressione di radiazione superi largamente l'attrazione solare: il movimento verso il sole delle particelle corrispondenti ad ogni esplosione di gas dovrà presto rallentarsi, e finire coll'invertirsi, cosicchè una massa considerevole di polvere cometaria si precipiterà a formare un getto luminoso nella coda.

Nelle code cometarie si trovano anche i gas, per quanto estremamente rarefatti: ad essi non si può applicare il concetto di pressione, quale è stato esposto precedentemente, perchè alle dimensioni della molecola corrisponde, secondo Schwarzschild, una pressione trascurabile; ma seguendo una nuova via si è potuto costruire un modello anche della forza ripulsiva che si esercita sui gas. Il Lebedew ha dimostrato che nei fenomeni di risuonanza, ottenuti con onde acustiche, elettromagnetiche e idrodinamiche, il *risuonatore* che si trova alquanto lontano dalla sorgente, è respinto da questa, cioè *tende a muoversi nel senso della propagazione delle onde*. Nelle molecole dei gas si ammettono fenomeni di risuonanza elettromagnetica? Si: le righe di assorbimento dello spettro si spiegano dicendo che le onde luminose corrispondenti alla lunghezza assorbita hanno trovato nelle molecole del gas dei sistemi di elettroni sintonici ad esse, e la loro energia è stata impiegata nell'imprimere movimento a questi. Se pertanto i gas assorbono per risuonanza alcune delle radiazioni che li investono, le esperienze di Lebedew fan prevedere che le molecole dei gas saranno spinte dalle onde luminose o calorifiche nel senso in cui queste si propagano. Il Lebedew riferì nel 1910 (*Wied. Ann.* t. 32) delicati esperimenti che mostrano l'esistenza della detta pressione su vari gas (anidride carbonica, acetilene, ecc.), e potè misurarla trovando valori assai concordanti con le previsioni.

Così è trovato un modo per renderci ragione della spinta dei gas nella coda delle comete. I gas si diffondono poi dalla coda delle comete nello spazio, per la stessa ragione per cui p. e. sulla nostra terra l'idrogeno e l'elio provenienti da eruzioni ecc. sfuggono di continuo nelle regioni interplanetarie. — Si spiega quest'ultimo fatto dicendo che per le molecole gassose di ogni pianeta esiste una certa *velocità critica*, quella con cui la molecola arriverebbe da una distanza infinita al punto che occupa, per effetto della sola attrazione del pianeta. Una molecola che abbandona il pianeta con una velocità superiore a quella critica, non vi fa più ritorno. L'elio e l'idrogeno hanno da noi una velocità maggiore della velocità critica. — La massa di una cometa ha un valore molto piccolo, quindi potrà trattenere soltanto le molecole di gas di elevatissima densità: gli altri, e saranno i più, sfuggiranno lasciando una rarefazione crescente dal nucleo all'estremità.

Fin qui abbiamo trovato nella pressione della luce una ragione dell'aspetto delle comete: vengono ora i fenomeni luminosi che sono principalmente di origine elettrica, e simili a quelli che sappiamo produrre nei nostri tubi da scariche, per quanto in parte sieno dovuti ad incandescenza ed a luce solare riflessa o diffusa. L'A. rassomiglia ciò che accade in una coda cometaria ai fenomeni che si producono nella così detta colonna positiva di un tubo da scariche, cioè nella parte del tubo compresa tra l'elettrodo positivo e lo spazio del oscuro di Faraday. In questa arrivano continuamente elettroni dovuti all'azione del catodo, elettroni che urtano contro le molecole, le trasformano in ioni positivi o negativi, suscitando l'emissione di altri elettroni, e producendo nelle loro collisioni fenomeni luminosi, raggi di Röntgen ecc. Anche nelle code cometarie arrivano continuamente elettroni partenti da quell'enorme catodo che è il sole, ed in parte esigua dalla materia incandescente del nucleo, perchè si ha sempre emissione di elettroni dai corpi incandescenti ad altissima temperatura, posti in un gas molto rarefatto. L'anodo della coda cometaria è costituito dal pulviscolo che vi è diffuso, e che è caricato positivamente dalle radiazioni di piccolissima lunghezza d'onda, provenienti dal sole (effetto di Hallwachs), ed un po' prodotte dagli urti

degli elettroni contro le molecole gassose della coda stessa. Che in questa il gas sia rarefatto estremamente non vi è ragione di dubitarne, e l'analisi spettrale ha accertato che tale gas è formato da idrocarburi ed ossido di carbonio. Nei nostri laboratori possiamo dunque costruire dei modelli dei fenomeni luminosi che si osservano nelle comete; per altro conviene tener presente che in esse non si hanno soltanto innumerevoli piccole scariche fra particelle vicine provviste di opposte cariche; ma fra gruppi più o meno estesi, quando in seguito ai movimenti posseduti dalle molecole gassose solide, si sieno formate *regioni diverse, in ognuna delle quali domina la carica d'un dato segno*, precisamente come nella nostra atmosfera possono raccogliersi le goccioline d'acqua in nubi distinte di diverso segno di carica.

La luminescenza non può arrivare alle parti periferiche, che cessano di essere percettibili col cessare della luminosità, per quanto in essa non manchino particelle di pulviscolo e molecole gassose. D'onde questa conseguenza, cioè che il *passaggio della terra entro le parti periferiche d'una coda cometaria può avvenire anche quando,* stando alle osservazioni dirette, *si sarebbe indotti a credere che il nostro globo passi invece a qualche distanza.* Se la terra traversò effettivamente la parte periferica della coda della cometa di Halley, essa avrà agito nel suo insieme come un corpo caricato positivamente, a causa della circostanza che gli elettroni liberi negli strati più rarefatti dell'atmosfera provenienti da effetto fotoelettrico, da ionizzazione per urto ecc. devono rapidamente sfuggire per la loro grande velocità, come se si trattasse di molecole d'un gas estremamente leggero. Ciò indipendentemente dai fenomeni elettrici che si compiono entro l'atmosfera, e cioè: precipitazioni di gocce recanti al suolo la elettricità, in prevalenza negativa, degli ioni che servirono di nucleo di condensazione; esistenza di elettricità positiva specialmente negli strati ove la pressione è quella di massima conducibilità; formazione di nubi elettrizzate, e scariche fra esse oppure fra esse ed il globo. Il nostro globo avanzandosi verso la coda avrá respinto da sè gran parte della materia cometaria, attraendo soltanto elettroni, nonchè ioni e pulviscolo negativi.

Ed infatti dalle osservazioni fatte dal 19 al 20 Maggio 1910 sembra risultare un aumento di ionizzazione dell'atmosfera, e e di minutissimo pulviscolo.

L. Amaduzzi. — **L'effetto Hallwachs nel Selenio cristallino**. — (Rendiconti della R. Acc. delle Sc. Classe Scienze Fisiche. Bologna).

Certe radiazioni incontrando un corpo non elettrizzato vi suscitano l'emissione di elettroni, e quindi lo caricano positivamente: se invece le medesime radiazioni incontrano un corpo elettrizzato negativamente, coll'espellerne elettroni eliminano la sua carica: l'effetto particolare, sotto l'influenza di una sorgente luminosa, della dispersione della carica d'un corpo elettrizzato negativamente si chiama fenomeno di Halwachs. L'A. ha ricercato se il Selenio presentasse l'effetto di Halwachs, e con quali radiazioni principalmente dalle ultrarosse alle ultraviolette. Il risultato fu di constatare che le radiazioni dello spettro visibile (se non forse le estreme più rifrangibili) non danno effetto apprezzabile; le ultraviolette invece lo mostrano abbastanza chiaramente. Uguale estensione superficiale di zinco amalgamato di fresco e di selenio cristallino alla temperatura ordinaria di 15° mostrarono l'effetto in proporzione rispettiva di 65 ad 1. Siccome l'effetto di Halwachs è intimamente legato all'assorbimento della radiazione scaricatrice, era prevedibile che il selenio avesse a mostrare un potere assorbente marcato nella regione più rifrangibile dello spettro, e ciò è risultato dalle ricerche del Pfund. L'A. prende occasione per modificare un'opinione espressa, senza per altro annettervi soverchia importanza, nella sua ottima pubblicazione « il Selenio » edita nel 1904 (V. Bibliografia di questa Rivista). Allora egli pensava che il comportamento fotoelettrico del Selenio fosse attribuibile a seleniuri accidentalmente ed inevitabilmente formatisi nel processo di costruzione delle celle. Ora si hanno elementi sufficienti per ritenere attribuibile al Selenio vero e proprio la sensibilità della luce. Egli pensa che la luce agendo sul selenio provochi nella massa interna di questo, sebbene per una profondità limitata, la emissione di elettroni capaci di entrare in circolo a costituire la corrente elettrica, qualora un campo elettrico opportuno lo imponga loro. Si

avrebbe in sostanza un fenomeno di Halwachs interno. E che l'effetto della luce penetri un poco nella massa del selenio lo provano ricerche del Prof. Righi, confermate in seguito da altri. Sembra anzi che si possa ritener varia la potenza di penetrazione col variare della lunghezza d'onda della radiazione incidente. Il Pfund ha emesso l'idea, che la luce assorbita dal selenio ecciti nei suoi atomi una risuonanza la quale provocherebbe l'espulsione degli elettroni. Che il fenomeno della risuonanza susciti una forza ripulsiva tra sorgente e risuonatore fu dimostrato sperimentalmente dal Lebedew.

O. M. Corbino. — **Azioni elettromagnetiche dovute agli ioni dei metalli deviati dalla traiettoria normale per effetto di un campo.** — (Nuovo Cimento. Giugno).

Nei fenomeni classici della distribuzione dei potenziali nei conduttori percorsi da corrente (legge di Ohm), dell'elettromagnetismo (azione di Oersted), dell'elettrodinamica (azioni di Ampère) e dell'induzione elettromagnetica (azioni di Faraday) le due correnti opposte di ioni positivi e negativi, ammesse nella teoria elettronica della conducibilità metallica, esercitano azioni inseparabili; gli effetti osservati possono considerarsi come somma di quelli che sarebbero separatamente prodotti dalle due specie di ioni, e, per una data corrente totale, sono indipendenti dai valori parziali delle correnti positiva e negativa e dalle loro velocità.

La supposta coesistenza delle due correnti distinte lascia però prevedere tutta una serie di fenomeni, correlativi a quelli sopra citati, nei quali esse intervengono in modo specifico con le quantità di elettricità trasportate e con la loro velocità.

Di questa serie di fenomeni elettrodinamici di *seconda specie* era noto finora uno solo, l'anomalia nella distribuzione delle linee equipotenziali in una lamina metallica percorsa da corrente e disposta in un campo magnetico; cioè il fenomeno di Hall. Questo infatti dimostra che la distribuzione dei potenziali nella lamina non segue più le leggi stabilite dal Kirchoff per i conduttori a tre dimensioni sulla base della legge di Ohm. Non è più vero, cioè, che le linee di ugual livello elettrico son normali alle linee di corrente, mentre queste conservano, nella lamina isolata, l'andamento normale che possiedono in assenza del campo.

La teoria elettronica rende ben conto di queste deviazioni dalla legge di Ohm, che sono un effetto *differenziale* delle quantità di moto disuguali delle due correnti, complicato dalla coesistenza di alcuni effetti termici anch'essi in pieno accordo colla teoria.

L'A. estende la teoria elettronica allo studio degli effetti di seconda specie nell'elettromagnetismo, nelle forze elettrodinamiche, nell'induzione elettromagnetica, portando a dipendere i fenomeni fondamentali da un unico parametro caratteristico del metallo, che chiama il suo momento ionico differenziale. Egli considera un disco circolare metallico di cui il centro e la periferia possano in modo opportuno collegarsi ad una sorgente di forza elettromotrice o ad un galvanometro. Di un effetto caratteristico che produce sul movimento elettronico un campo magnetico abbiamo già parlato nelle cronache del semestre precedente; nè possiamo qui riportare tutti gli sviluppi teorici. Riferiremo piuttosto due interessanti interpetrazioni, l'una riferentesi al fatto che la creazione di un campo *crescente* suscita nel disco metallico una forza elettromotrice radiale, riferentesi l'altra alla coppia tendente ad annullare l'orientazione diamagnetica ed a disporre parallelamente alle linee di forza un disco di bismuto, inclinato di 45° sulle linee di forza del campo magnetico, coppia che si suscita inviando nel centro del disco un sottile fascio di luce che lo riscaldi anche lievemente.

La prima interpetrazione è la seguente. Gli ioni del disco metallico, moventisi in tutti i sensi, come le molecole d'un gas, si trovano sottoposti per effetto del campo magnetico *crescente*, ad una forza elettrica, dovuta alla variazione del campo che tende a trascinarli prevalentemente lungo un cerchio concentrico al disco, e ad una forza elettromagnetica, dovuta al valore attuale del campo, perpendicolare al moto, e perciò agente con prevalenza nel senso radiale; quest'ultima sarà centripeta, com'è facile riconoscere, per entrambi gli ioni, se il campo è crescente, centrifuga nel caso opposto. A causa della loro ineguale mobilità questa forza radiale è diversa per le due specie di ioni; essi si accumuleranno perciò in diversa misura al centro od alla periferia opponendosi al nuovo arrivo di altri

dello stesso segno, qualora il circuito esterno sia aperto e non ne permetta l'uscita.

Per l'interpetrazione dell'altro fenomeno conviene ricordare che la conduzione del calore nei metalli avviene secondo il Drude con un doppio meccanismo. Da un canto si produce nel metallo tra le parti calde e le fredde uno scambio continuo di ioni, che ha per effetto di eguagliare le temperature convettivamente come nei gas, in modo cioè che un numero eguale di ioni traversa un piano qualsiasi nei due sensi. A questo trasporto di calore non è connessa perciò nessuna manifestazione elettrica. Tuttavia avrebbe origine una differenza nella concentrazione degli ioni tra i punti in cui la temperatura è differente, poichè in quasi tutti i metalli il numero di ioni per centimetro cubo è funzione della temperatura. Ne segue una vera migrazione di ioni in un senso determinato, e, se il corpo è isolato, nascono in esso delle forze elettriche capaci di arrestare un'ulteriore diffusione degli ioni. A questa migrazione sarebbero dovute le deviazioni dalla legge di Wiedemann e Franz e l'effetto Thomson; ad essa pure è dovuta la rotazione sopra riferita del disco di bismuto nel campo.

Weiss. — **Su la razionalità dei rapporti magnetici molecolari e sul magneton.** — (Radium n. 8).

Il Sig. Langevin (1905) suppose che gli elettroni di ogni molecola descrivessero delle orbite chiuse, producendo così ognuno un campo magnetico. Se in un corpo costituito in tal maniera, si produce un campo magnetico, gli elettroni modificano il loro movimento, in modo da opporsi alla creazione del campo magnetico; questo fenomeno costituisce il diamagnetismo, è generale quanto il fenomeno di Zeemann, al quale è intimamente collegato. Ogni atomo vi partecipa con una intensità che gli è propria, e che è quasi indipendente dalle condizioni fisiche o chimiche nelle quali si trova.

Il momento magnetico di ogni molecola in generale è nullo; ma, se il momento magnetico risultante è differente da zero, la sostanza costituita da tali molecole è paramagnetica. In essa, sotto l'azione di un campo magnetico esterno, le molecole tendono ad orientarsi in maniera che i loro assi magnetici sieno paralleli al campo esteriore e del medesimo senso di-questo.

Il Sig. Weiss ha esteso ai corpi magnetici solidi le teorie che il Langevin aveva studiato solo per i gas magnetici, come l'ossigeno. L'A. ha ammesso che nei solidi, ove intervengono le azioni intermolecolari, l'azione dell'insieme delle molecole su una di esse sia equivalente a un campo magnetico uniforme, proporzionale all'intensità di magnetizzazione e diretta come essa. Suppone inoltre che, a parte il campo molecolare, le molecole girino liberamente in un metallo magnetico, come in un gas perfetto. Ammette così l'esistenza d'una magnetizzazione spontanea nei corpi ferro-magnetici, in assenza di ogni campo magnetico esterno. Dimostra la formola

$$\chi T = \frac{K^2}{3R} = C_m$$

ove χ è il coefficiente di magnetizzazione molecolare, ossia il rapporto tra la magnetizzazione della molecola e il campo magnetico, T la temperatura assoluta, K una costante, R la costante dei gas perfetti relativa alla molecola-grammo ($R = 83{,}155 \cdot 10^6$ erg-gradi) e la forza viva d'una molecola-grammo per grado di libertà, C_m la costante *molecolare di Curie*. Tale formola era stata dimostrata da Curie soltanto sperimentalmente. Inoltre il Weiss chiama *punto di Curie* la temperatura assolute Θ alla quale si perde il ferro-magnetismo spontaneo. Rappresentando con T' il valore di T che corrisponde ad un valore determinato del campo magnetico e della magnetizzazione molecolare (momento magnetico della molecola-grammo) ottiene la formola

$$\chi (T' - \Theta) = C_m$$

che sta alla formola precedente come la legge di van der Waals sta alla legge di Mariotte. L'A. sulle ricerche sue e di altri sperimentatori ha calcolato i momenti magnetici degli atomi di Fe, Ni, Co, Cr, Mn, V, Cu, Hg, U e di quelli delle terre rare, ed ha trovato che tutti questi hanno un valore aliquoto comune, al quale ha dato il nome di *magneton*, e che rappresenta il momento magnetico dell'atomo. Il valore della parte aliquota della molecola-grammo è 1123,5 con l'approssi-

mazione di due o tre millesimi. Dividendo per il numero di atomi contenuti nell'atomo-grammo, cioè $68{,}5 \times 10^{22}$ si trova

$$16{,}40 \times 10^{-22}$$

come *momento magnetico del magnete elementare* o « magneton ».

Walter Ritz morto a 31 anno, delle cui opere P. Weiss del Politecnico Zurigo cura la pubblicazione, tra le sue geniali ed ardite ipotesi sulla Fisica moderna, immaginò, per spiegare la legge di Balmer e le altre analoghe a proposito degli spettri in serie, un meccanismo elettromagnetico, che consiste essenzialmente in bastoncelli di momenti magnetici, identici tra loro, e disposti rigidamente in file lineari. Forse questi bastoncelli non sono altro che i magneton, messi in evidenza nel presente lavoro.

Pacini. — **La radiazione penetrante sul mare.** — (Id.).

La radiazione penetrante, osservata nell'aria al di sopra della superficie del suolo, proviene, in parte dalle sostanze attive contenute negli strati più superficiali, in parte dai loro prodotti di disintegrazione, ed in parte deve avere la sua origine al di fuori degli strati superficiali: una causa, ma certo non l'unica, delle radiazioni non provenienti dagli strati superficiali risiede nei prodotti di trasformazione delle emanazioni radioattive contenute nell'aria. Pertanto, se si esaminerà la radiazione penetrante in un luogo, ove il suolo è ricco di sostanze radioattive, e ben difeso dalle variazioni atmosferiche e da quelle del campo elettrico terrestre, le osservazioni daranno dei risultati quasi costanti; ma quando si esperimenti su delle altezze, esposte a perturbazioni meteorologiche, ed a bruschi cambiamenti di potenziale, si avranno variazioni notevoli nei valori della radiazione penetrante. L'A. trovò p. e., nel 1908 a Sestola, che la radiazione penetrante presentava dei valori che variavano da 6 a 30 ioni per cm^3 e per secondo. Parimente Mache ad Innsbruck trovò che la radiazione proveniente dall'aria può talvolta superare 4 volte quella proveniente dal terreno. Per assicurarsi se questa radiazione variabile abbia una causa al di fuori del suolo, l'A. ha pensato di istituire le sue esperienze in un mezzo che assorbe le radiazioni γ provenienti dal suolo, ed ha scelto il mare, eseguendo

le sue ricerche presso l'Accademia Navale di Livorno. Egli ha così trovato che il numero di ioni dovuto alla radiazione penetrante sul mare è $^2/_3$ di quel che si ebbe su terra ferma.

La radiazione penetrante sul mare, ad una distanza di più di 300 m. dalla spiaggia e ad una profondità di acqua superiore a 4 m. nelle condizioni che permettono di trascurare le radiazioni venenti dalla terra, subisce delle oscillazioni che sono almeno del medesimo ordine di grandezza di quelle, che si osservano nel medesimo tempo a terra. Non essendovi relazione tra lo stato del mare e l'azione dei valori della radiazione γ, bisogna attribuire ad altra causa le oscillazioni suddette: forse ai prodotti di disintegrazione delle emanazioni che eventualmente potrebbero essere liberati dalle acque con maggiore o minor facilità, secondo l'intensità della brezza. Grandi oscillazioni si trovano dunque sulle rocce delle montagne, sull'acqua del mare e sul suolo ordinario, ove la radiazione penetrante ha un valore maggiore a causa dell'azione delle sostanze attive del suolo. Le ricerche fatte autorizzano a concludere che la radiazione penetrante presente nell'aria — almeno quella che è soggetta a variazioni notevoli — ha un'origine *indipendente* dall'azione diretta delle sostanze attive contenute negli *strati superiori* della crosta terrestre.

Non siamo ancora in grado di stabilire l'origine di questa radiazione. La quantità di sostanze attive, contenute nell'acqua del mare e nell'aria, non basta per spiegare i valori alti trovati sperimentalmente per la radiazione penetrante sul mare e sul continente (esperienze di Gockel in pallone, e di Wulf sulla torre Eiffel) ad un'altezza sufficiente perchè si possa trascurare l'azione diretta delle sostanze attive contenute nel suolo.

La mobilità degli ioni positivi in una fiamma sarebbe secondo il Sig. Lusby di 290 cm. al secondo, e questi ioni sarebbero della medesima grandezza degli atomi di idrogeno.

La carica di un ione secondo il valore nuovo corretto è 4,65 U. E. S..

La costante solare o misura dell'energia irradiata dal Sole, viene fissata dai Sigg. Abbot e Fowle a 1922 calorie al cm^2 per minuto a meno di un centesimo. Ma convien ricor-

dare che il Sig. Bemporad dell'Osservatorio di Catania ha dimostrato che l'atmosfera terrestre opera una sensibilissima selezione sui raggi solari, così che quando si parla di *assorbimento atmosferico*, bisogna limitarsi alle radiazioni *monocromatiche*. Inoltre il medesimo Sig. Bemporad ha dimostrato che il *coefficiente di assorbimento varia come la quarta potenza della densità dell'aria alle varie altezze*. Un profondo studio di queste particolarità dell'assorbimento atmosferico, permetterà un giorno di determinare con maggior precisione la *temperatura* e la così detta *costante solare*.

BIBLIOGRAFIA

Dott. J. Sommer. — **Introduction à la théorie des nombres algébriques.** — Trad. française par *A. Lévy*, avec préface de *J. Hadamard*. — in 8° gr. de pag. VII-376. — Paris, Gauthier-Villars, 1911.

La prefazione che l'*Hadamard* ha scritto per l'edizione francese dell'opera del *Sommer* è tutta un rimprovero specialmente ai matemaci della patria di *Hermite* per l'abbandono nel quale essi hanno lasciato da molti anni la teoria dei numeri. Fra coloro che in Francia s'interessano alle matematiche, si domanda, quanti ve ne sono famigliari colle moderne teorie dell'aritmetica? Quanti anzi vi sono che suppongono al di là dei teoremi di *Fermat* e di *Wilson* tutta una scienza nuova, una scienza coerente, che si sviluppa con tanta continuità ed armonia quanto le più belle, le più classiche teorie dell'analisi? Non è però solo in Francia che si lamenta tale abbandono: solo nei matematici tedeschi dobbiamo ammirare le ingegnose ricerche, le rimarchevoli applicazioni di teorie nuove alle quali la teoria dei numeri ha potuto condurli.

Dal momento nel quale *Gauss* ha esteso il campo dell'aritmetica introducendovi i numeri della forma $a+bi$, ha cominciato a svolgersi un'ammirevole *teoria dei numeri algebrici*, per opera specialmente di *Kummer*, di *Dirichlet*, di *Dedekind*, di *Kronecker* ed altri. È opportuno notare che tale teoria ha

più volte mutato aspetto e che anche gli autori dei trattati classici l'hanno quasi sempre considerata sotto aspetti molto differenti. Per convincersene il lettore potrà scorrere i lavori di *Hilbert* (**Die theorie der Algebraisken Zahlkörper**: — Berict. erstat. d. Deutsch. Mathem. — Vereneigung, t. IV, Berlin, 1894), di *Kronecker* (**Vorlesungen über Zahlentheorie**, — ed. *Hensel*, Berlin, 1901), di *Hensel* (**Theorie der Algebraischen Zahlen**, — Ester Band, Teubner, Leipzig), di *Bachmann* (**Zahlentheorie**, t. V; — **Allgemeine Arithmetik der Zahlkörper**, Leipzig, 1905).

L'articolo più magistrale che sulla teoria dei corpi algebrici nel suo stato attuale sia stato scritto è certamente quello da *Hilbert* inserito nei **Jahreslecricht der Deutschen Mathem. — Vereinegung**; ma esso si presenta troppo difficile a coloro che non sono al corrente dei più recenti progressi della teoria dei numeri, nè facil cosa riusciva il farlo essendo gli articoli originali sparsi in numerose riviste. Era necessario un libro d'insieme che contenesse tutto quanto è necessario per poter poi senza sforzo impossessarsi delle ricerche classiche che ho citate, ed è a ciò che ha voluto riuscire il *Sommer*. Il suo trattato dunque deve considerarsi quale introduzione allo studio più complesso dei corpi algebrici, ed a tale scopo egli si è contetato di presentare al lettore un'esposizione semplice e chiara dei soli corpi quadratici e cubici, che sono i due corpi più semplici. — Ed il lettore non ha bisogno di troppo largo corredo di cognizioni matematiche per leggere con profitto il libro: quanto d'ordinario suol dirsi algebra elementare gli è sufficiente. Le proposizioni sulla teoria dei numeri che d'ordinario non si riportano in trattati elementari sono dall'A. ricordate e dimostrate nel primo capitolo in modo semplice e ordinato. Tali sono le proposizioni sulla funzione $\varphi(m)$ di *Gauss*, sulle conseguenze del teorema di *Fermat*.

Nel secondo capitolo è studiata la teoria dei corpi di numeri quadratici fino alla considerazione dei generi secondo i metodi di *Hilbert*. Questa denominazione di *Corpo di numeri* (Dirichlet), o *dominio di numeri* (Kroneker), o semplicemente *dominio* (Dedekind) è tolta dalla teoria generale dei numeri: essa intende rappresentare un sistema infinito di grandezze che permettono senza riserva le operazioni fondamentali di addizione,

sottrazione, moltiplicazione e divisione. Il risultato di queste operazioni, la divisione eccettuata, è ancora una grandezza del sistema stesso. I teoremi essenziali allo studio di questo campo quadratico sono dal *Sommer* introdotti in modo piano, talchè nessuna difficoltà può trovare il lettore nel passare dall' una all' altra proposizione. — Notevoli in particolar modo i paragrafi sui numeri ideali del Kummer, una fra le più belle scoperte nella teoria dei numeri, e sulle applicazioni che il Sommer ne fa a casi elementari. — Un paragrafo supplementare chiude questo capitolo che è certo il più rimarchevole del libro: l' A. non vuole abbandonare questo campo quadratico senza far menzione della nozione di *anello di numeri* in un corpo di numeri e della quale fa un' elegante applicazione.

Le applicazioni del campo quadratico al cosidetto *ultimo teorema di Fermat* (1) (l' eguaglianza $x^n + y^n = z^n$ non è possibile per $n > 2$, essendo x, y, z numeri interi razionali diversi da zero) forma l' oggetto principale del quarto capitolo. L' A. vi riassume insieme alle dimostrazioni ed ai metodi dello stesso *Fermat*, quelli da lui stesso e quelli di *Kummer* e di *Hilbert*. Dà infine un riassunto dei problemi elementari della teoria delle forme quadratiche, cioè delle espressioni della forma

$$f = ax^2 + 2bxy + cy^2$$

ove a, b, c sono numeri dati e x, y variabili, e della teoria che deve il suo maggior sviluppo allo stesso *Gauss* e che pur oggi serve di modello nello studio dei problemi più profondi e fecondi.

Non è men degno di particolare attenzione ciò che l' A. espone riguardo alla rappresentazione geometrica degli ideali, rappresentazione sopratutto dovuta al *Klein* ed al *Minkowski*.

---

(1) Il *Fermat* asserisce di aver dimostrato il teorema ma la sua dimostrazione non fu mai ritrovata: si trovò però quella pel caso particolare $x^4 + y^4 = z^2$. (Opere t. I, pag. 327 e 340). *Eulero* pel primo dimostrò il teorema per $n = 3$, e più tardi altri matematici lo dimostrarono per altri casi particolari. *Legendre* e *Lejeune-Dirichlet* ne dimostrarono l' impossibilità per $n = 5, 11, 14$, e il *Kummer* riuscì a dimostrare il teorema per gli esponenti primi $n < 100$.

Gli ideali d' un corpo vi vengono rappresentati mediante imagini geometriche che hanno importanza grandissima nella mineralogia, nella cristallografia specialmente, ove anzi sono indispensabili. Ciò come esempio per coloro che affermano non avere le idealizzazioni matematiche nessuna corrispondenza nel mondo reale.

Il quarto capitolo tratta dei corpi cubici o di terzo grado, escludendone le leggi di reciprocità e la ripartizione delle classi in generi e limitandosi a dimostrare solo quelle proposizioni per le quali le dimostrazioni fatte nel campo quadratico sono insufficenti. Notevole la dimostrazione qui contenuta del noto teorema di *Dirichlet.*

Il quinto capitolo infine studia i *corpi relativi,* i corpi relativamente quadratici rispetto ad un corpo quadratico. È un' altra generalizzazione della teoria dei numeri nei suoi principi fondamentali che offre un nuovo campo di esplorazione, le cui nozioni hanno già trovato rimarchevoli applicazioni in difficili problemi dell' algebra e della teoria delle funzioni. — I casi semplici della legge di reciprocità quadratica considerati da *Hilbert* ed opportuni esempi numerici completano l' interessante capitolo. Varie tavole di corpi imaginari e di corpi reali terminano il volume.

Questa sommaria notizia della materia esposta nel pregevole volume del *Prof. Sommer* ha lo scopo di richiamare l' attenzione dei lettori che coltivano lo studio delle matematiche sulla teoria del tutto originale e moderna dei numeri algebrici, e dalla quale ho pur avuto occasione di far cenno in altre pagine di questa stessa *Rivista* (1). Il libro del Sommer è il solo che possa servire di iniziazione a questa teoria e permettere di seguire con profitto le splendide teorie create dai grandi matematici poco prima citati.

La non facile traduzione fatta con grande competenza dal *Prof. A. Lévy* contribuisce ad accrescere i pregi dell' opera egregia del *Sommer.*

C. Alasia.

---

(1) Anno 11°, 1° semestre, pag. 438-449 ; 1910.

Lazzarino O. — **Interpetrazione cinetica e realizzazione maccanica del problema di Sofia Kowalewska.** — Tipog. della R. Acc. delle Scienze Fis. e Mat. — Napoli, 1911.

Il lavoro, pubblicato sui rendiconti della R. Acc. delle Scienze, presenta sotto la forma sintetica del calcolo vettoriale una trattazione in forma completa di questo problema di cui si erano già occupati parzialmente il Kötter, Appelrot, Nekrassoff, Liapunoff, Burgotti, Husson, Kolossoff, Delaunay, Mlodziejewski, Joukowski e Susloff. L'A. non si è ristretto alla sintesi, ma vi ha apportato molto del suo, dando genialità all'insieme. Egli ha trovato il quarto integrale nel caso della Kowalewska, oltre che per via analitica, anche per via geometrica sotto una forma elegante, che ha aperto il campo allo studio geometrico ed alla interpetrazione cinematica del problema. La discussione delle condizioni per la realizzazione meccanica del moto della Kowalewska ha condotto l'A. allo studio di tre tipi di giroscopio, che possono realizzarlo. Anzi uno di questi tipi è stato costruito dal meccanico dell'Osservatorio di Capodimonte, Sig. Moreno, e collocato nel Gabinetto di Meccanica della R. Università di Napoli. Una tavola che accompagna la memoria, rappresenta il disegno schematico dell'apparecchio e tre diversi tipi di curve che il giroscopio può tracciare sopra un foglio di carta affumicata.

Taramelli T. — **Di alcune questioni geologiche riguardanti il Lago di Garda.** — (Estr. degli Atti del X congresso naz. di Idrologia, Climatologia e Terapia fisica).

Si credette un tempo che prima della discesa del ghiacciaio la conca del Garda non fosse stata incisa, mentre gli studi posteriori assicurano che la conca Gardense esisteva prima dell'ultima discesa del ghiacciaio Retico nell'area del noto anfiteatro morenico. Questo bellissimo lago che affonda le sue acque azzurrine sino alla profondità di 350 m., la cui storia si inoltra nei tempi terziari, offre non pochi problemi la cui soluzione è forse lontana, come il decidere quale delle due azioni erosive esercitate dall'acqua e dal ghiaccio abbia prevalso nella sua escavazione. L'A. si ripromette che almeno i principali dubbi siano sciolti da un lavoro generale sul bacino del Garda che il Prof. Cozzaglio sta preparando.

Idem. — **Sull'origine dello stretto di Messina.** — (Tip. Bertero, Roma).

Lo stretto di Messina è il risultato di una serie di vicende geologiche anteriori alla venuta in Italia dell'uomo neolitico. In questa serie di vicende si rispecchia la storia del mare nostro e delle più ampie e più fertili depressioni, dove stanno gli ultimi sedimenti marini, in parte sepolti sotto le alluvioni ed in parte affioranti all'ingiro in vasti lembi, o in zolle assai ristrette. Ampio e tortuoso solco, determinato da cause tectoniche del periodo Messiniano, coll'orlature di terreni pliocenici e quaternari, sempre meno inclinati e sempre meno sollevati, lo stretto comunica a Nord con una profonda fossa marina, cui fiancheggiano verso levante le dirupate sponde calabresi, così da far supporre quivi avvenuta la sommersione di un massiccio tra il capo Vaticano ed i Peloritani. Forse analoghi sprofondamenti hanno stroncato verso la Calabria un peneplano pliocenico, che certamente però non si estese dalla Calabria alla Sicilia, perchè lo stretto esistette, più ampio che al presente, durante tutto il quaternario. Per breve tempo all'aurora della storia, una sottile striscia di terra sabbiosa probabilmente collegò la Sicilia alla Calabria; ma l'azione erosiva delle correnti di marea ebbe facile vittoria, e di quell'istmo più non resta che la base, la quale per la sua configurazione, per la postura e per la pendenza dei suoi lati non può essere nè una sella sommersa, nè una serie di scogli di roccia cristallina. Il passaggio pertanto fu presto ristabilito e divenne per 25 secoli la via delle genti.

Fabiani R. — **La regione dei Berici.** — Morfologia, idrografia, geologia e carta della permeabilità delle rocce. — Venezia, R. Magistrato alle acque.

Il R. Magistrato delle acque incaricò il Prof. R. Fabiani dello studio circa la permeabilità delle rocce che costituiscono i Colli Berici, secondo il programma formulato da quell' Ufficio per lo studio geologico-idrografico della regione Veneta. Siccome lo studio della permeabilità delle rocce non può disgiungersi da quello geologico, tettonico e morfologico per applicarne i risultati al regime idrografico, così l'A. divide il suo studio in due parti: nella prima è compresa con i cenni topo-

grafici, la morfologia, l'idrografia, la stratigrafia e la tettonica della regione Berica; nella seconda è studiata la permeabilità delle rocce, ed illustrata la relativa carta.

Il lavoro ottimamente condotto, in base agli studi dall'A. stesso in altre memorie pubblicati ed in collegazione a quelli di altri studiosi, completa in molta parte la geologia di detta regione meritando il plauso dei naturalisti italiani.

Craveri M. — **Il tufo calcareo o breccia conchigliare dei templi di Girgenti.** — (Tip. della Pace. Roma, 1911).

In questo breve studio pubblicato sul bollettino della Società Geologica Italiana, le nozioni archeologiche e geologiche si incontrano e si intrecciano in armonia. Sono noti gli *Ipogei* i quali formano un intricato labirinto di gallerie sotto la città di Girgenti. Forse i Lotofagi cominciarono a scavare queste gallerie, per riparo e per difesa, ma nelle ulteriori vicende della città gli Ipogei si ingrandirono, perchè diventarono le cave da cui si estraeva il tufo calcareo o breccia conchigliare di cui sono costruiti gli antichissimi edifizi della città. Infatti pliocenico è il terreno della Girgenti sotterranea, pliocenico si deve ritenere il calcare su cui sono formati i templi antichi, perchè ne ha i caratteri, e perchè il quaternario antico a facies marina che a mala pena se ne distingue, era difficile a esser ritrovato dagli Acragantini, che furono i costruttori di quei grandiosi monumenti.

Oddone E. — **Sugli accelerometri a liquido.** — (Estr. dai Rend. della R. Acc. dei Lincei 1910).

Il Prof. Lo Surdo pubblicò quattro note di sismologia dirette allo scopo di determinare in misura assoluta l'intensità dei microrganismi. Anche il Lipmann si occupò dell'argomento, e la Rivista ne parlò nelle sue cronache. Per la misura si richiederebbe un sistema oscillante a periodo piccolissimo, mentre tutti gli apparecchi degli osservatori sono a periodo lungo. Il nuovo strumento, destinato ai soli microsismi, può essere, secondo il Lo Surdo, a liquido e basarsi sull' effetto della pressione idrostatica dovuta all'inerzia. L'apparato inteso alla determinazione di una delle componenti orizzontali, consiste in un tubo orizzontale, rigidamente collegato al suolo, tubo che termina da una parte e dall'altra in due sottili tubulature ad

angolo retto. Esso contiene una colonna liquida imprigionata, la quale sotto gli impulsi del suolo in moto, imparte per inerzia un movimento di va e viene alle due colonnine verticali. Il sistema potrà portarsi allo smorzamento critico grazie alla possibilità di variare la lunghezza quindi la resistenza al moto del liquido nei tubi capillari; il periodo proprio potrà portarsi ad essere il più piccolo possibile, essendo in facoltà dell' esperimentatore di aumentare il rapporto delle sezioni dei vasi comunicanti. Per la determinazione della componente verticale la colonna è in piedi, sostenuta dalla pressione di un gas rinchiuso in apposito bulbo. Una formola semplicissima renderebbe l' apparecchio usabile anche da chi non ha cognizioni di calcolo. L' A. mostra che tanto nello sviluppo teorico quanto nella formola emipirica il Lo Surdo è incorso in inesattezze tali, che rendono ancora lontana la seducente soluzione proposta.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE

Cavallaro V. G. Sulla determinazione dei punti di Brocard per mezzo del punto di Lemoine. (Estr. Periodico di Matem. fasc. VI).

Guerrieri E. Statistica delle macchie solari isolate ed in gruppi e facole. (Estr. Rivista di Astronomia e Sc. affini, Maggio 1911).

Id. Stella Nova Lacertae 137. 1910 di Espin, osservata a Napoli. (Estr. Rendic. Accad. Sc. Fisiche e matem. di Napoli, fasc. 5-6 1911).

Borghino G. N. Metodo generale di Estrazione delle radici e di Soluzione delle equazioni. Ditta G. Paravia.

Rossi P. Osservazioni su taluni fenomeni di rilassamento. (Estr. Rendic. Accad. Sc. fis. e matem. di Napoli, fasc. 5-6 1911).

Peserico L. Nuova spiegazione dei climi geologici e del diluvio noetico. Vicenza, Tip. Cattolici Vicentini, 1911.

Negro C. Sulla formazione del gelicidio. (Estr. Atti. Accad. Pontif. Nuovi Lincei, giugno, 1911).

Id. Sulla quantità di pioggia nelle montagne. (Estr. id. maggio 1911).

Boll. mensual del Observatorio del Ebro.

Estratti di sommari di alcuni periodici ricevuti nel mese di Agosto 1911.

Atti R. Accad. dei Lincei. — N. 2.

Rosati. Studio cristallografico del para-ossibenzoato di potassio. — *Palazzo e Liverani.* Sintesi di pirazoloni da un composto di γ-pirone. — *Sandonnini e Scarpa.* Analisi termica di miscele binarie del cloruri di metalli bivalenti. — *Basili, La Cava e Visentini.* Sopra un caso di leptomeningite da Leishmania. — *Id.* Sulla Leishmaniosi e sul modo di trasmissione. — *Amantea.* Contributo alla conoscenza dell'ereptasi del succo intestinale.

Id. — N. 3.

Volterra. Sopra una proprietà generale delle equazioni integrali ed integro-differenziali. — *Almansi.* Sulle deformazioni finite dei solidi elastici isotropi. — *Pizzetti.* Sopra un procedimento di Helmert in un particolare caso di applicazione del metodo dei minimi quadrati. — *Drago.* Influenza delle scariche oscillatorie sulla rapidità di smorzamento delle oscillazioni torsionali di fili di ferro. — *Quagliarello.* Ricerche chimico-fisiche sui liquidi animali. Sulla tecnica del metodo elettrometrico per lo studio della reazione dei liquidi dell'organismo. *Francesconi e Sernagiotto.* Localizzazione e distribuzione dell'essenza nel Bupleurum fruticosum. — *Bargellini e Aureli.* Sopra alcuni derivati dell'ossiidrochinone. — *Mazzucchelli.* Numeri di trasporto e complessività molecolare. — *Zambonini.* Baddeleyte e pirrite del M. Somma. — *Id.* Sull'applicazione del tenore in uranio e piombo di alcuni minerali alla determinazione dell'età delle rocce che li contengono. — *Millosevich.* Forme nuove del berillo elbano. — *De Angelis d'Ossat.* Di un criterio idrologico. — *Rosati.* Prime osservazioni cristallografiche sul seleniato di cerio tetraidrato. — *Basile, La Cava e Visentini.* Sulla identità delle Leishmaniosi. — *Petri.* Ricerche istologiche sopra le viti affette da rachitismo. — *Pavarino.* Batteriosi della Vanilla planifolia (Bacterium Briosionum n. sp.).

Atti della Pontificia Accademia romana dei nuovi Lincei. — Sessione VII — 11 Giugno 1911.

Negro P. C. Sulla formazione del gelicidio. — *Gabelli L.* Influenza della struttura del legno sulle lesioni prodotte dal fulmine negli alberi. — *Silvestri A.* La Marginulina fissicostata (Gümbel) del pliocene della Farnesina.

Rendiconti R. Istituto Lombardo. — Vol. XLIV. Fasc. XII-XIV.

Gorini. Affinità di origine e di prevenzione di alcune malattie del formaggio Gorgonzola e dei prosciutti. — *Cisotti.* La ereditarietà lineare e i fenomeni dispersivi. — *Id.* Sulla dispersività in relazione ad una assegnata frequenza. — *Gabba L.* Uno sguardo alle recenti ricerche sui pesi atomici degli elementi. — *Loria.* Sopra un'estesa categoria di

superficie trascendenti. — *Marcacci.* Il potere di reazione delle piante in presenza di metalli. — *Marcora.* Intorno alle prime fasi di sviluppo della cellula nervosa. — *Pensa.* Alcune formazioni endocellulari dei vegetali.

Bull. de la Soc. astronomique de France. — Aout, 1911.

Flammarion, Lau, Stanley etc. Le monde géant de Jupiter. — *Eginitis D.* Observations de Saturne faites pendant l'apparition de 1910-1911. — *Boquet F.* Les observations meridiennes et la determination de l'heure. — *Quénisset F.* Observations de Mars. — *T. Em.* L'èclipse annulaire et totale de Soleil du 17 avril 1912. — *F. C.* Soleil levant et Soleil couchaut. — *Dubosq H.* Eléments paraboliques des Perséides observées en 1906, 1907 et 1909. — Deux nouvelles comètes.

Il nuovo Cimento. — Luglio 1911.

Righi A. Nuove ricerche sul potenziale di scarica nel campo magnetico. — *Corbino O. M.* Lo studio sperimentale del fenomeno di Hall e la teoria elettronica dei metalli. — *Guglielmo G.* Sulla sede della forza elettromotrice delle coppie voltaiche. — *Id.* Sul valore delle componenti la forza elettromotrice della coppia Daniell. — *Caldonazzo B.* Forze ponderomotrici esercitate da un campo magnetico omogeneo su una corrente continua rettilinea indefinita. — *Amerio A.* Un esperienza da lezione sulla ricomposizione della luce.

Id. — Agosto 1911.

Barreco P. Circa una maggiore precisazione della legge di degradazione universale e circa una possibile disponibilità indefinita di energia degradabile. — *Almansi E.* Sul concetto di deformazione derivata applicato allo studio delle deformazioni dei solidi cilindrici. — *Bernini A.* Contributo allo studio della velocità degli ioni di fiamma. — *Daniele E.* Sull'iuduzione magnetica di un involucro elissoidico. — *Scarpa O.* Sul calcolo dei numeri di trasporto reali. — *Rossi P.* Osservazioni su taluni fenomeni di rilassamento.

Boll. del R. Comitato Geologico d'Italia. — Vol. XLII, fasc. 1.

Mattirolo E. Escursione geologica da Stoccolma all'Isficrd (Spitzberg), — *Lotti B.* I monti di Nocera Umbra.

Rivista Geografica italiana. — Fasc. VII.

Monti V. Sul clima del Gran Paradiso. — *Mori A.* La misurazione erastotenica del grado ed altre notizie geografiche della « geometria » di Marciano Capella. — *Ricci L.* Ricerche sul lago di Capo di Lago.

Revue Générale de Chimie. N. 15.

Lahache. La faim de sel en Afrique. — *Marre F.* Le lait en poudre.

Revue Générale de Sciences. — N. 16.

Launay L. (*de*). Une classification métallogenique des corps simples. — *Lemoine P.* Le rôle des Algues dans la formation des dépôts calcaires. — *Houllevique L.* Revue annuelle d'Optique.

La Technique Moderne — N. 7.

Netter J. Du freinage des trains de marchandises. — *G. F.* L'exploitation moderne d'un gran réseau de chemins de fer aux États-Unis. — *Gorgeu P.* Tournage automatique des cylindres de laminoirs. — *Tarron E.* De la construction et de la conduite des aéroplanes. — *Letombe L.* Cons. sur les moteurs d'aviation. — *Montpellier J.* La panification et les petrins mécaniques. — *Lefebvre L.* Les applications frigorifiques à bord des Navires de guerre. — *Crussard L.* La distribution et les mouvements secondaires dans les perforatrices et marteau pneumatiques. — *Bontoux E.* L'industrie de la savonnerie.

SCOSSE TELLURICHE NELL'AGOSTO 1911



GRADI DELLA SCALA DI MERCALLI

★ Punti colpiti

I Strumentale.
II Molto leggera.
III - Leggera
IV Sensibile o mediocre.
V Forte.
VI - Molto forte.
VII Fortissima.
VIII - Rovinosa.
IX - Disastrosa.
X - Disastrosissima.

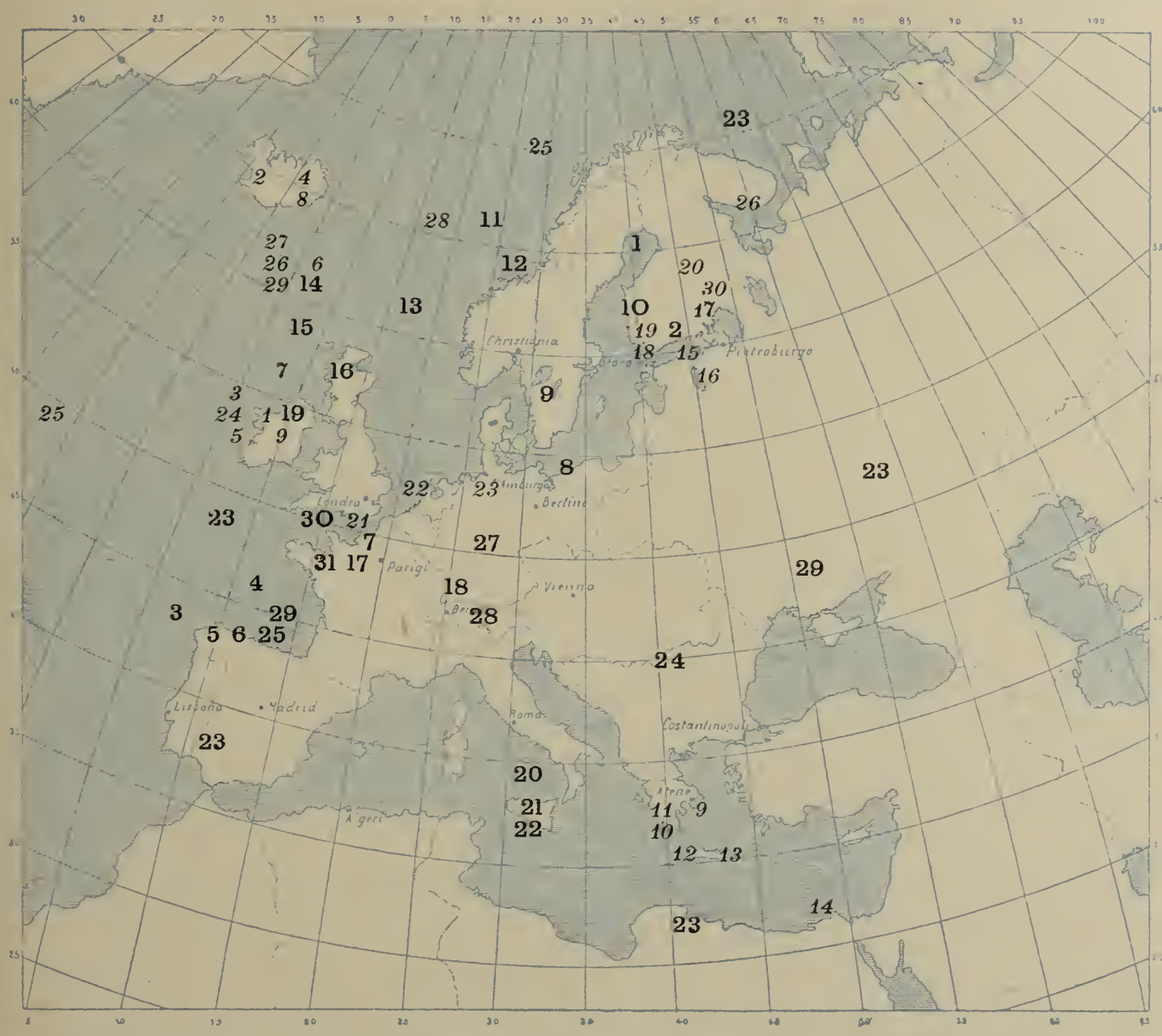
Il 3 a 4 h 1/2 Claut sc. — L'8 a 4 h 1/2 Messina IV; a 21 h 1/4 ed il 9 a 7 h e 8 h 1/4 Caldarola IV. — Il 10 a 8 h 3/4 e 9 h Bertinoro sc. — L'11 a 12 h 1/4 Montecassino sc. — Il 12 a 20 h 3/4 Messina V-VI: a 21 h Bertinoro sc. — Il 13 a 4 h Bertinoro sc.: a 6 h Caldarola sc.: a 22 h 3/4 Messina IV-V; a 23 h 1/4 replica. — Il 14 a 5 h 1/4 Messina IV. — Il 15 a 9 h 1/4 Montecassino sc. a 13 h 1/4 Ancona sc. — Il 16 a 16 h Puglie sc. — Il 18 a 16 h 3/4 Messina IV-V. — Il 23 a 23 h 3/4 e il 24 a 20 h 1/4 Bertinoro III-IV. — Il 28 a 22 h Messina III. — Il 29 a 12 h 1/4 Rocca di Papa I. — Il 30 a 3 h 1/4 Messina III. — Il 31 a 1 h 1/2, 2 h Messina IV a 19 h Cascia (Perugia) IV, a 20 h Messina III.

Registrazioni. — Il 4 a 17 h Catania. — Il 6 a 12 h Rocca di Papa e Roma V, a 18 h Mineo, Catania, Messina, Foggia, Rocca di Papa, Roma e Padova. — L'8 a 8 h 1/4 Rocca di Papa e Roma V. — Il 12 a 20 h 3/4 Mineo V. — Il 14 a 17 h 1/4 Rocca di Papa. — Il 16 a 16 h Ischia, Montecassino, Foggia, Rocca di Papa e Roma V: a 24 h Ischia, Rocca di Papa, Roma, Moncalieri e Padova L. — Il 17 a 13 h 1/4 Rocca di Papa e Roma L: a 14 h 3/4 e 15 h 1/2 Catania. — Il 21 a 17 h 50 m. Ischia, Moncalieri, Padova e Roma L. — Il 23 a a 17 h 1/4 in tutti gli osservatori L. — Il 27 a 12 h 1/4 Domodossola e Padova L. — Il 28 a 7 h 1/2 in tutti gli osservatori L. — Il 31 a 15 h 1/4 Domodossola, Moncalieri, Rocca di Papa e Roma L.

MASSIMI E MINIMI BAROMETRICI NELL'AGOSTO 1911

C = ciclone
A = anticiclone

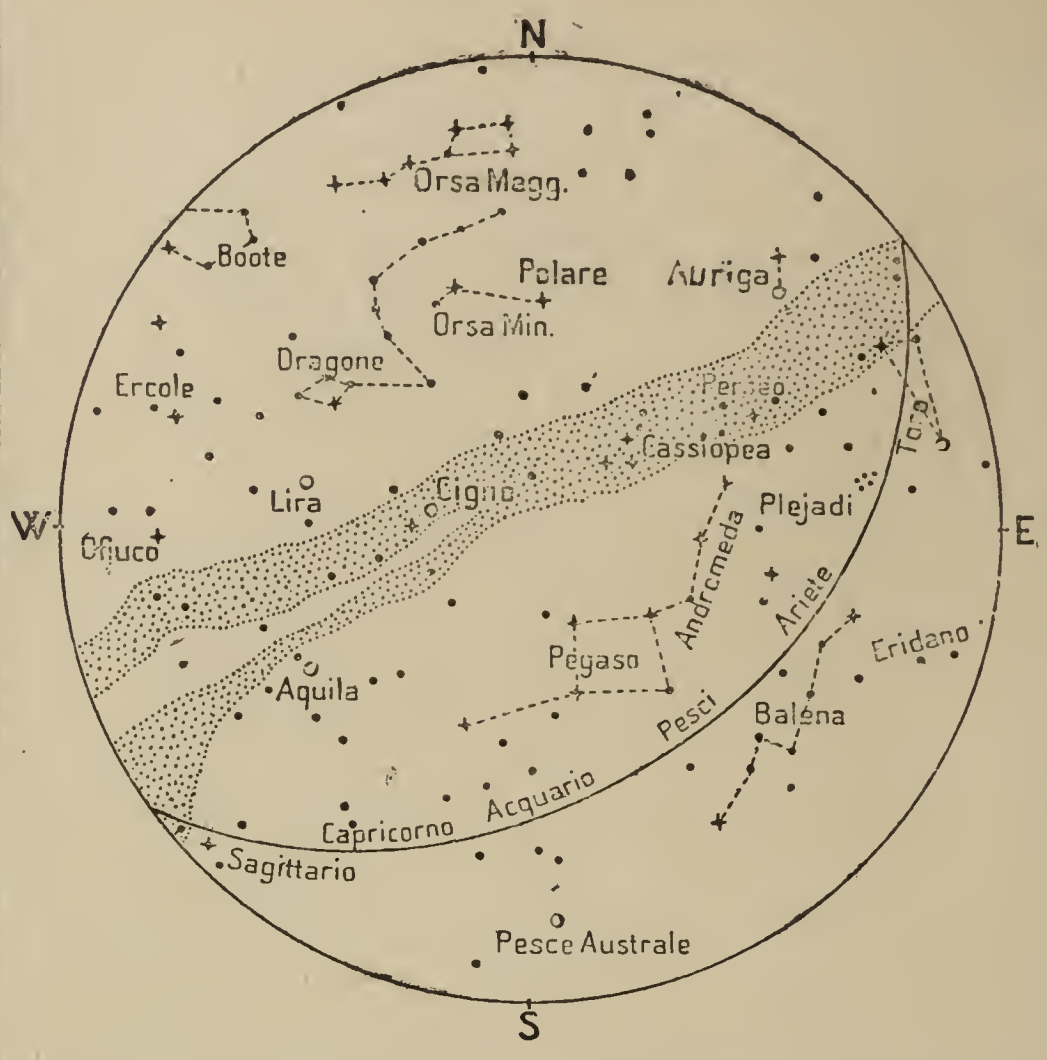
I numeri in *corsivo* indicano la data ed il luogo dei minimi; gli altri dei massimi



Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo
772	753	6	767	745	11	770	758C	16	767	741C	21	764	752	26	770	751
772	754	7	768A	757	12	770	760	17	768A	747	22	763A	751C	27	768A	747
770	755	8	771 A	749	13	770A	760C	18	766A	745C	23	760	751C	28	768A	750
768	750	9	771 A	759C	14	770A	757	19	765	747C	24	764A	749C	29	767A	749
765	749	10	770 A	758	15	770	746C	20	763	750	25	761	750	30	769A	752C
														31	770A	733

Il primo ed il 2 le alte pressioni sono accumulate verso il NE e le depressioni si aprono a NW di uropa. — Il 3 si protende sulla Spagna un cuneo di alte pressioni che perseverano, ed il 7 si chiudono ı antic. con centro al Nord della Francia: l'8 il centro é a Nord della Germania, il 9 sulle coste meri- ionali Baltiche, il 10 sulla Finlandia. — Il 9 si era avuto un centro ciclonico sulla Grecia, l'11 ed il 13 arimente. Questo giorno ed il seguente formazione anticiclonica sull'alto mare del Nord, e tra la Scozia l'Irlanda. — Il 15 e 16 ciclone su tutto il NE d'Europa. — Il 17 centro anticiclonico sulla Francia: il 18 nticiclone sull' Europa centrale, ciclone sul NW dell' Europa, ove rimane anche il 19. — Dal 20 al 22 il assimo delle pressioni dell' Europa — relativamente basso — è sulla Sicilia, ove si ha una debole forma- one anticiclonica, mentre il restante dell'Europa è ricoperto da una formazione ciclonica. — Il 23 l'Eu- ›pa è ricinta da un orlo di alte pressioni di appena 760 mm. — Il 24 formazione anticicl. sulla penisola alcanica. — Il 25 e 26 dall'Atlantico si protende un promontorio di pressioni, che il 27 hanno il centro ılla Germania, il 28 sull'Austria, il 29 sulla Transilvania e Russia meridionale, mentre un nuovo centro chiude sul Golfo di Guascogna. — Il 30 i centri sono sulla Manica e sui Carpazi, una formazione ciclo- ca è sulla Finlandia. — Il 31 l'ampio anticiclone ha il centro sulla Francia settentrionale.

15 Ottobre ore 21.



Fenomeni Astronomici

Il Sole entra in Scorpione il 24 a 13h 58m.

Il 22 eclisse anulare di Sole, invisibile in Italia, visibile come anulare lungo una zona di circa 200 Km. di larghezza, e che parte dal Mar Caspio, traversa il Tibet e la Cina meridionale, passa tra le Filippine e Borneo, per la Nuova Guinea, e termina all' E delle isole Salomone. L'eclisse è visibile come parziale in quasi tutta l'Asia e l' Oceania.

PIANETI		α	δ	Passaggio
Mercurio	1	11h30m	+ 5.° 7′	11h 4m
	11	12 32	− 1. 35	11 27
	21	13 35	− 8. 57	11 50
Venere	1	10 51	+ 0. 7	10 25
	11	10 53	+ 2. 7	9 48
	21	11 9	+ 2. 38	9 24
Marte	1	4 30	+20. 36	4 5
	11	4 37	+21. 9	3 32
	21	4 38	+21. 35	2 54
Giove	1	14 51	− 15. 30	14 24
	11	14 59	− 16. 6	13 53
	21	15 7	− 16. 42	13 22
Saturno	1	3 11	+15. 12	2 46
	11	3 9	+15. 2	2 5
	21	3 6	+14. 50	1 23

FASI ASTRONOMICHE DELLA LUNA

L P	L N
l' 8 a 5h.11m.	il 22 a 5h. 9m.
U Q	P Q
il 15 a 0h. 46m.	il 30 a 7h.42m.

PERIGEO
il 12 a 8 h.

APOGEO
il 27 a 24 h.

Sole (a mezzodì medio di Parigi = 12h . 50m. 39s t. m. Europa centr.)

Giorni	Asc. r.	Declin.	Longit.	Distanza dalla Terra in Km.	Semid.	Parallasse orizz.	Durata del passaggio del Semidiam.	Obliquità dell'ecclittica	Equazione del tempo
1	12h.26m.	− 2° 51′	187°11′	149.640.000	16′ 0″	8″ 79	1m. 4s.	23.° 27′10.″74	−10m. 0s.
11	13 3	− 6. 42	197 2	149.210.000	16 4	8 82	1 5	23. 27.10. 69	−12 59
21	13 40	−10. 24	206 58	148.890.000	16 6	8 84	1 5	23. 27.10. 59	−15 9

I Satelliti di Giove.

Giove si avvicina al Sole, ed è quindi difficilmente osservabile. — *Marte* e *Saturno* sono visibili quasi tutta la notte; *Venere* alla mattina.

Si potranno osservare gli ammassi di stelle in Perseo, Ercole, Pleiadi, Iadi, via lattea tra il Cigno, l'Aquila ed il Sagittario, la Nebulosa d'Andromeda.

MARCO SALVADORI - *Segretario Responsabile.*

Pavia, 1911 — Premiata Tipografia Successori Frat. Fusi.

Anno XII. Ottobre 1911. Num. 142.

ARTICOLI E MEMORIE

VINCENZO G. CAVALLARO

NUOVE FORMULE E TEOREMI NOTEVOLI SULLA RECENTE GEOMETRIA DEL TRIANGOLO

Sommario — Triangoli brocardiani ortogonali e derivati — Teoremi corrispondenti — Espressioni notevolt sull' argomento di BROCARD — Alcune considerazioni diverse — Triangoli brocardiani ortogonali e derivate d'ordine m — Triangoli brocard. ort. e derivati principali e doppiamente principali d' ordine m — Formule generali corrispondenti e generalizzazione di alcune formule precedenti — Altre considerazioni.

§ I. — Nel nostro lavoro dal titolo « Sopra una generalizzazione dei punti di BROCARD » pubblicato in questa pregevole Rivista abbiamo dedotto, come caso particolare, un procedimento costruttivo, forse il più naturale, per l'individuazione dei punti di BROCARD, procedimento del resto dato forse dal BROCARD stesso al congresso d'Algeri (*). Dobbiamo qui rammentare siffatto procedimento essendo che dobbiamo intraprendere lo studio di vari enti che vengono determinati per questo stesso procedimento.

(*) Nel citato nostro lavoro accennammo in fine che detto procedimento era da attribuirsi al Brocard. Sembra però che ciò non sia proprio quello dato da questo, der la determinazione dei punti che portano il suo nome. Perciò la modificazione apportata dal Lemoine si riferisce alla vera costruzione del Brocard, [vedi - Alasia - Geometria del triangolo pag. 173] e non a quella relativa alla fig. 68, pag. 173 del cit. libro che è quella che veramente può considerarsi lievemente modificata di quella ricavata da noi particolarmente.

Il triangolo ABC è il triangolo fondamentale. Sieno x, y, z i punti medi dei lati a, b, c rispettivamente opposti ai vertici A, B, C e consideriamo le mediatrici corrispondenti a questi lati. Per ciascun vertice del triangolo conduciamo le perpendicolari ai lati che concorrono nello stesso vertice: otteniamo una terna di perpendicolari in un dato verso ed una terna di perpendicolari in un dato verso, diverso dal primo. La prima terna incontra le mediatrici uscenti da x, y, z rispettivamente nei punti O_1, O_2, O_3, la seconda terna incontra le medesime mediatrici nei punti O_1', O_2', O_3'. Le circonferenze di centri O_1, O_2, O_3 e passanti rispettivamente per la terna di coppie di vertici $(B, C).(C, A), (A, B)$ concorrono in uno stesso punto Ω pel quale ha luogo l'uguaglianza d'angoli $\Omega BC = \Omega CA = \Omega AB$ e le circonferenze di centri O_1', O_2', O_3' e passanti per le medesime coppie di vertici concorrono in un secondo punto Ω' pel quale ha luogo un'analoga uguaglianza d'angoli che risultano anche uguali ai precedenti. [v. fig.].

Nota. Quando le sopra dichiarate costruzioni sono state effettuate la configurazione del sistema ci presenta la terna di triangoli $O_1O_1'M, O_2O_2'N, O_3O_3'P$ che noi chiameremo *triangoli brocardiani ortogonali di* ABC. Conveniamo di chiamare i punti O_i , O'_i (i=1,2,3) *centri brocardiani relativi al lato del triangolo che ha per mediatrice la retta su cui stanno questi punti* ed il triangolo $O_1O'_1M$ si dirà, per esempio, *triangolo brocardiano ortogonale corrispondente al lato a che ha per mediatrice la retta su cui stanno* O_1, O_1'. Generalmente diremo *elemento relativo ad uno dei lati* ogni ente che nella configurazione corrisponde e si riferisce al triangolo brocardiano ortogonale relativo a quel lato. Con questi principi si comprenderà la dicitura del seguito.

In primo luogo intraprendiamo lo studio dei triangoli brocardiani ortogonali.

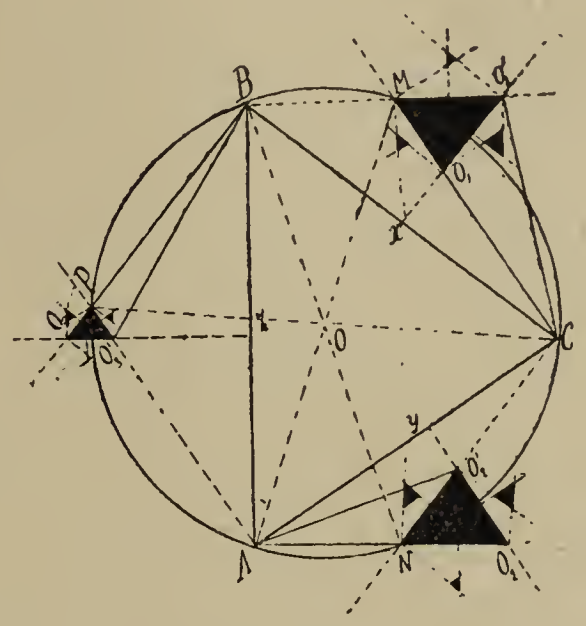
Poniamo $O_1O'_1 = \Phi_1$, $O_2O'_2 = \Phi_2$, $O_3O'_3 = \Phi_3$; $O_1M = \Psi_1$, $O'_1M = \Theta_1$; $O_2N = \Psi_2$, $O'_2N = \Theta_2$, $O_3P = \Psi_3$, $O'_3P = \Theta_3$.

Dunque le terne di lati $[\Phi_1, \Psi_1, \Theta_1], [\Phi_2, \Psi_2, \Theta_2], [\Phi_3, \Psi_3, \Theta_3]$ si riferiscono ai triangoli $O_1O'_1M$, $O_2O'_2N$, $O_3O'_3P$ dei quali sieno $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ simboli rappresentativi dell'area, rispettivamente.

Pongasi $O_1x = g_1$, $O_2y = g_2$, $O_3z = g_3$, $O'_1x = g'_1$, $O'_2y = g'_2$, $O_3'z = g'_3$.

Perciò $\Phi_1 = g'_1 - g_1$, $\Phi_2 = g_2 - g'_2$, $\Phi_3 = g_3 - g'_3$.

Per la costruzione stessa dei triangoli brocardiani ortogonali è chiaro che si può enunciare la proposizione.



I triangoli brocardiani ortogonali relativi ad un triangolo fondamentale sono ciascuno simili a questo triangolo e però sono simili fra loro.

Ora se α, β, γ sono gli angoli di vertice A, B, C, noi otteniamo le seguenti formole:

$$g_1 = a_1 \operatorname{ctg}\gamma\ ,\quad g_2 = b_1 \operatorname{ctg}\alpha\ ,\quad g_3 = c_1 \operatorname{ctg}\beta \qquad [1]$$
$$g'_1 = a_1 \operatorname{ctg}\beta\ ,\quad g'_2 = b_1 \operatorname{ctg}\gamma\ ,\quad g'_3 = c_1 \operatorname{ctg}\alpha$$

dove $2a = a_1$, $2b = b_1$, $2c = c_1$.

Queste formole, utili pel seguito, traggono siffatta forma dalla relazione $\operatorname{tang}(90 - \omega) = \operatorname{ctg}\omega$. È notevole osservare che le [1] ci dicono anche che $g_1g_2g_3 = g'_1g'_2g'_3$, onde il

Teorema. *In ogni triangolo il prodotto delle distanze dai suoi lati di ciascuna terna di centri brocardiani è costante.*

Si ha evidentemente $g_1g_2g_3 = g_1'g_2'g'_3 = \frac{1}{8}abc \operatorname{ctg}\alpha \operatorname{ctg}\beta \operatorname{ctg}\gamma$.

Ove poi si faccia il rapporto $g_i : g'_i$ $(i = 1, 2, 3)$ si riconosce che

Teorema. *Il rapporto delle distanze dei centri brocardiani*

dal lato corrispondente uguaglia il rapporto delle cotangenti degli angoli del triangolo adiacenti a quel lato.

Sono notevoli poi le formule $g_1 : g'_2 = a_1 : b_1$, $g_2 : g'_3 = b_1 : c_1$, $g_3 : g'_1 = c_1 : a_1$; $g_1 \pm g'_2 = \frac{1}{2}(a \pm b)\operatorname{ctg}\gamma$, $g_2 \pm g'_3 = \frac{1}{2}(b \pm c)\operatorname{ctg}\alpha$, $g_3 \pm g'_1 = \frac{1}{2}(c \pm a)\operatorname{ctg}\beta$, ecct.

Posto ciò ricaviamoci i valori dei segmenti $O_i\, O'_i$. Si ha evidentemente

$$\Phi_1 = \frac{1}{2}\, a(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)\,, \Phi_2 = \frac{1}{2}\, b(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)\,,$$

$$\Phi_3 = \frac{1}{2}\, c(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)\,. \qquad [2]$$

Adunque i lati Φ_i $(i=1,2,3)$ dei triangoli brocardiani ortogonali si esprimono in funzione dei lati e degli angoli di ABC. Queste formule ci dicono anche che

Teorema. *La distanza* $O_i\, O'_i$ $(i=1,2,3)$ *dei centri brocardiani relativi ad un certo lato è uguale al semiprodotto di quel lato per la differenza delle cotangenti degli angoli del triangolo adiacenti al medesimo lato.*

E giacchè si sa che i triangoli brocardiani ortogonali sono simili fra loro e al triangolo fondamentale, noi ne ricaveremo subito l'area in funzione degli elementi del triangolo fondamentale.

Abbiamo le relazioni $\Delta_1 : \Delta = \Phi_1^{\,2} : a^2$, $\Delta_2 : \Delta = \Phi_2^{\,2} : b^2$, $\Delta_3 : \Delta = \Phi_3^{\,2} : c^2$, nelle quali introducendo le [2] segue

$$\Delta_1 = \frac{1}{4}\,\Delta(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^2\,,\ \Delta_2 = \frac{1}{4}\,\Delta(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^2\,,$$

$$\Delta_3 = \frac{1}{4}\,\Delta(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^2 \qquad [3]$$

Si riconosce che ha luogo il seguente

Teorema. *L'area del triangolo brocardiano ortogonale relativo ad uno dei lati del triangolo fondamentale, uguaglia il prodotto dell'area del triangolo complementare di questo per il quadrato della differenza delle cotangenti degli angoli del triangolo, adiacenti a quel lato.*

Poniamo $\frac{1}{4}\Delta = U$, onde abbiamo, sviluppando le [3]

$$\Delta_1 = U[\operatorname{ctg}^2\beta + \operatorname{ctg}^2\gamma - 2\operatorname{ctg}\beta\operatorname{ctg}\gamma],\ \Delta_2 = U[\operatorname{ctg}^2\alpha + \operatorname{ctg}^2\gamma - 2\operatorname{ctg}\alpha\operatorname{ctg}\gamma],$$
$$\Delta_3 = U[\operatorname{ctg}^2\beta + \operatorname{ctg}^2\alpha - 2\operatorname{ctg}\beta\operatorname{ctg}\alpha].$$

Ora si dovrà porre $H = \operatorname{ctg}^2\alpha + \operatorname{ctg}^2\beta + \operatorname{ctg}^2\gamma$, $K = \operatorname{ctg}\alpha\operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\alpha\operatorname{ctg}\gamma + \operatorname{ctg}\beta\operatorname{ctg}\gamma$, ond'è che

$$\sum_1^3 \Delta_i = 2U(H-K),\ \frac{1}{2}\Sigma\Delta_i = U(H-K) \qquad [4]$$

Ora se ω è *l'angolo di brocard* si sa (*) che

$$\operatorname{ctg}\omega = \operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\gamma \text{ onde } \operatorname{ctg}^2\omega = H + 2K,$$

perciò introducendo in [4] si ha

$$\Sigma\Delta_i = 2U(\operatorname{ctg}^2\omega - 3K) \text{ epperò } 3K + \frac{1}{2}\frac{\Delta_1+\Delta_2+\Delta_3}{U} = \operatorname{ctg}^2\omega,$$

che è *un'altra espressione dell'angolo di Brocard.*

Ricaviamoci i valori dei rimanenti lati dei triangoli brocardiani ortogonali.

Abbiamo $\Psi_1 : \Phi_1 = b : a$, $\Theta_1 : \Phi_1 = c : a$; $\Psi_2 : \Phi_2 = c : b$, $\Theta_2 : \Phi_2 = a : b$; $\Psi_3 : \Phi_3 = a : c$, $\Theta_3 : \Phi_3 = b : c$. Ricordando i valori di Φ_1, Φ_2, Φ_3 dati dalle formule [2], abbiamo

$$\begin{array}{lll}
\Phi_1 = \frac{1}{2}a(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma) & \Phi_2 = \frac{1}{2}b(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma) & \Phi_3 = \frac{1}{2}c(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha) \\
\Psi_1 = \frac{1}{2}b(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma) & \Psi_2 = \frac{1}{2}c(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma) & \Psi_3 = \frac{1}{2}a(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha) \\
\Theta_1 = \frac{1}{2}c(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma) & \Theta_2 = \frac{1}{2}a(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma) & \Theta_3 = \frac{1}{2}b(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)
\end{array} \qquad [5]$$

Dalle [5] si possono ricavare altre formule che mettono in vista altri fatti notevoli: $\Phi_1 + \Theta_2 + \Psi_3 = a(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)$, $\Psi_1 + \Phi_2 + \Theta_3 = b(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)$, $\Theta_1 + \Psi_2 + \Phi_3 = c(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma$ [6]

Confrontando queste relazioni con le [5] abbiamo

$2\Phi_1 = \Phi_1 + \Theta_2 + \Psi_3$ cioè $\Phi_1 = \Theta_2 + \Psi_3$; $2\Psi_1 = \Psi_1 + \Phi_2 + \Theta_3$ cioè $\Psi_1 = \Phi_2 + \Theta_3$; $2\Theta_1 = \Theta_1 + \Psi_2 + \Phi_3$ cioè $\Theta_1 = \Psi_2 + \Phi_3$.

(*) Per conoscere alcune espressioni dell'angolo di Brocard si vegga ad es. ALASIA « Geom. del triangolo » pag. 165 e seg. Noi qui ne abbiamo ricavata un'altra che in quel libro non trovasi. In seguito ne daremo altre, nuove e caratteristiche.

Riassumendo abbiamo dunque

$$\Phi_1 = \Theta_2 + \Psi_3 \ , \ \Psi_1 = \Phi_2 + \Theta_2 \ , \ \Theta_1 = \Psi_2 + \Phi_3$$

dalle quali noi concludiamo il

Teorema. *Il perimetro di un conveniente triangolo brocardiano ortogonale relativo ad un certo lato del triangolo fondamentale, uguaglia la somma dei perimetri degli altri due triangoli brocardiani relativi agli altri due lati.*

Dalle relazioni [5] ricaviamoci l'espressioni di $\frac{2\Phi_1}{a}$, $\frac{2\Phi_2}{b}$, $\frac{2\Phi_3}{c}$. Siccome sommando i valori di questi due ultimi rapporti si ottiene $\mathrm{ctg}\beta - \mathrm{ctg}\gamma$ che è il valore del primo rapporto, si conclude che $\frac{\Phi_1}{a} = \frac{\Phi_2}{b} + \frac{\Phi_3}{c}$ e analogamente $\frac{\Psi_1}{b} = \frac{\Psi_2}{c} + \frac{\Psi_3}{a}$, $\frac{\Theta_1}{c} = \frac{\Theta_2}{a} + \frac{\Theta_3}{b}$.

Teorema. *Il rapporto fra la distanza dei centri brocardiani relativi ad un lato conveniente e questo lato è uguale alla somma dei rapporti delle rimanenti distanze dei centri brocardiani relativi agli altri due lati a questi lati stessi.*

Dobbiamo fare altre considerazioni sulle formule [5]. Noi otteniamo da esse le relazioni:

$$\Phi_1\Psi_1\Theta_1 = \frac{1}{8}abc(\mathrm{ctg}\beta - \mathrm{ctg}\gamma)^3 \ , \ \Phi_2\Psi_2\Theta_2 = \frac{1}{8}abc(\mathrm{ctg}\alpha - \mathrm{ctg}\gamma)^3 \ ,$$

$$\Phi_3\Psi_3\Theta_3 = \frac{1}{8}abc(\mathrm{ctg}\beta - \mathrm{ctg}\alpha)^3 \ .$$

Esse ci dicono che ha luogo il seguente

Teorema. *Il prodotto dei lati del triangolo ortogonale brocardiano relativo ad un certo lato del triangolo fondamentale, è uguale alla ottava parte del prodotto dei lati di quest'ultimo per il cubo della differenza delle cotangenti degli angoli del triangolo fondamentale adiacenti a quel lato.*

E giacchè da $\frac{abc}{4R} = \Delta$ segue $\frac{1}{8}abc = \frac{1}{2}\Delta R$, noi scriveremo così le formule ultime

$$\Phi_1\Psi_1\Theta_1 = \frac{1}{2}\Delta R(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^3\,,\ \Phi_2\Psi_2\Theta_2 = \frac{1}{2}\Delta R(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^3\,,$$

$$\Phi_3\Psi_3\Theta_3 = \frac{1}{2}\Delta R(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^3$$

e se ci calcoliamo dalle formule [2] e [3] il valore del cubo della differenza delle cotangenti, così che sia addirittura

$$(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^3 = \frac{8\Delta_1\Phi_1}{a\Delta}\,,\ (\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^3 = \frac{8\Delta_2\Phi_2}{b\Delta}\,,$$

$$(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^3 = \frac{8\Delta_3\Phi_3}{c\Delta}\,,$$

e sostituiamo nelle formule precedenti, segue:

$$\Psi_1\Theta_1 = 4R\frac{\Delta_1}{a}\,,\ \Psi_2\Theta_2 = 4R\frac{\Delta_2}{b}\,,\ \Psi_3\Theta_3 = 4R\frac{\Delta_3}{c}$$

e poi [*m*]

$$\Sigma\Psi_i\Theta_i = 4R\left\{\frac{\Delta_1}{a} + \frac{\Delta_2}{b} + \frac{\Delta_3}{c}\right\}.$$

Ne concludiamo i seguenti teoremi, convenendo di chiamare *lati secondari* relativi ai triangoli ortogonali brocardiani quelli diversi, in ciascuno dei triangoli, dal lato dei medesimi rappresentante la distanza dei centri brocardiani e che può chiamarsi *lato principale* di questi triangoli.

Teorema. *In ogni triangolo ortogonale brocardiano, relativo ad un certo lato del triangolo fondamentale, il prodotto dei lati secondari uguaglia il prodotto del rapporto fra la sua area e quel lato del triangolo fondamentale per il quadruplo del raggio del cerchio circoscritto relativo a quest' ultimo triangolo.*

Teorema. *La somma dei rapporti delle aree dei triangoli brocardiani ortogonali relativi ai vari lati, ai lati stessi; moltiplicata per il quadruplo del raggio del cerchio circoscritto relativo al triangolo fondamentale è uguale alla somma di tre addenti ciascuno dei quali è il prodotto dei lati secondari di ciascun triangolo ortogonale brocardiano.*

Dimostrazione del teorema del seno. È notevole che dalle formule ultime possiamo dedurre una nuova e caratteristica dimostrazione del noto *teorema del seno.*

Si è visto, infatti che $\Psi_1\Theta_1 = 4R\frac{\Delta_1}{a}$ ora si rammenti che è $\Delta_1 = \frac{1}{2}\Psi_1\Theta_1 \operatorname{sen}\alpha$ onde $\Psi_1\Theta_1 = \frac{2R\Psi_1\Theta_1 \operatorname{sen}\alpha}{a}$ cioé $a = 2R\operatorname{sen}\alpha$. Se adoperiamo le formule che ci danno $\Psi_2\Theta_2$ e $\Psi_3\Theta_3$ espressi rispettivamente con $4R\frac{\Delta_2}{b}$, $4R\frac{\Delta_3}{c}$ e introduciamo per Δ_2, Δ_3 le loro rispettive espressioni

$$\Delta_2 = \frac{1}{2}\Psi_2\Theta_2 \operatorname{sen}\beta\ , \quad \Delta_3 = \frac{1}{2}\Psi_3\Theta_3 \operatorname{sen}\gamma$$

ne ricaviamo $a = 2R\operatorname{sen}\beta$, $c = 2R\operatorname{sen}\gamma$ e, in conclusione segue $\frac{a}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{c}{\operatorname{sen}\gamma} = 2R$, cioè *in ogni triangolo i lati sono proporzionali ai seni degli angoli opposti e la costante di proporzionalità è il numero che misura il diametro del cerchio circoscritto al triangolo.*

Abbiamo

$$\Sigma\Psi_i\Theta_i = 4R\left\{\frac{\Delta_1 h_1}{a h_1} + \frac{\Delta_2 h_2}{b h_2} + \frac{\Delta_3 h_3}{c h_3}\right\} = 2R\left\{\frac{\Delta_1}{\Delta}h_1 + \frac{\Delta_2}{\Delta}h_2 + \frac{\Delta_3}{\Delta}h_3\right\}.$$

Così vediamo sotto un altro aspetto l'espressione di $\Sigma\Psi_i\ \Theta_i$, avanti ricavata.

Calcolo di alcuni elementi dei triangoli brocardiani ortogonali. A causa della simiglianza di questi triangoli col triangolo fondamentale riesce immediato calcolare gli elementi dei medesimi triangoli e noi vogliamo dare le formule che esprimono appunto i valori di questi elementi, perchè esse stabiliscono dei legami notevoli tra gli enti in considerazione. Sieno R_1, R_2 R_3 i raggi dei circoncerchi relativi ai triangoli di area Δ_1, Δ_2, Δ_3.

Si ha $R_1 : R = \Phi_1 : a$; $R_2 : R = \Phi_2 : b$, $R_3 : R = \Phi_3 : c$. Ora se per Φ_1, Φ_2, Φ_3 si sostituiscono i loro valori dati dalle [2] noi ricaviamo le seguenti relazioni
$2R_1 = R(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)$, $2R_2 = R(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)$, $2R_3 = R(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)$ onde il [7]

Teorema. *Il prodotto del raggio del circoncerchio di un triangolo fondamentale per la differenza delle cotangenti degli angoli adiacenti ad uno dei lati, uguaglia il diametro del circoncerchio del triangolo brocardiano ortogonale relativo a quel lato*

E ancora se e_1, e_2, e_3 sono le altezze dei triangoli d'area $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ e relative ai loro rispettivi lati Φ_1, Φ_2, Φ_3 e sono h_1, h_2, h_3 le altezze del triangolo fondamentale relative ai lati a, b, c abbiamo $h_1 : e_1 = a : \Phi_1$, $h_2 : e_2 = b : \Phi_2$, $h_3 : e_3 = c : \Phi_3$ ed analogamente si ricava

$$2e_1 = h_1(\operatorname{cotg}\beta - \operatorname{cotg}\gamma) , \; 2e_2 = h_2(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma) , \; 2e_3 = h_3(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)$$

e così via.

Nelle formule [6] sostituiamo le differenze delle cotangenti con i rapporti $2R_i : R$ dati dalle [7], otteniamo

$$R(\Phi_1 + \Theta_2 + \Psi_3) = 2a R_1 , \quad R(\Psi_1 + \Phi_2 + \Theta_3) = 2b R_1 ,$$
$$R(\Theta_1 + \Psi_2 + \Phi_3) = 2c R_1 .$$

Queste formule ci dicono che ha luogo il

Teorema. *I nove rettangoli che hanno per basi i nove lati dei tre triangoli brocardiani ortogonali relativi ad un triangolo fondamentale e per altezza comune il raggio del circoncerchio relativo a quest'ultimo equivalgono presi insieme alla somma di tre rettangoli ciascuno dei quali ha per base il doppio di uno dei lati del triangolo fondamentale e per altezza il raggio del circoncerchio di un conveniente triangolo brocardiano ortogonale.*

Osserv : Per la similitudine dei triangoli d'area $\Delta, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ si possono ricavare vari elementi di questi tre ultimi in funzione degli elementi del primo. E giacchè le formule esprimenti i valori di questi elementi possono contenere la differenza delle cotangenti di una coppia d'angoli del triangolo fondamentale, abbiamo che, combinando queste formule con le precedenti, dove compariscono anche le differenze delle cotangenti, possiamo ricavare varie relazioni fra i vari enti relativi e determinati per la configurazione geometrica di cui stiamo occupandoci. E giacchè ciò non ha poi un pregio speciale, noi lasciamo di scrivere le varie formule che deriverebbero che, a dir vero, sarebbe traffico superfluo, appunto perchè — stabiliti le idee e i metodi fondamentali, non resta che a scrivere, quasi meccanicamente i risultati delle varie formule — e le formule stesse.

§ II. — **Triangoli brocardiani derivati.** *Sotto questa denominazione noi intenderemo la terna di triangoli che si ottiene unendo le coppie dei centri brocardiani* $(O_1, O'_1), (O_2, O_2'), (O_3, O_3')$ *rela-*

tive ai lati a, b, c *del triangolo fondamentale* ABC *rispettivamente con uno degli estremi del lato corrispondente a questi centri.* Perciò $BO_1O'_1$, $CO_2O'_2$, $AO_3O'_3$ è una terna di triangoli *brocardiani derivati.* $CO_1O'_1$, AO_2O_2', BO_3O_3' è l'altra terna, ciascun triangolo della quale è, evidentemente, uguale al suo corrispondente nell'altra terna.

La configurazione del sistema è tale che gli elementi essenziali di questi triangoli vengono subito determinati. Indichiamo con P_1, P_2, P_3 l'area di essi a secondo che corrispondono ai lati a, b, c e sieno u_1, v_1 ; u_2, v_2 ; u_3, v_3 le coppie di lati, diversi da Φ_1, Φ_2, Φ_3 in ciascuno di questi triangoli (*). Per il triangolo $CO_1O'_1$, di area P_1 avremo le seguenti formule che esprimono i valori dei suoi lati e l'area in funzione degli elementi del triangolo fondamentale

$$u_1 = \frac{1}{2}\, a \sec(90 - \gamma) = \frac{1}{2}\, a \operatorname{cosec}\gamma \quad , \quad v_1 = \frac{1}{2}\, a \operatorname{cosec}\beta \ ,$$

[x]

$$\Phi_1 = \frac{1}{2} a (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma) \ , \ P_1 = \frac{1}{2}\, \Phi_1\, a_1 = \frac{1}{4}\, a\, \Phi_1 = \frac{1}{8}\, a^2 (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma) \ .$$

Considerando gli altri due triangoli brocardiani derivati, abbiamo le formule:

$$u_2 = \frac{1}{2}\, b \operatorname{cosec}\alpha \ , \ v_2 = \frac{1}{2}\, b \operatorname{cosec}\gamma \ , \ \Phi_2 = \frac{1}{2}\, b (\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma) \ ,$$

$$P_2 = \frac{1}{2}\, \Phi_2\, b_1 = \frac{1}{4}\, b\, \Phi_2 = \frac{1}{8}\, b^2 (\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma) \ ,$$

relativamente al triangolo relativo al lato b e le formule

$$u_3 = \frac{1}{2}\, c \operatorname{cose}\beta \ , \ v_3 = \frac{1}{2}\, c \operatorname{cosec}\alpha \ , \ \Phi_3 = \frac{1}{2}\, c (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha) \ ,$$

$$P_3 = \frac{1}{4}\, c\, \Phi_3 = \frac{1}{8}\, c^2 (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha) \ ,$$

relativamente al triangolo relativo al lato c.

(*) In questa ricerca supporremo che u_1, u_2, u_3 sieno i lati dei centri o_1, o_2, o_3 ; v_1, v_2, v_3 quelli dei centri o'_1, o'_2, o'_3. Inoltre supporremo che i triangoli di ciascuna terna non abbiano nessun vertice in comune.

Ora dalle formule (3) si ha $\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma = 2\sqrt{\frac{\Delta_1}{\Delta}}$, $\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma = 2\sqrt{\frac{\Delta_2}{\Delta}}$, $\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha = 2\sqrt{\frac{\Delta_3}{\Delta}}$. Onde si hanno le formule:

$$P_1 = \frac{1}{4}a^2\sqrt{\frac{\Delta_1}{\Delta}},\ P_2 = \frac{1}{4}b^2\sqrt{\frac{\Delta_2}{\Delta}},\ P_3 = \frac{1}{4}c^2\sqrt{\frac{\Delta_3}{\Delta}}, \quad [y]$$

dalle quali

$$a^2 = 4P_1\sqrt{\frac{\Delta}{\Delta_1}},\quad b^2 = 4P_2\sqrt{\frac{\Delta}{\Delta_2}},\quad c^2 = 4P_3\sqrt{\frac{\Delta}{\Delta_3}};$$

poi $$a^2 + b^2 + c^2 = 4\sqrt{\Delta}\left\{\frac{P_1}{\sqrt{\Delta_1}} + \frac{P_2}{\sqrt{\Delta_2}} + \frac{P_3}{\sqrt{\Delta_3}}\right\}.$$

Osserv: Ove sieno d_1, d_2, d_3 le distanze del *punto di* LEMOINE k del triangolo fondamentale dai lati a, b, c di questo, si sa che $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{2\Delta a}{d_1} = \frac{2\Delta b}{d_2} = \frac{2\Delta c}{d_3}$ [vedi per es, ALASIA, *Geometr. del triangolo*, pag. 151]. Inoltre è nota anche la seguente espressione dell'angolo di BROCARD: $\operatorname{ctg}\omega = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4\Delta}$. [loc. cit., pag. 165].

In base a queste formule possiamo dare un aspetto diverso a delle formule precedenti:

$$\frac{a}{d_1} = \frac{b}{d_2} = \frac{c}{d_3} = \frac{2\sqrt{\Delta}}{\Delta}\left\{\frac{P_1}{\sqrt{\Delta_1}} + \frac{P_2}{\sqrt{\Delta_2}} + \frac{P_3}{\sqrt{\Delta_3}}\right\}, \quad [z]$$

$$\operatorname{ctg}\omega = \frac{\sqrt{\Delta}}{\Delta}\left\{\frac{P_1}{\sqrt{\Delta_1}} + \frac{P_2}{\sqrt{\Delta_2}} + \frac{P_3}{\sqrt{\Delta_3}}\right\},$$

È interessante anche osservare che $\frac{a}{d_1} = \frac{b}{d_2} = \frac{c}{d_3} = 2\operatorname{ctg}\omega$

(*) Questa relazione che noi qui abbiamo dedotto è stata interpretata da me graficamente nel lavoro « *Determinazione dei punti di* BROCARD *per mezzo del punto di* LEMOINE », inserito nel *Periodico di Matematica* di Livorno an. XXVI, fasc. VI, 1911.

ed anche $\operatorname{tang}\omega = \frac{2d_1}{a} = \frac{2d_2}{b} = \frac{2d_3}{c}$ (*). Prima di fare altre considerazioni è forse conveniente concludere con i seguenti teoremi intorno ai risultati delle formule $[x], [y], [z]$.

Teoremi. a) *L'area di un triangolo brocardiano derivato relativo ad uno dei lati del triangolo fondamentale è uguale alla ottava parte del prodotto del quadrato di quel lato per la differenza delle cotangenti degli angoli del triangolo fondamentale adiacenti al medesimo lato.*

b) *Il doppio della radice quadrata del rapporto tra l'area del triangolo brocardiano ortogonale relativo ad uno dei lati del triangolo fondamentale e l'area di questo triangolo uguaglia la differenza delle cotangenti degli angoli adiacenti a quel lato.*

c) *Consegue che* $[y]$ *l'area di un triangolo brocardiano derivato uguaglia il prodotto della quarta parte del quadrato del lato del triangolo fondamentale, al quale lato è corrispondente; per la radice quadrata del rapporto d'aree corrispondenti a quel lato, nel senso dichiarato in b). Ancora si ha che il prodotto dell'area del triangolo anticomplementare di un triangolo brocardiano derivato relativo ad uno dei lati per la radice quadrata del rapporto tra l'area del triangolo fondamentale e l'area del triangolo brocardiano ortogonale relativo a quel lato, uguaglia il quadrato del numero che misura questo lato.*

d) *L'ultima formula* $[y]$ *e le due formule* $[z]$ *sono caratteristiche. Esse mostrano che la costante di proporzionalità tra i lati di un triangolo e le rispettive loro distanze dal punto di* Lemoine *del triangolo è una espressione elegante nella quale compariscono le aree del triangolo fondamentale e dei triangoli brocardiani ortogonali e derivati corrispondenti ai vari lati, esclusivamente. L'angolo di* Brocard ω *è poi una funzione delle medesime aree, esclusivamente.*

Dalle formule $[2], [x]$ consegue $\frac{\Phi_1}{v_1 - u_1} = \frac{\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma}{\operatorname{cosec}\beta - \operatorname{cosec}\gamma}$, $\frac{\Phi_2}{u_2 - v_2} = \frac{\operatorname{cotg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma}{\operatorname{cosec}\alpha - \operatorname{cosec}\gamma}$, $\frac{\Phi_3}{u_3 - v_3} = \frac{\operatorname{cotg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha}{\operatorname{cosec}\beta - \operatorname{cosec}\alpha}$ ond'è che possiamo enunciare il seguente

Teorema. *In uno dei due triangoli brocardiani derivati relativi ad uno dei lati del triangolo fondamentale, un lato (la*

distanza dei centri brocardiani) sta alla differenza degli altri due come la differenza delle cotangenti degli angoli del triangolo fondamentale adiacenti al lato, rapporto a cui è preso il triangolo derivato, sta alla differenza delle cosecanti dei medesimi angoli.

Ora dobbiamo considerare quelle delle formule del gruppo $[x]$ che si riferiscono a P_1, P_2, P_3.

E giacchè le formule precedenti [5], [6], [7] sono atte a combinarsi con le riferite del gruppo $[x]$, noi effettueremo addirittura siffatte trasformazioni, così che vedremo altri fatti notevoli.

Dalle [5] abbiamo $\frac{2\Psi_1}{b} = \frac{2\Theta_1}{c} = \operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma$, perciò $P_1 = \frac{1}{4}\frac{a^2}{b}\Psi_1$ Analogamente si ricava $P_2 = \frac{1}{4}\frac{b^2}{c}\Psi_2$, $P_3 = \frac{1}{4}\frac{c^2}{a}\Psi_3$. Segue anche $P_1 . P_2 . P_3 = \frac{1}{64} a b c \Psi_1 \Psi_2 \Psi_3$.

Se consideriamo le formule del gruppo [6] abbiamo anche

$$P_1 = \frac{1}{8} a[\Phi_1 + \Theta_2 + \Psi_3] = \frac{1}{8} b[\Psi_1 + \Phi_2 + \Theta_3] = \frac{1}{8} c[\Theta_1 + \Psi_2 + \Phi_3]$$

e se consideriamo quelle del gruppo [7] abbiamo

$$P_1 = \frac{1}{4}\frac{R_1}{R} a^2 \ , \quad P_2 = \frac{1}{4}\frac{R_2}{R} b^2 \ , \quad P_3 = \frac{1}{4}\frac{R_3}{R} c^2 \quad [z_1]$$

e poi

$$4(P_1 + P_2 + P_3) = \frac{1}{R}\{R_1 a^2 + R_2 b^2 + R_3 c^2\} .$$

Avremo poi $a^2 = 4P_1\frac{R}{R_1}$, $b^2 = 4P_2\frac{R}{R_2}$, $c^2 = 4P_3\frac{R}{R_3}$

e quindi

$$a^2 + b^2 + c^2 = 4R\left\{\frac{P_1}{R_1} + \frac{P_2}{R_2} + \frac{P_3}{R_3}\right\}$$

e se rammentiamo le formule della oss: ultima, ne segue

$$\operatorname{ctg}\omega = \frac{R}{\Delta}\left\{\frac{P_1}{R_1} + \frac{P_2}{R_2} + \frac{P_3}{R_3}\right\} ,$$

che è un' altra espressione dell' angolo di Brocard *espresso con le aree dei triangoli fondamentale e derivati e dei raggi di circoncerchi relativi al fondamentale e alla sua terna di triangoli brocardiani ortogonali.*

È curioso scrivere l'ultima formula così:

$$\operatorname{ctg}\omega = \frac{P_1}{\Delta}\cdot\frac{R}{R_1} + \frac{P_2}{\Delta}\cdot\frac{R}{R_2} + \frac{P_3}{\Delta}\cdot\frac{R}{R_3}\ .$$

Analizzando una precedente espressione di P_1 si vede che *il doppio dell' area del triangolo anticomplementare di un conveniente triangolo brocardiano derivato è uguale all' area di tre rettangoli che hanno un lato uguale al lato del triangolo fondamentale e gli altri lati scelti convenientemente tra i lati dei triangoli brocardiani ortogonali.* Poi ha luogo anche il

Teorema. *La somma dei rapporti delle aree dei triangoli brocardiani derivati ai raggi degli encerchi relativi ai triangoli brocardiani ortogonali a quelli corrispondenti, moltiplicata per il quadruplo del raggio del circoncerchio relativo al triangolo fondamentale è uguale alla somma dei quadrati dei numeri che misurono i suoi lati.*

La medesima somma di rapporti, moltiplicata poi pel rapporto tra il raggio del circoncerchio relativo al fondamentale e l'area di questo triangolo, uguaglia la cotangente dell' angolo di Brocard *relativo al fondamentale.*

Se ora ci rammentiamo delle espressioni dei prodotti $\Psi_i\ \Theta_i$ caratterizzati dalla marca $[m]$ e combiniamo siffatte relazioni con le formule che ci danno a^2, b^2, c^2 ultimamente viste, abbiamo

$$\Psi_1\,\Theta_1 = a\,\frac{\Delta_1}{P_1}\,R_1\ ,\quad \Psi_2\,\Theta_2 = b\,\frac{\Delta_2}{P_2}\,R_2\ ,\quad \Psi_3\,\Theta_3 = c\,\frac{\Delta_3}{P_3}\,R_3\ ,$$

$$\Sigma\,\Psi_i\,\Theta_i = a\,\frac{\Delta_1}{P_1}\,R_1 + b\,\frac{\Delta_2}{P_2}\,R_2 + c\,\frac{\Delta_3}{P_3}\,R_3\ .$$

E non è difficile riconoscere che è

$$\Sigma\,\Psi_i\,\Theta_i = R\,\Sigma\,\frac{\Delta_i}{P_i}\,\Phi_i\ ,$$

se si rammentano le precedenti formule che ci convengono.

Ora vogliamo trovare le formule che rappresentano le altezze dei triangoli derivati relative ai lati passanti pei centri brocardiani O'_1, O'_2, O'_3, cioè le altezze relative a v_1, v_2, v_3. Perciò rammentiamoci delle espressioni di v_1, v_2, v_3 date nel gruppo $[x]$ e delle espressioni di P_1, P_2, P_3 date in $[y]$, $[z_1]$. Abbiamo le seguenti relazioni:

$$\frac{1}{2} a \operatorname{cosec} \beta . \frac{x}{2} = \frac{1}{4} a^2 \sqrt{\frac{\Delta_1}{\Delta}} = \frac{1}{4} a^2 \frac{R_1}{R} ,$$

$$\frac{1}{2} b \operatorname{cosec} \gamma . \frac{y}{2} = \frac{1}{4} b^2 \sqrt{\frac{\Delta_2}{\Delta}} = \frac{1}{4} b^2 \frac{R_2}{R} ,$$

$$\frac{1}{2} c \operatorname{cosec} \alpha . \frac{z}{2} = \frac{1}{4} c^2 \sqrt{\frac{\Delta_3}{\Delta}} = \frac{1}{4} c^2 \frac{R_3}{R} .$$

Onde si ha

$$x = a \sin \beta \sqrt{\frac{\Delta_1}{\Delta}} , \; y = b \sin \gamma \sqrt{\frac{\Delta_2}{\Delta}} , \; z = c \sin \alpha \sqrt{\frac{\Delta_3}{\Delta}} ,$$

nelle quali al radicale può sostituirsi, per es., il rapporto tra i quadrati dei lati omologhi relativi ai triangoli che sono rappresentati in area, dai simboli sotto il radicale stesso. Ma si ha dal teorema del seno $a \sin \beta = b \sin \alpha$, $a \sin \gamma = c \sin \alpha$, $b \sin \gamma = c \sin \beta$ onde anche

$$x = b \sin \alpha \sqrt{\frac{\Delta_1}{\Delta}} , \; y = c \sin \beta \sqrt{\frac{\Delta_2}{\Delta}} , \; z = a \sin \gamma \sqrt{\frac{\Delta_3}{\Delta}} .$$

Seguono per conseguenza le relazioni:

$$x : y = \frac{a}{c} \sqrt{\frac{\Delta_1}{\Delta_2}} , \; y : z = \frac{b}{a} \sqrt{\frac{\Delta_2}{\Delta_3}} , \; z : x = \frac{c}{b} \sqrt{\frac{\Delta_3}{\Delta_1}} .$$

Poi è utile scrivere le seguenti

$$\sqrt{\frac{\Delta}{\Delta_1}} = \frac{x}{a} \operatorname{cosec} \beta , \; \sqrt{\frac{\Delta}{\Delta_2}} = \frac{y}{b} \operatorname{cosec} \gamma ,$$

$$\sqrt{\frac{\Delta}{\Delta_3}} = \frac{z}{c} \operatorname{cosec} \alpha ,$$

che si deducono da formule di sopra.

L'espressione (z) di ctg ω si scriverà così:

$$\operatorname{ctg}\omega = \frac{1}{\Delta}\left\{ P_1 \frac{x}{a}\operatorname{cosec}\beta + P_2 \frac{y}{b}\operatorname{cosec}\gamma + P_3 \frac{z}{c}\operatorname{cosec}\alpha \right\}.$$

E se per P_1, P_2, P_3 introduciamo le loro espressioni $[a]$ abbiamo

$$\operatorname{ctg}\omega = \frac{1}{8\Delta}\left\{ ax(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)\operatorname{cosec}\beta + \right.$$

$$\left. + by(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)\operatorname{cosec}\gamma + cz(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)\operatorname{cosec}\alpha \right\}.$$

Sono queste due ultime formule due altre notevoli espressioni dell'angolo di Brocard ω.

§ III. — **Triangoli ex inscritti dei triangoli brocard. ortog. e derivati.**

In questo paragrafo, il lettore dovrà rammentare le due formule su di un triangolo di area Δ, di perimetro $2p$, di lati a, b, c, e di cui sia N l'area del suo triangolo ex inscritto:

$$\Delta = pr \quad , \quad N = \frac{abc}{2r},$$

nelle quali r è il raggio dell'incerchio. La prima è evidente quasi, la seconda non è così comune; la si può riscontrare dimostrata in (*Pitagora*, N. 1. 2. 3 a. XVII, Palermo; argom. del prof. Alasia).

Ciò posto sieno E_1, E_2, E_3 i triangoli ex inscritti corrispondenti a Δ_1, Δ_2, Δ_3, rispettivamente; rammentiamoci delle precedenti formule, senza stare qui a dilungarci in richiami, e scriviamo addirittura le formule che ci servono per il calcolo preventivo dei rispettivi raggi r_1, r_2, r_3 di Δ_1, Δ_2, Δ_3:

$$r_1 = \Delta_1 : p_1 = \Delta_1 : \frac{1}{2}(\Phi_1 + \Psi + \Theta_1) = \frac{1}{4}\Delta(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^2 :$$

$$\frac{1}{4}(a+b+c)(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma) = \frac{\Delta}{2p}(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)$$

analogamente è

$$r_2 = \frac{\Delta}{2p}(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)\ ,\ r_3 = \frac{\Delta}{2p}(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha).$$

In queste tre formule a $\frac{\Delta}{2p}$ si può, evidentemente, sostituire $\frac{1}{2}r$, dove r è il raggio dell'incerchio di ABC; scorgeremo allora, come dev'essere, l'analogia di queste stesse formule con le [7]. E consegue che nelle formule seguenti a (7), ad R, R_1 si può sostituire r, r_1, ecct.

Ora si ha

$$E_1 = \Psi_1\Phi_1\Theta_1 : 2r_1 = \frac{1}{8}abc(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^3 :$$

$$\frac{1}{4}(a+b+c)(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma) = \frac{1}{2}\frac{abc}{a+b+c}(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^2$$

e, con procedimenti ormai ovvi e analoghi, ne seguono le altre due formule:

$$E_2 = \frac{1}{2}\frac{abc}{a+b+c}(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^2,\ E_3 = \frac{1}{2}\frac{abc}{a+b+c}(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^2.$$

Queste formule di E_1 E_2, E_3 sono rimarchevoli. Se vogliamo la somma ΣE_i , scriviamo

$$\Sigma E_i = \frac{abc}{a+b+c}(H - K),$$

dove H, K hanno significato chiaro (v. form. 4) dalla quale formula, trasformando si consegue

$$\Sigma E_i = \frac{abc}{a+b+c}\frac{\Sigma\Delta_i}{\frac{1}{2}\Delta}$$

o, distesamente

$$E_1 + E_2 + E_3 = 2\frac{abc}{a+b+c}\left\{\frac{\Delta_1}{\Delta} + \frac{\Delta_2}{\Delta} + \frac{\Delta_3}{\Delta}\right\}.$$

Noi enuncieremo anzitutto il

Teorema. *L'area del triangolo ex inscritto relativo al triangolo brocardiano ortagonale corrispondente ad un certo lato del triangolo fondamentale è uguale al semiprodotto del quadrato della differenza delle cotangenti degli angoli del fondamentale adiacenti a quel lato per il rapporto tra il prodotto e la somma dei lati del triangolo fondamentale stesso.*

Oss.: Osserviamo che dalle note comunissime formule $\Delta = \frac{abc}{4R}$, $\Delta = pr$, consegue $\frac{abc}{a+b+c} = 2Rr$ ond'è che

$$E_1 = Rr(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^2,\ E_2 = Rr(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^2,\ E_3 = Rr(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^2,$$

$$\Sigma E_i = 2Rr\,(H - K) =$$

$$4Rr\left(\frac{\Delta_1}{\Delta} + \frac{\Delta_2}{\Delta} + \frac{\Delta_3}{\Delta}\right) = \frac{4R}{p}(\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3)\ .$$

Queste formule ci mettono in vista fatti notevoli, così che noi enuncieremo i seguenti

Teoremi. a) *L'area del triangolo ex inscritto relativo al triangolo brocardiano ortogonale corrispondente ad un certo lato del triangolo fondamentale è uguale all'area del rettangolo che ha per dimensioni i raggi dell'incerchio e del circoncerchio relativi al fondamentale moltiplicata per il quadrato della differenza delle cotangenti degli angoli del fondamentale adiacenti a quel lato.*

b) *Il rapporto che esiste tra la somma delle aree dei triangoli ex inscritti relativi ai tre triangoli brocardiani ortogonali e la somma delle aree di questi triangoli, uguaglia il rapporto che esiste tra il quadruplo del raggio del circoncerchio relativo al fondamentale e il semiperimetro di questo triangolo.*

In grazia delle formule [2], [7] si hanno altre espressioni delle E : $E_1 = 4Rr\frac{\Phi_1^2}{a^2} = 2\frac{abc}{(a+b+c)a^2}\Phi_1^2$, ecct.;

$$E_1 = 4Rr\frac{R_1^2}{R^2} = 4\frac{r}{R}R_1^2,\ E_2 = 4\frac{r}{R}R_2^2,\ E_3 = 4\frac{r}{R}R_3^2\ ,$$

che mostrano che *l'area del triangolo ex inscritto relativo al triangolo brocardiano ortogonale corrispondente ad uno dei lati del triangolo fondamentale è uguale al prodotto del quadrato del*

raggio del cinconcerchio relativo a quel triangolo brocardiano per il quadruplo del rapporto tra il raggio dell'incerchio e del circoncerchio relativi al fondamentale.

Finalmente per chiudere queste considerazioni, porremo delle formule che legano le E con le P. Osserveremo perciò le (z_1). Abbiamo da queste $\frac{R_1}{R} = 4P_1 = a^2$, onde

$$E_1 = 4R_1 r \frac{4P_1}{a^2} = 16 \frac{r R_1}{a^2} P_1$$

e analogamente

$$E_2 = 16 \frac{r R_2}{b^2} P_2 \ , \ E = 16 \frac{r R_3}{c^2} P_3 \ ;$$

che per le [1], ad es., acquistano aspetto diverso.

Calcoliamo adesso le aree S_1, S_2, S_3 dei triangoli ex inscritti relativi ai triangoli derivati. Il procedimento è analogo a quello or ora esposto; le formule che troveremo sono un po' più complicate, ma noi cercheremo di stabilirle brevemente. Immaginiamo che i simboli t_1, t_2, t_3 rappresentino i raggi degli incerchi relativi ai triangoli brocardiani derivati d'area P_1, P_2, P_3, rispettivamente, e scriviamo le seguenti relazioni:

$$t_1 = P_1 : p_1' = P_1 : \frac{1}{2}(u_1 + v_1 + \Phi_1) = \frac{1}{8}(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma) :$$

$$\frac{1}{2} a [(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma) + (\operatorname{cosec}\beta + \operatorname{cosec}\gamma)]$$

$$= \frac{1}{4} a \frac{\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma}{[(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma) + (\operatorname{cosec}\beta + \operatorname{cosec}\gamma)]} \ .$$

Con procedimento analogosi conseguisce poi:

$$t_2 = \frac{1}{4} b \frac{\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma}{[(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma) + (\operatorname{cosec}\alpha + \operatorname{cosec}\gamma)]} \ ,$$

$$t_3 = \frac{1}{4} c \frac{\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha}{[(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha) + (\operatorname{cosec}\beta + \operatorname{cosec}\alpha)]} \ .$$

Ora abbiamo

$$S_1 = u_1 v_1 \Phi_1 : 2 t_1 = \frac{1}{8} a^3 (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma) \operatorname{cosec}\beta \operatorname{cosec}\gamma :$$

$$\frac{1}{2} a \frac{\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma}{[(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma) + (\operatorname{cosec}\beta + \operatorname{cosec}\gamma)]}$$

$$= \frac{1}{4} a^2 [\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma) + (\operatorname{cosec}\beta + \operatorname{cosec}\gamma)] \operatorname{cosec}\beta \operatorname{cosec}\gamma .$$

E analogamente è

$$S_2 = \frac{1}{4} b^2 [(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma) + (\operatorname{cosec}\alpha + \operatorname{cosec}\gamma)] \operatorname{cosec}\alpha \operatorname{cosec}\gamma ,$$

$$S_3 = \frac{1}{4} c^2 [(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha) + (\operatorname{cosec}\beta + \operatorname{cosec}\alpha)] \operatorname{cosec}\beta \operatorname{cosec}\alpha .$$

Queste formule rimarchevoli danno, come si vede, S_1, S_2, S_3, in funzione degli elementi del triangolo fondamentale, esclusivamente.

§ IV. **Triangoli broc. ortog. dei vari ordini.**

Del triangolo fondamentale ABC noi conosciamo già la sua terna di triangoli brocardiani ortogonali O_1 O'_1 M, O_2 O'_2 N, O_3 O'_3 P. Ora ciascuno di questi tre triangoli possiede una terna di triangoli brocardiani ortogonali e se noi conveniamo di chiamare *triangoli brocardiani di primo ordine di* ABC, *i triangoli* O_1 O'_1 M, O_2 O'_2 N, O_3 O'_3 P i nove triangoli brocardiani ortogonali corrispondenti a quest'ultimi, complessivamente li diremo *triangoli brocardiani ortogonali del secondo ordine di* ABC. Così via ; ci capisce quindi il significato della dicitura del seguito.

Si comprende inoltre che *ogni triangolo fondamentale possiede* 3^m *triangoli brocardiani ortogonali d'ordine m.* E il numero Σ dei triangoli brocardiani ortogonali di un triangolo fondamentale compresi nei vari ordini dal 1 ad *m*, inclusivamente, sarà dato dalla formula

$$\Sigma = 3 + 3^2 + 3^3 + \ldots\ldots + 3^{m-1} + 3^m = \frac{3 (3^m - 2)}{2} .$$

Risulta anche chiaro che *tutti i triangoli brocardiani ortogonali dei vari ordini sono simili tra loro e al fondamentale.*

Inoltre da quello che procede, senza ulteriori disquisizioni, consegue *che gli elementi di questi triangoli si possono calcolare in funzione degli elementi del triangolo fondamentale.* Ma noi non possiamo qui certamente calcolare gli elementi di un siffatto triangolo di un ordine elevato inquantocchè i procedimenti da seguirsi sono affatto meccanici e si riducono ad applicare pazientemente e a ripetere tutti i procedimenti che servirono al calcolo degli elementi dei triangoli brocardiani ortogonali di primo ordine. Ad ogni modo tenteremo di fare un calcolo parziale, limitandoci al calcolo dei lati e dell'area dei triangoli del secondo ordine di ABC, ed inoltre cercheremo d'indagare gli elementi analoghi di qualche triangolo d'ordine elevato (*).

In primo luogo calcoleremo i lati dei nove triangoli del secondo ordine. Prendiamo dunque a considerare il triangolo $O_1\, O'_1\, M$ d'area Δ_1. Sieno Δ_{21}, Δ_{22}, Δ_{23} le aree dei suoi triangoli ortagonali corrispondenti ai lati $O_1\, O'_1$, $O_1\, M$, $O'_1\, M$. E senza dilungarci molto si comprenderà che i simboli a primo membro delle relazioni che porremo rappresentano i lati di questi triangoli. Rammentiamoci delle formule [5] e scriviamo.

$$m_{21} = \frac{1}{2}\,\Phi_1\,(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma) \qquad n_{21} = \frac{1}{2}\,\Psi_1\,(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)$$

$$m_{22} = \frac{1}{2}\,\Psi_1\,(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma) \qquad n_{22} = \frac{1}{2}\,\Theta_1\,(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)$$

$$m_{23} = \frac{1}{2}\,\Theta_1\,(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma) \qquad n_{23} = \frac{1}{2}\,\Phi_1\,(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)$$

$$p_{21} = \frac{1}{2}\,\theta_1\,(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)$$

$$p_{22} = \frac{1}{2}\,\Phi_1\,(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)$$

$$p_{23} = \frac{1}{2}\,\Psi_1\,(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)$$

(*) Del resto un siffatto calcolo non è anche semplice, ma fondandoci sul seguito lo si può estendere ad ogni elemento qualunque di ordine superiore.

Ora se si tien conto dei valori di Φ_1, Ψ_1, Θ_1 avremo, corrispondentemente ai lati $O_2\,O'_2$, $O_2\,M$, $O'_2\,M$:

$$m_{21} = \frac{1}{2^2}(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^2 a \quad n_{21} = \frac{1}{2^2} b\,(\operatorname{ctg} a - \operatorname{ctg}\gamma)(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)$$

$$m_{22} = \frac{1}{2^2}(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^2 b \quad n_{22} = \frac{1}{2^2} c\,(\operatorname{ctg} a - \operatorname{ctg}\gamma)(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)$$

$$m_{23} = \frac{1}{2^2}(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^2 c \quad n_{23} = \frac{1}{2^2} a\,(\operatorname{ctg} a - \operatorname{ctg}\gamma)(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)$$

$$p_{21} = \frac{1}{2^2} c\,(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg} z)$$

$$p_{22} = \frac{1}{2^2} a\,(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg} z)$$

$$p_{23} = \frac{1}{2^2} b\,(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg} z)$$

Queste formule appartengono, come dissi, il primo gruppo al triangolo Δ_{21}, il secondo a Δ_{22}, il terzo al triangolo Δ_{23}. Scriviamo ora addirittura i due gruppi di formule corrispondenti alle due terne di triangoli ortogonali brocardiani corrispondenti ai triangoli $O_2\,O'_2\,N$, $O_3\,O'_3\,N$. Avremo pel primo, corrispondentemente ai lati $O_2\,O'_2$, $O_2\,N$, $O'_2\,N$:

$$i_{21} = \frac{1}{2^2} b\,(\operatorname{ctg} z - \operatorname{ctg}\gamma)^2, \quad h_{21} = \frac{1}{2^2} c\,(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)(\operatorname{ctg} z - \operatorname{ctg}\gamma)$$

$$i_{22} = \frac{1}{2^2} c\,(\operatorname{ctg} z - \operatorname{ctg}\gamma)^2, \quad h_{22} = \frac{1}{2^2} a\,(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)(\operatorname{ctg} z - \operatorname{ctg}\gamma)$$

$$i_{23} = \frac{1}{2^2} a\,(\operatorname{ctg} z - \operatorname{ctg}\gamma)^2, \quad h_{23} = \frac{1}{2^2} b\,(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)(\operatorname{ctg} z - \operatorname{ctg}\gamma)$$

$$s_{21} = \frac{1}{2^2} a\,(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)(\operatorname{ctg} z - \operatorname{ctg}\gamma)$$

$$s_{22} = \frac{1}{2^2} b\,(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)(\operatorname{ctg} z - \operatorname{ctg}\gamma)$$

$$s_{23} = \frac{1}{2^2} c\,(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)(\operatorname{ctg} z - \operatorname{ctg}\gamma)$$

e pel secondo $O_3\ O'_3\ N$, corrispondentemente ai lati $O_3\ O'_3$, $O_3\ P$, $O'_3\ P$:

$$d_{21} = \frac{1}{2^2}\, c\,(\mathrm{ctg}\beta - \mathrm{ctg}\,\alpha)^2 \qquad f_{21} = \frac{1}{2^2}\, a\,(\mathrm{ctg}\beta - \mathrm{ctg}\gamma)(\mathrm{ctg}\beta - \mathrm{ctg}\,\alpha)$$

$$d_{22} = \frac{1}{2^2}\, a\,(\mathrm{ctg}\beta - \mathrm{ctg}\,\alpha)^2 \qquad f_{22} = \frac{1}{2^2}\, b\,(\mathrm{ctg}\beta - \mathrm{ctg}\gamma)(\mathrm{ctg}\beta - \mathrm{ctg}\,\alpha)$$

$$d_{23} = \frac{1}{2^2}\, b\,(\mathrm{ctg}\beta - \mathrm{ctg}\,\alpha)^2 \qquad f_{23} = \frac{1}{2^2}\, c\,(\mathrm{ctg}\beta - \mathrm{ctg}\gamma)(\mathrm{ctg}\beta - \mathrm{ctg}\,\alpha)$$

$$l_{21} = \frac{1}{2^2}\, b\,(\mathrm{ctg}\,\alpha - \mathrm{ctg}\gamma)\,(\mathrm{ctg}\beta - \mathrm{ctg}\,\alpha)$$

$$l_{22} = \frac{1}{2^2}\, c\,(\mathrm{ctg}\,\alpha - \mathrm{ctg}\gamma)\,(\mathrm{ctg}\beta - \mathrm{ctg}\,\alpha)$$

$$l_{23} = \frac{1}{2^2}\, a\,(\mathrm{ctg}\,\alpha - \mathrm{ctg}\gamma)\,(\mathrm{ctg}\beta - \mathrm{ctg}\,\alpha)$$

Queste formule possono riuscir utili nella interpretazione delle formule degli ulteriori triangoli.

Vediamo che in ciascuno dei nove triangoli del 2° ordine i valori dei lati che si esprimono col quadrato della differenza delle cotangenti degli angoli convenienti del fondamentale, sono i *lati principali* di questi triangoli. Facciamo delle considerazioni per le quali è utile intendere che noi chiamiamo *triangolo ortogonale brocardiano principale d'ordine terzo quello che è stato determinato sul lato principale* (dist. dei centri corrisp. brocar.) *del triangolo brocardiano di secondo ordine e così generalmente.* E senza fare distinzioni possiamo intendere che *ogni triangolo fondamentale ha tre triangoli ortogonali brocardiani principali del secondo ordine, nove triangoli principali del terzo ordine e così via.* Il numero dei triangoli brocardiani principali è evidentemente rappresentato dalla formola che comprende tutti quei triangoli siffatti dagli ordini da 2 ad m, inclusivamente

$$\Sigma_1 = 3 + 3^2 + 3^3 + \ldots\ldots + 3^{m-2} + 3^{m-1} = \frac{3\,(3^{m-1} - 1)}{2}\ ,$$

giacchè il numero dei triangoli siffatti dell'ordine m è 3^{m-1}. Ma noi vogliamo ancora specializzare qualcuno di questi triangoli di un dato ordine. Il triangolo $O_1\ O'_1\ M$ ha un lato prin-

cipale ed è $O_1 O'_1$; a questo lato corrisponde uno ed uno solo triangolo del secondo ordine, il quale avrà un lato principale a cui corrisponderà uno ed uno solo triangolo del terzo ordine — e così via —. Ora tutti questi triangoli che vengono determinati su lati sempre principali li denomineremo *triangoli brocardiani ortogonali doppiamente principali dei vari ordini.* E segue evidentemente che *ogni triangolo fondamentale ha tre triangoli ortogonali brocardiani doppiamente principali dell' ordine* m $(m = 1, 2, 3, \ldots, \infty)$.

Posto ciò noi adesso a stabilire le formule che ci servono al calcolo delle aree dei nove triangoli brocardiani ortogonali del secondo ordine di ABC. A tale scopo è conveniente dire che le aree dei triangoli $O_1 O'_1 M$, $O_2 O'_2 N$, $O_3 O'_3 P$ le denoteremo per $\Delta_{11}, \Delta_{12}, \Delta_{13}$. I tre triangoli corrispondenti a $O_1 O'_1 M$ nell'ordine dei lati $O_1 O'_1$, $O_1 M$, $O'_1 M$ designiamo l'area rispettivamente con Z_{21}, Z_{22}, Z_{23} per quelli corrispondenti ad $O_2 O'_2 N$ secondo i lati $O_2 O'_2$, $O_2 N$, $O'_2 N$ designiamone l'area con X_{21}, X_{22}, X_{23} e per quelli sorrispondenti ad $O_3 O'_3 P$ secondo i lati $O_3 O'_3$, $O_3 P$, $O'_3 P$ designiamone l'area con Y_{21}, Y_{22}, Y_{23}. Avremo [(v. form. 3) e teorema corrisp.]

$$Z_{21} = \frac{1}{4}\Delta_{11}(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^2 = \frac{1}{4^2}\Delta(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^4$$

$$Z_{22} = \frac{1}{1}\Delta_{11}(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^2 = \frac{1}{4^2}\Delta(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^2(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^2$$

$$Z_{23} = \frac{1}{4}\Delta_{11}(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^2 = \frac{1}{4^2}\Delta(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^2(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^2$$

$$X_{21} = \frac{1}{4}\Delta_{12}(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^2 = \frac{1}{4^2}\Delta(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^4$$

$$X_{22} = \frac{1}{4}\Delta_{12}(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^2 = \frac{1}{4^2}\Delta(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^2(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^2$$

$$X_{23} = \frac{1}{4}\Delta_{12}(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^2 = \frac{1}{4^2}\Delta(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^2(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^2$$

$$Y_{21} = \frac{1}{4}\Delta_{13}(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^2 = \frac{1}{4^2}\Delta(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^4$$

$$Y_{22} = \frac{1}{4}\Delta_{13}(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^2 = \frac{1}{4^2}\Delta(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^2(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^2$$

$$Y_{23} = \frac{1}{4}\Delta_{13}(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^2 = \frac{1}{4^2}\Delta(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^2(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^2$$

Noi vediamo che Z_{21}, X_{21}, X_{21} sono le aree dei triangoli brocardiani ortogonali doppiamente principali del secondo ordine e queste aree sono, come si vede, espressi da formule diverse da quelle che servono ad esprimere le aree degli altri triangoli.

E da un breve esame si conclude che possiamo trattare lo studio dei triangoli doppiamente principali facendo uso di formule che sono molto compendiate e ridotte, mentre per gli altri triangoli troveremo formule lunghe per cui riesce impossibile scrivere le formule corrispondenti senza metterci molto spazio, così che andremo addirittura a trattare il caso molto più importante del calcolo dei

Lati ed area dei triangoli doppiamente principali dei vari ordini.

Cambiamo notazione. Indichiamo con G_{21}, G_{22}, G_{23} le aree dei triangoli doppiamente principali relativi ai lati Φ_1, Φ_2, Φ_3 che sono lati principali dei rispettivi triangoli $O_1 O'_1 M$, $O_2 O'_2 N$, $O_3 O'_3 P$. E rappresenteranno, generalmente G_{m1}, G_{m2}, G_{m3} le aree dei triangoli dopp. princ. dell'ordine m corrispondenti di posizioni a Φ_1, Φ_2, Φ_3. Sieno x_{m1}, x_{m2}, x_{m3} i lati di G_{m1}, y_{m1}, y_{m2}, y_{m3} quelli di G_{m2}, z_{m1}, z_{m2}, z_{m3} quelli di G_{m3}. Dall'esame dei gruppi di formole poste e senza difficoltà si riconosce che

$$x_{m1} = \frac{1}{2^m} (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^m a \qquad y_{m1} = \frac{1}{2^m} (\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^m b$$

$$x_{m2} = \frac{1}{2^m} (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^m b \qquad y_{m2} = \frac{1}{2^m} (\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^m c$$

$$x_{m3} = \frac{1}{2^m} (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^m c \qquad y_{m3} = \frac{1}{2^m} (\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^m a$$

[λ]

$$z_{m1} = \frac{1}{2^m} (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^m c$$

$$z_{m2} = \frac{1}{2^m} (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^m a$$

$$z_{m3} = \frac{1}{2^m} (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^m b$$

Ora si hanno le formule

$$G_{m1} = \frac{1}{4} G_{(m-1)1} (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^2 ,$$

$$G_{m2} = \frac{1}{4} G_{(m-1)2} (\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^2 , \quad [\text{v. f. } 3]$$

$$G_{m3} = \frac{1}{4} G_{(m-1)3} (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^2 .$$

E per $m = 2, 3, 4, \ldots, m$ si può ricavare che:

$$G_{m1} = \frac{1}{4^m} (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^{2m} \Delta ,$$

$$G_{m2} = \frac{1}{4^m} (\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^{2m} \Delta ,$$

$$G_{m3} = \frac{1}{4^m} (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^{2m} \Delta \qquad [\lambda_1]$$

Queste formole, che esprimono l'area ed i lati dei triangoli brocardiani ortogonali doppiamente principali d'ordine m, si possono riguardare come una generalizzazione delle formule [3], [5].

Prendiamo a considerare tutti i triangoli doppiamente principali relativi ad $O_1 O'_1 M$, includiamoci quest'ultimo e calcoliamo l'area complessiva di essi. Si avrà la formula

$$\sum_1^\infty G_{m1} = \left\{ \frac{1}{4} (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^2 + \frac{1}{4^2} (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^4 + \frac{1}{4^3} (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^6 + \ldots \right\} \Delta .$$

La ragione della progressione in parentesi è $\frac{1}{4} (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^2$ ed è minor d'uno, pertanto segue:

$$\sum_1^\infty G_{m1} = \frac{(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^2}{4 - (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^2} \Delta .$$

Analogamente si vede che

$$\sum_1^\infty G_{m2} = \frac{(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^2}{4 - (\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^2} \Delta , \qquad [\omega]$$

$$\sum_1^\infty G_{m3} = \frac{(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^2}{4 - (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^2} \Delta .$$

Ed ora viste queste formule, le quali benchè dedotte dalle precedenti [3], [5] con opportuni procedimenti in base alle proprietà dei triangoli dei vari ordini, si presentano assai notevoli; noi non vogliamo attribuire alle medesime una importanza semplicemente di curiosità; giacchè esse ci mostrano, tra altro, un *significato geometrico* della potenza m^a del binomio $(\mathrm{ctg}\,x - \mathrm{ctg}\,y)$ nel quale x, y sono due angoli del triangolo fondamentale ABC, ecct.

Triangoli broc. deriv. doppiamente principali dei vari ordini. Per chiudere intorno a queste considerazioni dobbiamo trattare dei triangoli brocardiani derivati dei vari ordini. Unendo gli estremi del lato principale di un triangolo brocardiano ortogonale dopp. principale d'ordine m con un estremo del lato principale del triangolo brocardiano ortogonale dopp. princ. di ordine $m-1$ *otteniamo il triangolo brocardiano derivato dopp. princ. d'ordine m di un triangolo fondamentale* ABC.

Noi calcoleremo i lati e l'area di un triangolo broc. deriv. dopp. princ. d'ordine m.

Indichiamo con P_{m1}, P_{m2}, P_{m3} i tre triangoli suddetti e talvolta questi simboli rappresenteranno l'area, con u_{m1}, u_{m2}; e_{m1}, e_{m2}; q_{m1}, q_{m2} le coppie dei loro lati diversi dai lati principali, dei quali si è calcolata già la formula corrispondente. Rammentiamoci delle formule [x, § II] e scriviamo anzitutto le formule ricorrenti

$$u_{m1} = \frac{1}{2}\, x_{(m-1)1}\,\mathrm{cosec}\,\gamma\ ,\quad u_{m2} = \frac{1}{2}\, x_{(m-1)1}\,\mathrm{cosec}\,\beta\ ;$$

$$e_{m1} = \frac{1}{2}\, y_{(m-1)1}\,\mathrm{cosec}\,\alpha\ ,\quad e_{m2} = \frac{1}{2}\, y_{(m-1)1}\,\mathrm{cosec}\,\gamma$$

$$q_{m1} = \frac{1}{2}\, z_{(m-1)1}\,\mathrm{cosec}\,\beta\ ,\quad q_{m2} = \frac{1}{2}\, z_{(m-1)1}\,\mathrm{cosec}\,\alpha\ .$$

Ora se ci ricordiamo delle [λ] noi avremo:

$$u_{m1} = \frac{1}{2^m}\,(\mathrm{ctg}\,\beta - \mathrm{ctg}\,\gamma)^{m-1}\, a\,\mathrm{cosec}\,\gamma\ ,$$

$$u_{m2} = \frac{1}{2^m}\,(\mathrm{ctg}\,\beta - \mathrm{ctg}\,\gamma)^{m-1}\, a\,\mathrm{cosec}\,\beta\ ,$$

$$e_{m1} = \frac{1}{2^m} (\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^{m-1}\, b \operatorname{cosec}\alpha \ ,$$

$$e_{m2} = \frac{1}{2^m} (\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^{m-1}\, b \operatorname{cosec}\gamma \ , \qquad [\lambda_2]$$

$$q_{m1} = \frac{1}{2^m} (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^{m-1}\, c \operatorname{cosec}\beta$$

$$q_{m2} = \frac{1}{2^m} (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^{m-1}\, c \operatorname{cosec}\alpha$$

Queste formule caratteristiche sono la generalizzazione delle formule [x, § II].

Ci resta a dare le formule per le aree. Ricordiamo per ciò le [a, § II] dove sono le formule di P_1, P_2, P_3. Avremo le relazioni ricorrenti:

$$P_{m1} = \frac{1}{8} [x_{(m-1)1}]^2 (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma) \ ,$$

$$P_{m2} = \frac{1}{8} [y_{(m-1)1}]^2 (\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma) \ ,$$

$$P_{m3} = \frac{1}{8} [z_{(m-1)1}]^2 (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha) \ .$$

In base alle formule [λ] ne concludiamo le seguenti:

$$P_{m1} = \frac{1}{2^{2m+1}} (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^{2m-1}\, a^2$$

$$[\lambda_3] \quad P_{m2} = \frac{1}{2^{2m+1}} (\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^{2m-1}\, b^2$$

$$P_{m3} = \frac{1}{2^{2m+1}} (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^{2m-1}\, c^2$$

Queste formule che sono una generalizzazione delle formule [x, § II] sono rimarchevoli. Ancora dobbiamo stabilire le somme $\sum_1^\infty P_{m1}$, $\sum_1^\infty P_{m2}$, ΣP_{m3}.

Abbiamo evidentemente le formule:

$$\sum_1^\infty P_{m1} = \frac{1}{2} \frac{\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma}{4 - (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^2}\, a^2 \ ,$$

$$\sum_1^\infty P_{m2} = \frac{1}{2} \frac{\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma}{4 - (\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma)^2}\, b^2 \ , \quad \sum_1^\infty P_{m3} = \frac{1}{2} \frac{\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha}{4 - (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^2}\, c^2 \ . \qquad [\lambda_4]$$

Dalle $[\omega]$ e $[\lambda_u]$ segue $\frac{1}{2}(\Sigma G_{m_1} : \Sigma P_{m_1}) = \frac{\Delta}{a^2}(\mathrm{ctg}\beta - \mathrm{ctg}\gamma)$,

$$\frac{1}{2}(\Sigma G_{m2} : \Sigma P_{m2}) = \frac{\Delta}{b^2}(\mathrm{ctg}\alpha - \mathrm{ctg}\gamma),$$

$$\frac{1}{2}(\Sigma G_{m3} : \Sigma P_{m3}) = \frac{\Delta}{c^2}(\mathrm{ctg}\beta - \mathrm{ctg}\gamma)$$

mentre dalle $[\lambda_1][\lambda_1]$, $[\lambda_2]$, $[\lambda_3]$, potrebbero emergere varie altre relazioni esprimenti legami tra elementi dei triangoli che abbiamo considerato.

Area dei triangoli exinscritti di broc. ort. e deriv. dopp. princ. d'ordine m.

Se noi diamo uno sguardo alle formule di E_1, E_2, E_3, ecc. del § III e teniamo presenti le $[\lambda]$ possiamo subito determinare le formule che esprimono le aree dei triangoli exinscritti dei triangoli brocardiani ortog. e derivati dopp. princ. d'ordine m. Non c'è che ad eseguire materialmente i calcoli, così che noi ce li risparmieremo addirittura dal trascriverle qui sotto.

§ V. — **Qualche considerazione geometrica.**

Contemplando poco la figura qui annessa si riconosce che le rette che uniscono il circoncentro O del triangolo fondamentale ABC ai vertici di questo triangolo, le rette AO, BO, CO passano rispettivamente pei punti M, N, P vertici dei triangoli brocardiani ortogonali. E si comprende che la costruzione di questi triangoli può essere interpretata diversamente. Determinando i punti M, N, P riesce poi facile determinare O senza servirsi delle perpendicolari ai lati nei punti medi di ABC. Osserviamo, inoltre, che l'esagono APBMCN è inscritto nel circoncerchio di ABC e per la proprietà or ora detta i suoi vertici sono sugli estremi di tre corde concorrenti (nel circoncentro di ABC). Esso è quindi uno degli esagoni da noi considerati nel nostro lavoro dal titolo « *Sugli esagoni inscrittibili aventi i vertici sugli estremi di tre corde concorrenti* » publicato in [*Rivista di Mat. Fisica, Scienz. Nat.*, a. XI, n. 130, 1910], epperciò hanno luogo le proprietà seguenti sulla concorrenza di terne di rette. Dei triangoli BCM, CAN, ABP determiniamone alcuni punti notevoli. Avremo che le rette Ax, By, Cz

sono concorrenti quando x, y, z sono di quei triangoli e rispettivamente i baricentri, incentri, ortocentri, centri isogoni, punti di Lemoine, di Nagel. Basta con queste considerazioni geometriche.

La configurazione che abbiamo studiato in questo lavoro è a dir vero caratteristica e degna di speciale importanza; noi abbiamo indagato una serie di notevoli espressioni degli elementi del triangolo fondamentale con cui vari enti rimarchevoli vengono caratterizzati e l'espressione dell'angolo brocardiano ω ha assunto qui varie forme rimarchevolissime. Inoltre le configurazioni dei triangoli dei vari ordini, i cui elementi vengono rappresentati da caratteristiche funzioni degli elementi di ABC, caratterizzandone il significato; costituiscono un fatto geometrico curioso e nel tempo istesso importante. In conclusione ci sembra che l'argomento riferito, da noi studiato, è per riuscire non inutile e perciò ne curiamo la pubblicazione.

Cefalù, 16 Aprile 1911.

Istituto di Patologia generale della R. Università di Pisa
diretto dal **Prof. G. Guarnieri.**

Sui reperti ottenuti nell'ipofisi ed in altri organi glandolari degli animali castrati

Ricerche dei dottori

A. MARRASSINI (*aiuto e libero docente*) E *L. LUCIANI* (*interno*)

(Continuazione e fine).

Nelle cavie operate di resezione ed allacciatura bilaterale del deferente vediamo come con un peso medio corporeo uguale a quello dei controlli si sia avuto un peso medio dell'ipofisi superiore di 2 milligr. Per gli altri organi ora si sono avuti pesi superiori nei soggetti operati, ora negli animali normali.

A noi sembra che la differenza di due milligrammi (corrispondente ad $^1/_6$ del peso dell'ipofisi) a vantaggio dell'organo degli animali operati non costituisca una entità tale da dar fondamento alla conclusione cui vorrebbe giungere il Barnabò (l. c.), tantopiù che il peso minimo di gr. 0,007 è stato presentato dalla ipofisi di una cavia operata, il cui controllo dava una pituitaria di gr. 0,011. È ben vero che la durata dell'esperimento di soli 4 giorni può togliere valore al risultato per quel che riguarda possibili modificazioni legate alla operazione eseguita, ma rimane tuttavia il fatto, in sè stesso eloquente esempio del grado ampio, che possono raggiungere le differenze individuali circa il peso di un dato organo. E tale osservazione acquista tanto maggior valore, in quanto se nel caso attuale è necessario interpretare come differenza puramente acciden-

Tavola dei pesi dei varii organi delle cavie negli esperimenti di allacciatura e resezione bilaterale del deferente.

N. d'ordine delle coppie		Peso del corpo in gr.	Peso del fegato in gr.		Peso del cervello in gr.	Peso dei reni in gr.		Peso del cuore in gr.	Peso delle capsule surrenali in gr.		Peso della milza in gr.		Peso dell'ipofisi in gr.		Durata dell'esperimento in giorni	OSSERVAZIONI
			Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		Totale	Per 100 gr. del peso del corpo	Totale	Per 100 gr. del peso del corpo	Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		
I.	normale	280	14.830	5,296	4,180	4,300	1,536	1,485	0,550	0,196	0,242	0,086	0,011	0,0039		
	operata	300	15,300	5,100	3,880	3,880	1,293	1,480	0,300	0,100	0,320	0,107	0,007	0,0023	4	
II.	normale	300	12,550	4,482	3,325	2,790	0,996	1,120	0,180	0,064	0,510	0,182	0,009	0,0032		
	operata	350	9,910	2,831	3,860	4,635	1,325	1,675	0,242	0,069	0,900	0,257	0,014	0,0040	30	
III.	normale	500	19,000	3,800	3,530	4,560	0,912	1,830	0,315	0,063	0,750	0,150	0,011	0,0022		
	operata	430	8,850	2,059	3,750	3,810	0,886	1,110	0,360	0,083	0,270	0,062	0,015	0,0034	40	Animali adulti

Riassunto dei pesi dei varî organi delle cavie negli esperimenti di allacciatura e resezione bilaterale del condotto deferente [1].

Peso del corpo delle cavie normali	medio gr. 360 massimo gr. 500 minimo gr. 280	Peso del corpo delle cavie operate	medio gr. 360 massimo gr. 430 minimo gr. 300
Peso del fegato delle cavie normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 4,526 (15,460) massimo gr. 5,296 (19,00) minimo gr. 3,800 (12,550)	Peso del fegato delle cavie operate 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 3,330 (11,353) massimo gr. 5,100 (15,300) minimo gr. 2,059 (8,850)
Peso dei reni delle cavie normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 1,148 (3,883) massimo gr. 1,536 (4,560) minimo gr. 0,912 (2,790)	Peso dei reni delle cavie operate 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 1,168 (4,108) massimo gr. 1,325 (4,635) minimo gr. 0,886 (3,810)
Peso del cuore delle cavie normali	medio gr. 1.478 massimo gr. 1,830 minimo gr. 1,120	Peso del cuore delle cavie operate	medio gr. 1,421 massimo gr. 1,675 minimo gr. 1,110
Peso della milza delle cavie normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,139 (0,501) massimo gr. 0,182 (0,750) minimo gr. 0,086 (0,242)	Peso della milza delle cavie operate 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,142 (0,497) massimo gr. 0,257 (0,900) minimo gr. 0,062 (0,270)
Peso delle capsule surrenali delle cavie normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,108 (0,348) massimo gr. 0,196 (0,550) minimo gr. 0,063 (0,180)	Peso delle capsule surrenali delle cavie operate 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,084 (0,301) massimo gr. 0,100 (0,360) minimo gr. 0,069 (0,242)
Peso dell'ipofisi delle cavie normali 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,0031 (0,010) massimo gr. 0,0039 (0,011) minimo gr. 0,0022 (0,009)	Peso dell'ipofisi delle cavie operate 0/0 gr. del peso del corpo.	medio gr. 0,0032 (0,012) massimo gr. 0,0040 (0,015) minimo gr. 0,0023 (0,007)
Peso del cervello delle cavie normali	medio gr. 3,678 massimo gr. 4,180 minimo gr. 3,750	Peso del cervello delle cavie operate	medio gr. 3,830 massimo gr. 3,880 minimo gr. 3,750

(1) I numeri fra parentesi rappresentano i valori dei pesi assoluti.

Tavola dei pesi dei varii organi delle cavie negli esperimenti di allacciatura e resezione del deferente da un lato e contemporanea orchiectomia dall'altro.

N. d'ordine delle coppie		Peso del corpo in gr.	Peso del fegato in gr.		Peso del cervello in gr.	Peso dei reni in gr.		Peso della milza in gr.		Peso del cuore in gr.	Peso delle capsule surrenali in gr.		Peso della ipofisi in gr.		Durata dell'esperimento in giorni	OSSERVAZIONI
			Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		Totale	Per 100 gr. del peso del corpo	Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		Totale	Per 100 gr. del peso del corpo	Totale	Per 100 gr. del peso del corpo		
I.	normale	500	19	3,80	3,530	4,560	0,912	0,750	0,150	1,830	0,315	0,063	0,011	0,0022		Animali adulti
	operata	450	17	3,77	3,810	4,960	1,102	0,425	0,094	1,380	0,322	0,072	0,012	0,0027	30	
II.	normale	510	17	3,33	3,700	3,810	0,747	0,560	0,109	1,820	0,310	0,061	0,015	0,0029		Animali adulti
	operata	550	23	4,19	3,940	5,805	1,055	0,640	0,116	1,960	0,365	0,066	0,014	0,0025	7	
III.	normale	510	17	3,33	3,700	3,810	0,747	0,560	0,109	1,820	0,310	0,061	0,015	0,0029		Animali adulti
	operata	580	16	2,76	4,000	5,665	0,976	0,490	0,084	2,040	0,430	0,074	0,013	0,0022	45	

Riassunto dei pesi dei varï organi delle cavie negli esperimenti di allacciatura e resezione del deferente da un lato con orchiectomia dal lato opposto [1].

Peso del corpo delle cavie normali	medio gr. 507 massimo gr. 510 minimo gr. 500	Peso del corpo delle cavie operate	medio gr. 527 massimo gr. 580 minimo gr. 450
Peso del fegato delle cavie normali, 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 3,49 (17,666) massimo gr. 3,80 (19,000) minimo gr. 3,33 (17,000)	Peso del fegato delle cavie operate 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 3,57 (18;666) massimo gr. 4,19 (23,000) minimo gr. 2,76 (16,000)
Peso dei reni delle cavie normali, 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,802 (4,060) massimo gr. 0,912 (4,560) minimo gr. 0,747 (3,810)	Peso dei reni delle cavie operate 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 1,044 (5,476) massimo gr. 1,102 (5,805) minimo gr. 0,976 (4,960)
Peso del cuore delle cavie normali	medio gr. 1,823 massimo gr. 1,830 minimo gr. 1,820	Peso del cuore delle cavie operate	medio gr. 1,793 massimo gr. 2,040 minimo gr. 1,380
Peso della milza delle cavie normali, 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,123 (0,623) massimo gr. 0,150 (0,750) minimo gr. 0,109 (0,560)	Peso della milza delle cavie operate 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,098 (0,518) massimo gr. 0,116 (0,640) minimo gr. 0,084 (0,425)
Peso delle capsule surrenali delle cavie normali, 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,062 (0,312) massimo gr. 0,063 (0,315) minimo gr. 0,061 (0,310)	Peso delle capsule surrenali delle cavie operate 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,071 (0,372) massimo gr. 0,074 (0,430) minimo gr. 0,066 (0,322)
Peso dell'ipofisi delle cavie normali, 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,0027 (0,0136) massimo gr. 0,0029 (0,015) minimo gr. 0,0022 (0,011)	Peso dell'ipofisi delle cavie operate 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,0025 (0,013) massimo gr. 0,0027 (0,014) minimo gr. 0,0022 (0,012)
Peso del cervello delle cavie normali	medio gr. 3,643 massimo gr. 3,700 minimo gr. 3,530	Peso del cervello delle cavie operate	medio gr. 3,917 massimo gr. 4,000 minimo gr. 3,810

(1) I numeri fra parentesi rappresentano i valori dei pesi assoluti.

tale quella di $^2/_5$ circa del peso dell'ipofisi in rapporto al peso del corpo, non si può escludere che lo stesso significato possano avere anche le altre differenze inverse che di quelle sono sempre state minori.

Nelle cavie operate di allacciatura e resezione del deferente da un lato e di orchiectomia dal lato opposto il peso medio delle ipofisi è risultato leggermente inferiore a quello relativo dei controlli; ma di una quantità così piccola (gr. 0,0006) da potersi ritenere certamente trascurabile, dopo quanto abbiamo detto più sopra. E notisi che se si eccettua la milza tutti gli altri organi si sono mostrati in generale più pesanti nelle cavie operate che nei controlli.

Considerando singolarmente le tre coppie di animali apparisce degno di nota l'altro fatto, che il peso massimo raggiunto dalla ipofisi delle cavie operate si è avuto precisamente nella cavia II, sacrificata soli 7 giorni dopo l'operazione, mentre vediamo nella coppia III, dopo 45 giorni, l'ipofisi dell'animale operato pesare gr. 0,013 di fronte a gr. 0,015 ottenuti nel controllo.

E veniamo ai risultati dell'esame microscopico. Per la struttura dell'ipofisi delle cavie normali non si sono avute differenze da quanto esponemmo a proposito dei controlli alle esperienze di castrazione.

***

Esame microscopico delle ipofisi di cavie sottoposte all'allacciatura e resezione bilaterale del deferente.

I. (durata dell'esperimento, 4 giorni). — I vasi sanguigni sono assai ampï. Ai margini delle sezioni esistono cellule eosinofile non molto abbondanti, mentre vi predominano gli elementi degli altri tipi, e specialmente quelli di aspetto epatico. Le zone più centrali delle sezioni sono costituite quasi completamente da elementi cromofobi, ai quali si trovano frammisti in discreta quantitá quelli di aspetto epatico, ed in scarsissimo numero anche quelli eosinofili. In molte sezioni i vasi sono così ampï e ripieni di sangue, che a piccolo ingrandimento il campo vascolare predomina di molto sul campo parenchimale.

II. (durata dell'esperimento, 30 giorni). — Vasi sanguigni assai ampi, ma molto meno che nel caso I. I margini delle sezioni contengono elementi eosinofili in quantità scarsa; vi si trovano invece abbondantissimi gli elementi di aspetto epatico. Gli spazi centrali delle sezioni hanno lo stesso aspetto descritto anche nel caso precedente.

III. (durata dell'esperimento, 40 giorni). — Vascolarizzazione discretamente pronunziata. I margini delle sezioni presentano abbondanti cellule eosinofile, le quali predominano notevolmente sulle cellule degli altri tipi, scarsamente rappresentati. Anche le zone centrali di alcune sezioni contengono molte cellule eosinofile, le quali si trovano frammiste agli elementi degli altri tipi, fra cui predominano quelli cromofobi. In altre sezioni però le cellule eosinofile nelle zone centrali sono molto meno numerose. La disposizione dei singoli elementi in questo caso, come nei precedenti, non offre nulla di caratteristico, che la differenzî da quanto si è veduto in condizioni normali.

***

Esame microscopico delle ipofisi di cavie sottoposte alla allacciatura e resezione del deferente da un lato con contemporanea orchiettomia dal lato opposto.

I. (durata dell'esperimento, 30 giorni). — Vasi sanguigni appena appariscenti. I margini delle sezioni mostrano una zona molto ampia, in cui anche a piccolo ingrandimento si vedono molte cellule eosinofile, che prodominano spiccatamente su quelle degli altri tipi. Nelle zone centrali si vede discreta quantità di cellule eosinofile, ma gli elementi degli altri tipi sono in forte prevalenza. Su alcune rare sezioni la vascolarizzazione è un po' più evidente.

II. (durata dell'esperimento, 7 giorni). — Vasi sanguigni poco appariscenti. A piccolo ingrandimento si vedono nella massima parte delle sezioni vaste zone intensamente colorate in rosso per abbondanti cellule eosinofile, le quali specialmente ai margini formano uno stato assai spesso e continuo: anche nelle zone centrali però dette cellule non si mostrano in quantità molto inferiore a quella degli altri tipi cellulari; soltanto

in rare sezioni le zone centrali sono costituite prevalentemente da cellule cromofobe con rari elementi cianofili e rarissimi eosinofili. Altre sezioni poi in tutta la loro estensione si mostrano costituite quasi esclusivamente da cellule del tipo eosinofilo.

III. (durata dell'esperimento, 45 giorni). — Vasi sanguigni pochissimo evidenti. Se si eccettuano rari elementi eosinofili specialmente ai margini delle sezioni, dove sono frammisti a quelli degli altri tipi in modo più o meno irregolare, quasi tutto il rimanente delle varie zone delle sezioni mostra rarissime cellule eosinofile.

***

Dopo le considerazioni fatte pei risultati delle serie precedenti di ricerche, non ci sembra doverci dilungare in ripetizioni inutili, per ammettere verosimilmente che *anche la resezione ed allacciatura bilaterale dei deferenti*, e *la resezione ed allacciatura del deferente da un lato con contemporanea orchiectomia dall'altro non determinano sulla struttura dell'ipofisi delle cavie costanti apprezzabili modificazioni.*

***

Esperimenti sui polli.

I resultati degli esperimenti e delle ricerche condotte su questa serie di animali sono stati riuniti in tabelle, delle quali la prima riporta 12 coppie di animali allevati da noi, in cui il controllo corrispondeva perfettamente a quello operato. I capponi delle prime 6 coppie furono da noi castrati e tenuti in pollaio in campagna; alcuni di essi furono operati senza alcuna cautela asettica, come soglion fare i comuni allevatori; gli altri furono da noi operati in gran parte colla più rigorosa asepsi, e tenuti in stia ed allo stesso regime dietetico. Gli animali della II tavola riguardano alcuni capponi provenienti dallo stesso pollaio donde erano provenute le prime 6 coppie, ma castrati per mano dell'allevatore.

***

Coppia I. — Animali nati il 3 giugno 1909. Il 19 settembre se ne castra uno, lasciandogli gli organi erettili del capo. Durante la operazione si ha cura della migliore asepsi. Gli organi erettili del capo durante il periodo di osservazione impallidiscono, si atrofizzano gradatamente e scompaiono quasi del tutto, e l'animale assume completo l'aspetto esteriore del cappone. Si uccidono ambedue il 31 dec. 1909. Il gallo si presenta privo di grasso, che invece è assai bene sviluppato nel cappone. In questo si hanno multiple e lasse aderenze tra le anse intestinali. La necroscopia mostra la castrazione completa. Per i pesi degli organi presi in esame, vedi la tavola apposita.

Esame microscopico dell'ipofisi. — a) *Gallo.* — I vasi si presentano ampii e pieni di sangue. Le cellule eosinofile, che in alcune zone sono completamente assenti, in altre sono numerosissime ed ora in gruppetti, ora irregolarmente disseminate, ora da sole o miste ad altri elementi ordinate intorno a piccoli spazi ripieni di sostanza eosinofila o cianofila, ora scaglionate lungo i capillari sanguigni. Nelle regioni dove abbondano le cellule ecsinofile giungono ad uguagliare per quantità le cellule cianofile; però nella totalità della sezione appare evidente come le cellule eosinofile siano in quantità molto inferiore alle altre, poichè in più di metà della sezione stessa non se ne vedono quasi affatto. Le cellule eosinofile sono abbastanza grandi, presentano una forma più o meno irregolarmente ovalare, con nucleo ora centrale ora eccentrico, con protoplasma finissimamente granuloso ed uniformemente colorato dalla eosina. Le cellule cianofile e le cromofobe hanno l'aspetto e la disposizione comunemente descritte anche dagli altri autori.

b) *Cappone.* — Il sistema vascolare sanguigno nella massima parte delle sezioni è poco appariscente; in altre rare sezioni i vasi appaiono più ampï. Molte sezioni appaiono costituite quasi esclusivamente da cellule colorate colla ematossilina, con protoplasma abbondante, finamente granuloso, e soltanto qua e là esistono rare cellule eosinofile. In queste sezioni oltre le cellule eosinofile, simili a quelle descritte nel gallo, ne esi-

Tavola dei pesi dei varï organi dei p

Numero delle coppie		Peso del corpo in gr.	Peso del fegato in gr. totale	Peso del fegato in gr. 0/0 gr. del peso del corpo	Peso dei reni in gr. totale	Peso dei reni in gr. 0/0 gr. del peso del corpo	Peso della milza in gr. totale	Peso della milza in gr. 0/0 gr. del peso del corpo	Peso del cuore in gr.	Peso delle Tiroidi in gr. totale	Peso delle Tiroidi in gr. 0/0 gr. del peso del corpo	Peso delle capsule surrenali in gr. totale	Peso delle capsule surrenali in gr. 0/0 gr. del peso del corpo	Peso testic in g all'atto della castrazione
I.	Gallo	1550	40	2,58			1,345	0,087	9,140					—
	Cappone	1440	37	2,57			1,900	0,132	6,470					3,875
II.	Gallo	1100	30	2,73			1,370	0,125	5,050					—
	Cappone	1100	34	3,09			2,550	0,232	5,670					3,270
III.	Gallo	1550	48	3,10			2,400	0,155	11,000					—
	Cappone	1850	34	1,84	6,380	0,34	2,330	0,126	9,000					7,080
IV.	Gallo	1300	38	2,92	4,940	0,38	1,350	0,104	9,000					—
	Cappone	1300	32	2,46	7,050	0,54	2,230	0,172	6,500					21,350
V.	Gallo	810	45	5,55			1,535	0,189	7,320					—
	Cappone	1160	42	3,62			2,875	0,248	6,600					8,520
VI.	Gallo	850	25	2,94	3,500	0,41	1,100	0,129	5,350					—
	Cappone	1500	42	2,80	4,850	0,32	2,320	0,155	6,300					4,315
VII.	Gallo	750	22	2,93	6,820	0,91	0,920	0,123	3,680	0,615	0,082	0,110	0,015	—
	Cappone A	800	22	2,75	6,130	0,77	1,190	0,149	3,740	poco evidenti		0,125	0,016	5,700
	Cappone B	650	25	3,84	5,280	0,81	1,660	0,255	3,335	piccolissime		0,120	0,018	4,450
VIII.	Gallo	1000	21	2,10	8,010	0,80	0,920	0,092	4,480	0,052	0,005	0,100	0,010	—
	Cappone A	680	16	2,35	4,690	0,69	0,700	0,103	3,620	0,080	0,012	0,118	0,017	4,400
	Cappone B	680	18	2,64	4,440	0,65	1,070	0,157	3,480	0,064	0,009	0,110	0,016	3,750
IX.	Gallo	800	26	3,25	5,650	0,71	0,650	0,081	3,850	0,042	0,005	0,087	0,011	—
	Cappone	820	31	3,78	6,080	0,74	0,920	0,112	4,070	0,090	0,011	0,060	0,007	2,540
X.	Gallo	1325	32	2,42	7,800	0,59	1,770	0,134	6,490	0,145	0,011	0,125	0,009	
	Cappone	920	28	3,04	6,590	0,72	1,680	0,183	4,530	0,190	0,021	0,090	0,010	1,950
XI.	Gallo	1470	26	1,77	8,880	0,60	1,840	0,125	8,770	0,217	0,015	0,180	0,012	
	Cappone	1200	31	2,58	11,370	0,95	2,190	0,182	6,410	0,105	0,009	0,130	0,011	7,050
XII.	Gallo	1600	44	2,75	7,840	0,49	1,440	0,090	7,670	0,220	0,014	0,135	0,008	
	Cappone	950	19	2,00	6,250	0,66	1,075	0,113	4,590	0,070	0,007	0,105	0,011	0,900

rati personalmente, e dei relativi controlli.

del reas gr.	Peso del cervello in gr.	Peso dell' ipofisi in gr.			Età all' epoca della castrazione in giorni	Durata dell' esperimento in giorni	Età all' epoca della morte in giorni	OSSERVAZIONI
0/0 gr. del peso del corpo		totale	0/0 gr. del peso del corpo	0/0 gr. del peso del cervello				
	3,030	0,010	0,00065	0,33			208	
	3,360	0,013	0,0009	0,39	108	100	208	Assai grasso. Organi erettili del capo atrofici. Asepsi rigorosa durante la castrazione.
	3,430	0,010	0,00091	0,29			180	Presenta un testicolo più grande con 2 appendici più piccole da un lato, e tre piccoli noduli testicolari dall'altro.
	3,720	0,008	0,00073	0,22	124	56	180	Cresta rimasta come il giorno dell'operazione. Grasso scarsissimo.
	3,340	0,011	0,00071	0,33			240	
	3,390	0,022	0,00119	0,65	180	60	240	Non molto grasso. Organi erettili del capo come nel gallo. L'animale tenta la copula colle galline.
	3,040	0,007	0,00054	0,23			247	Accanto ad un testicolo se ne trova un terzo più piccolo.
	2,980	0,018	0,00139	0,60	157	90	247	Asepsi trascurata. Assai grasso. Organi erettili del capo atrofici.
	3,000	0,008	0,00099	0,27			210	
	3,480	0,018	0,00155	0,52	170	40	210	Non molto grasso. Asepsi trascurata.
	3,020	0,013	0,00152	0,43			210	Molto magro e malandato.
	3,410	0,022	0,00167	0,65	160	50	210	Assai grasso. Organi erettili del capo atrofici.
),317	3,250	0,010	0,00133	0,31			120	
),363	3,050	0,009	0,00112	0,30	70	50	120	Quasi assente il grasso. Organi erettili del capo scarsamente atrofizzati.
),286	3,130	0,0088	0,00120	0,28	70	62	132	Assenza di adipe. Animale denutrito.
),277	3,210	0,0121	0,00121	0,38			137	
),310	3,040	0,0087	0,00113	0,25	71	66	137	Non si distingue da un gallo. Grasso quasi assente.
),391	2,870	0,0096	0,00141	0,33	71	66	137	All'atto della operazione un testicolo non si trova, l'altro si stacca e si perde nell'addome. Asepsi trascurata. Organi erettili del capo scarsamente atrofici, scarso adipe.
),319	3,090	0,006	0,00075	0,19			153	
),284	3,210	0,010	0,00122	0,31	128	25	153	All'atto della operazione un testicolo staccato si perde nell'addome, l'altro si spappola. Adipe scarsissimo. Organi erettili del capo assai pallidi e atrofici.
),236	3,170	0,0142	0,00107	0,45			187	Adipe discretamente abbondante.
),277	2,940	0,0136	0,00148	0,46	68	119	187	Organi erettili del capo estremamente atrofizzati. Adipe scarso.
),189	3,620	0,0165	0,00112	0,46			233	
),177	3,650	0,034	0,00283	0,93	98	135	233	Si uccide perchè malandato si teme che muoia. Org. eret. del capo quasi scomparsi. Ader. del feg. colle anse intest.
189	3,060	0,0096	0,00060	0,31			220	Stasi biliare. Org. eret. del capo quasi scomparsi. Grasso discretamente sviluppato.
299	3,300	0,0095	,000100	0.29	68	152	220	Adipe assente. Org. erettili del capo leggermente pallidi.

Riassunto dei pesi dei varî organi

degli animali delle XII coppie di esperimenti sui polli.

Peso del corpo dei galli	medio gr. 1175,50	massimo gr. 1600	minimo gr. 750	Peso del corpo dei capponi	medio gr. 1075	massimo gr. 1850	minimo gr. 650
Peso del fegato dei galli 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 2,92	massimo gr. 5,55	minimo gr. 1,77	Peso del fegato dei capponi 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 2,81	massimo gr. 3,84	minimo gr. 1,84
Peso dei reni dei galli 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr, 0,59	massimo gr. 0,91	minimo gr. 0,19	peso dei reni dei capponi 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,65	massimo gr. 0,95	minimo gr. 0,32
Peso della milza dei galli 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,119	massimo gr. 0,189	minimo gr. 0,087	Peso della milza dei capponi 0/0 gr. del peso del corpo	medio gr. 0,166	massimo gr. 0,255	minimo gr. 0,103
Peso del cuore dei galli	medio gr. 7,650	massimo gr. 11,000	minimo gr. 3,680	Peso del cuore dei capponi	medio gr. 5,308	massimo gr. 9,000	minimo gr. 3,480
Peso delle tiroidi dei galli	medio gr. 0,215	massimo gr. 0,615	minimo gr. 0,042	Peso delle tiroidi dei capponi	medio gr. 0,100	massimo gr. 0,190	minimo gr. 0,064
Peso delle capsule surrenali dei galli	medio gr. 0,128	massimo gr. 0,180	minimo gr. 0,087	Peso delle capsule surrenali dei capponi	medio gr. 0,107	massimo gr. 0,130	minimo gr. 0,060
Peso del pancreas dei galli	medio gr. 2,772	massimo gr 3,130	minimo gr. 2,380	Peso del pancreas dei capponi	medio gr. 2,421	massimo gr. 2,900	minimo gr. 1,860
Peso dell' ipofisi negli esperimenti di castrazione completa — Controlli	medio gr. 0,0109	massimo gr. 0,0165	minimo gr. 0,070	Peso dell' ipofisi negli esperimenti di castrazione incompleta — Controlli	medio gr. 0,0104	massimo gr. 0,0142	minimo gr. 0,0060
Peso dell' ipofisi negli esperimenti di castrazione completa — Capponi	medio gr. 0,0210	massimo gr. 0,0340	minimo gr. 0,0130	Peso dell' ipofisi negli esperimenti di castrazione incompleta — Capponi	medio gr. 0,0109	massimo gr. 0,0220	minimo gr. 0,0077

Tavola dei pesi dei varii organi dei polli castrati per mano dell' allevatore.

Numero d'ordine	Peso del corpo in gr.	Peso del fegato in gr.		Peso della milza in gr.		Peso del cuore in gr.	Peso dei residui testicolari in gr.	Peso del cervello in gr.	Peso dell' ipofisi in gr.		Età all'epoca della castrazione, in giorni	Durata dell' esperimento in giorni	Età all' epoca della morte, in giorni	OSSERVAZIONI
		Totale	Per 100 gr. del peso del corpo	Totale	Per 100 gr. del peso del corpo				Totale	Per 100 gr. del peso del corpo				
1	1300	32	2,46	1,800	0,140	6,000	5,100	3,110	0,017	0,00131	120	150	270	Organi erettili del capo tagliati contemporaneamente alla castrazione.
2	1500	37	2,47	3,220	0,215	6,090	—	2,830	0,022	0,00147	110	180	290	Castrazione completa. Organi erettili del capo atrofizzati spontaneamente dopo la castrazione.
3	1500	34	2,27	2,400	0,160	6,150	—	3,280	0,021	0,00140	125	180	305	Castrazione perfetta. Organi erettili tagliati all'epoca della castrazione.
4	1650	34	2,06	2,045	0,124	7,600	0,445	3,600	0,010	0,00061	140	190	330	Organi erettili del capo tagliati all' epoca della castrazione.
5	1780	41	2,30	3,250	0,183	5,740	—	4,095	0,014	0,00079	135	170	305	Come il N. 2.
6	1850	38	2,05	2,190	0,118	9,800	—	3,550	0,014	0,00076	125	180	305	Come il N. 3.
7	1890	37	1,96	3,200	0,164	8,500	0,370	3,525	0,016	0,00085	125	190	315	Come il N. 4.
8	1940	31	1,60	2,610	0,134	7,480	0,280	3,750	0,021	0,00108	130	160	290	Come il N. 4.
9	2195	37	1,69	2,500	0,114	7,000	—	3,420	0,025	0,00113	150	150	300	Come il N. 3.
10	1695	33	1,05	2,410	0,142	7,345	0,760	3,170	0,018	0,00106	210	55	265	Sviluppo straordinario degli org. erettili del capo. L'anim. non si distingue affatto dal gallo della coppia V (vedi tavola prec.) di cui è fratello.
11	1800	36	2,00	2,720	0,151	6,940	—	3,410	0,017	0,00094	160	75	235	Come il N. 2.

Riassunto dei varî pesi degli organi degli animali castrati per mano dell'allevatore.

Peso del corpo		medio gr. 1736 massimo gr. 2195 minimo gr. 1300
Peso del fegato 0/0 gr. del peso del corpo	animali castrati perfettamente	medio gr. 2,13 massimo gr. 2,47 minimo gr. 1,69
	animali castrati imperfettamente	medio gr. 2,01 massimo gr. 2,46 minimo gr. 1,60
Peso della milza 0/0 gr. del peso del corpo	animali castrati perfettamente	medio gr. 0,157 massimo gr. 0,215 minimo gr. 0,114
	animali castrati imperfettamente	medio gr. 0,141 massimo gr. 0,164 minimo gr. 0,124
Peso del cuore	animali castrati perfettamente	medio gr. 6,956 massimo gr. 9,800 minimo gr. 5,740
	animali castrati imperfettamente	medio gr. 7,345 massimo gr. 8,500 minimo gr. 6,000
Peso dell'ipofisi 0/0 gr. del peso del corpo	animali castrati perfettamente	medio gr. 0,00108 massimo gr. 0,00147 minimo gr. 0,00076
	animali castrati imperfettamente	medio gr 0,00098 massimo gr. 0,00131 minimo gr. 0,00061

stono anche altre rare, grandi, con protoplasma abbondante, finamente granuloso, colorato fondamentalmente dalla ematossilina, ma contenente numerose sferule e globuli eosinofili di vario volume. Se noi esaminiamo attentamente questi elementi là dove essi sono più numerosi, come ci è dato osservare in altre sezioni, ci appare come alcuni di essi si trovino molto simili alle cellule cianofile, dalle quali si differenziano solo per la presenza di alcuni globuletti eosinofili, mentre altre si confondono quasi colle cellule eosinofile, simili a quelle descritte nel gallo, dalle quali si differenziano unicamente per la tendenza della sostanza eosinofila a raccogliersi in ammassi. Tra questi due tipi estremi degli elementi testè descritti esistono tutte le altre forme intermedie, le quali fanno pensare molto verosimilmente ad una possibile trasformazione degli elementi cianofili in eosinofili, e di questi in quelli dopo la eliminazione della sostanza eosinofila. Sebbene in alcune sezioni, come abbiamo detto, le cellule eosinofile siano più abbondanti che in altre, tuttavia esse sono in numero di gran lunga inferiore a quello delle cellule degli altri tipi, tra i quali predominano quelli di aspetto epatico simili a quelli descritti da Cimoroni negli animali stiroidati. Le cellule cromofobe sono rarissime e quasi assenti in tutte le sezioni. In nessuno degli elementi ipofisarï ci è dato vedere figure di divisione. A forte ingrandimento all'interno di alcuni dei vasi sanguigni più ampi insieme ai corpuscoli rossi si vede una discreta quantità di sostanza cianofila e di sostanza eosinofila.

Coppia II. — Animali nati il 29 agosto 1909. Il 31 decembre 1909 colla più scrupolosa asepsi si tenta la castrazione ad uno dei due animali; ma un testicolo si perde nell'addome dopo staccato dalla sua sede, e l'altro non si riesce a staccarlo. Si lascia allora quest'animale come controllo, e si eseguisce la castrazione nell'altro. Il primo non risente affatto dell'operazione ed i suoi caratteri esteriori sono rimasti quelli proprii dei galli; nel secondo invece gli organi erettili del capo non hanno sviluppato più oltre, e sono rimasti nello identico stato in cui si trovavano al momento della castrazione, senza però atrofizzare, e rimanendo soltanto un po' più pallidi di quelli del controllo. Si sacrificano ambedue il 25 febbraio 1910.

L'Animale controllo si presenta privo di adipe, con lasse aderenze diffuse delle anse intestinali. Si trova a destra un testicolo più grande con due appendici più piccole, ed a sinistra tre piccoli noduli testicolari.

Nell'animale castrato si hanno scarse e labili aderenze delle anse intestinali; quantità scarsissima di adipe; presenza di un piccolissimo nodulo nella sede di uno dei testicoli.

Per i pesi dei visceri presi in esame, vedi tabella.

L'esame microscopico dei noduli testicolari del controllo rivela la presenza di tubuli seminiferi in attività spermatogenetica completa.

L'esame microscopico del nodulo rinvenuto nel cappone mostra una struttura prevalentemente fibrosa, con rari tubuli, quali si sogliono osservare nel periodo aspermatico: non si nota presenza di cellule interstiziali.

Esame microscopico dell'ipofisi. — a) *Gallo.* = I capillari in alcune zone di alcune sezioni sono ampï e pieni di sangue; in altre zone appena percettibili. In molte sezioni la zona centrale mostra abbondantissime cellule eosinofile, le quali quivi predominano di gran lunga sugli altri tipi ed hanno l'aspetto di quelle descritte nel gallo della coppia I. Nelle zone periferiche invece gli elementi eosinofili sono quasi assenti, mentre si trovano quasi esclusivamente cellule cianofile. Le cellule cromofobe sono estremamente rare. Dalla osservazione di tutte le sezioni appare evidente come il numero delle cellule eosinofile sia assai inferiore a quello degli altri elementi.

b) *Cappone.* — I capillari in alcune sezioni sono ampï e carichi di emazie; in altre sottili e completamente vuoti; in altre ancora ampï in qualche zona ed appena visibili in qualche altra. Tutte le sezioni si trovano costituite quasi esclusivamente da cellule cianofile, in mezzo alle quali si vedono disseminate qua e là un numero di gran lunga inferiore di cellule eosinofile aventi l'aspetto di quelle descritte nel gallo. Mancano elementi contenenti globuli eosinofili come quelli descritti nel cappone della prima coppia. Qualche cellula eosinofila contiene due nuclei, ma non si vedono tipiche figure di divisione cellulare.

Coppia III. — Animali nati il 20 giugno 1909. Il 17 dicembre senza aver cura dell' asepsi si castra uno dei due animali lasciandogli gli organi erettili del capo, e si tien l'altro per controllo. L'animale castrato non acquista mai i caratteri esteriori del cappone: gli organi erettili del capo continuano ad accrescersi come nel gallo controllo; l'animale continua a cantare, e dopo breve tempo tenta anche di cuoprire le galline. Si uccidono ambedue gli animali il 15 febbraio 1910.

Alla necroscopia il controllo mostra assenza di adipe; l'animale operato invece ne mostra scarsa quantità. In questo poi si hanno multiple aderenze non molto tenaci fra le anse intestinali e fra queste ed il fegato. Nella sede del testicolo destro si trova un piccolo nodulo, che successivamente l'esame microscopico fa riconoscere come un organo testicolare, costituito da vescicole ampie, con spermatogenesi in alcune incompleta, ma nella massima parte completa con presenza di numerosi nemaspermi. Esistono anche cellule interstiziali in discreta quantità.

Per i pesi degli organi presi in esame vedi tabella.

Esame microscopico dell'ipofisi. — a) *Gallo.* — Si è avuto presso a poco lo stesso reperto che nel gallo della coppia prima soltanto i capillari sanguigni in molte parti sono appena appariscenti.

b) *Cappone.* — In qualche sezione i vasi sono discretamente ampî e pieni di sangue; ma nella massima parte hanno le pareti completamente collabite. Alcune sezioni sono costituite quasi esclusivamente da cellule di aspetto epatico; vi si trovano frammisti rari elementi cromofobi, ma nessuna cellula eosinofila. In altre sezioni gli elementi di aspetto epatico suddetti si trovano ordinati intorno a spazi discretamente ampï e pieni di sostanza cianofila. Più qua e più là si hanno altri spazi ripieni di sostanza eosinofila intorno ai quali si trovano elementi dei varï tipi in numero vario: ora si trovano soltanto elementi eosinofili, ora soltanto cianofili, ora soltanto elementi di aspetto epatico, ora soltanto cromofobi, ora gli uni e gli altri irregolarmente frammisti. Su alcune zone di qualche altra sezione in mezzo agli elementi degli altri tipi esistono disseminate cellule eosinofile dell'aspetto di quelle descritte nel gallo, ma in quantità estremamente scarsa.

Coppia IV. — Animali nati il 20 giugno 1909 e fratelli di quelli della coppia III. Il 24 novembre senza aver cura dell'asepsi si castra uno degli animali lasciandogli gli organi erettili del capo, e si tiene l'altro per controllo. L'animale operato durante il periodo d'osservazione acquista i caratteri esteriori del cappone; gli organi erettili del capo impallidiscono e si atrofizzano.

Si uccidono ambedue gli animali il 22 febbraio 1910.

Il gallo non mostra presenza di adipe. Accanto al testicolo destro se ne trova un terzo più piccolo del peso di gr. 1,900.

Il cappone mostra discreta quantità di adipe e aderenze labili multiple delle anse intestinali fra loro e colla parete addominale. Non si vedono residui testicolari.

Per i pesi degli organi presi in esame vedi tabella.

Esame microscopico dell'ipofisi. — a) *Gallo.* — I capillari sanguigni in alcune sezioni ed in alcune zone sono ampî e pieni di sangue; in altre sono appena percettibili. Le cellule eosinofile, che hanno tutte l'aspetto di quelle descritte negli altri galli, sono straordinariamente rare in quasi tutte le sezioni. In alcune esistono solo in una zona circoscritta (circa $^1/_4$ della sezione), disseminate o riunite in gruppetti, e quivi giungono quasi ad uguagliare per numero gli altri elementi, che hanno quasi tutti aspetto epatico. Le cellule cromofobe sono quasi affatto mancanti. In qualche cellula eosinofila si ha nucleo doppio, ma non si vedono nette figure di divisione cellulare.

b) *Cappone.* — Non si ha un risultato sostanzialmente diverso da quello del cappone della I coppia.

Coppia V. — Animali nati il 25 giugno 1909. Il 17 decembre non avendo cura dell'asepsi se ne castra uno lasciandogli gli organi erettili del capo e si tiene l'altro per controllo. Durante il periodo di osservazione gli organi erettili del capo nell'animale operato sono impalliditi e leggermente atrofici rispetto a quelli del controllo, ma l'animale non ha ancora acquistato l'aspetto esterno del cappone.

Si uccidono ambedue il 26 gennaio 1910.

La necroscopia mostra nell'animale castrato labili aderenze delle anse intestinali e presenza di adipe non abbondante. Non si vede traccia di residui testicolari.

L'esame microscopico dei testicoli del gallo fatto successivamente ne dimostra attiva la spermatogenesi.

Esame microscopico dell'ipofisi. — a) *Gallo.* — I capillari sono assai ampî in quasi tutte le sezioni. Le cellule eosinofile dell'aspetto di quelle descritte negli altri galli sono abbondanti, ma sempre in complesso inferiori per numero agli elementi degli altri tipi, fra cui predominano quelli di aspetto epatico.

b) *Cappone.* — I capillari sanguigni sono poco visibili in quasi tutte le sezioni, le quali sono costituite quasi totalmente da cellule cianofile. Soltanto qua e là si vedono disseminate un numero sempre scarso di cellule eosinofile, aventi l'aspetto di quelle descritte nei galli. Alcune di esse contengono due nuclei; non si riesce però a vedere tipiche figure di divisione. Mancano affatto elementi contenenti globuli eosinofili, simili a quelli descritti nel cappone della I coppia.

Coppia VI. — Animali nati il 20 giugno 1909. Il 27 novembre non avendo cura della asepsi si castra uno degli animali lasciandogli gli organi erettili del capo e si tiene l'altro per controllo. Durante il periodo di osservazione gli organi erettili del capo mentre si sviluppano fortemente nel controllo, nell'altro impallidiscono e poscia si atrofizzano spiccatamente. In questo tempo il gallo controllo si fa assai magro e denutrito, e l'altro, per quanto discretamente grasso, non ha ancora assunto la forma esteriore del cappone, se si eccettua la modificazione degli organi erettili del capo.

Si sacrificano ambedue il 16 gennaio 1910.

Il gallo si presenta assai denutrito, privo di adipe. I suoi testicoli esaminati successivamente mostrano in alcune parti spermatogenesi completa, in altre tubuli dell'aspetto che si ha nel periodo prespermatico o tubuli tappezzati da un unico strato di cellule.

L'animale castrato invece presenta adipe in discreta quantità, aderenze multiple non molto tenaci delle anse intestinali fra loro e colla parete addominale. Non si ha traccia di residui testicolari.

Per il peso dei vari organi presi in esame vedi tabella.

Esame microscopico dell'ipofisi. — a) *Gallo.* — I vasi sanguigni sono quasi affatto invisibili; soltanto in qualche sezione sono un poco più ampï e pieni di ematie. In tutte le sezioni esistono tutti i tipi di cellule ipofisarie variamente distribuiti. In alcune sezioni le cellule eosinofile appariscono assai numerose; esse sono riunite in gruppetti, ordinate intorno a spazi alveolari, o lungo i capillari, od irregolarmente disseminate, e nel loro insieme uguagliano presso a poco per numero gli altri elementi, fra cui primeggiano i cianofili, a cui però si trovano frammisti anche abbondanti cromofobi. In altre sezioni poi le cellule eosinofile sono anche più abbondanti e predominano indubbiamente sull'insieme degli altri elementi. In qualche cellula eosinofila all'interno del protoplasma colorato fondamentalmente in rosso uniforme, ci è dato osservare qualche granulazione cianofila. Mancano elementi con globuli eosinofili come si sono veduti nel cappone della I coppia. Qualche elemento contiene due nuclei, ma non si vedono tipiche figure di divisione.

b) *Cappone.* — I vasi sanguigni in qualche sezione ed in qualche zona sono ampî e pieni di sangue; in altre colle pareti completamente collabite. In quasi tutte le sezioni la massima parte degli elementi costitutivi ha aspetto cianofilo; le cellule cromofobe sono estremamente scarse. Qua e la si vedono gruppi assai numerosi di elementi eosinofili, disposti lungo i capillari, od intorno a spazi alveolari, od irregolarmente ammassati. Tali elementi non sono molto grandi, hanno forma ora rotondeggiante, ora ovalare, ora poliedrica, ora cilindrica, con protoplasma colorato uniformemente in rosso, e con nucleo per lo più eccentrico e situato dalla parte opposta a quella del capillare o dello spazio alveolare. In alcune zone si vedono numerose le cellule di aspetto epatico; esse assai di frequente formano dei veri cordoni separati da capillari, ed in mezzo a loro si trovano disseminate le cellule eosinofile. In qualche sezione si trovano elementi assai rari, i quali sono grandi, hanno il protoplasma fondamentalmente cianofilo, ma contenente globuli eosinofili di vario volume. Sebbene in qualche zona di alcune rare sezioni le cellule eosinofile siano numerosissime, tanto anche da superare gli elementi degli altri tipi, tuttavia

osservando tutte le sezioni nelle loro singole zone, ci convinciamo facilmente come gli elementi eosinofili rappresentino la quantità di gran lunga minore.

Coppia VII. — 3 animali simili nati il 7 giugno 1909. Colla più scrupolosa asepsi il 16 agosto si castrano due degli animali conservando loro gli organi erettili del capo ed il terzo si tiene per controllo. Durante il periodo di osservazione al castrato B impallidiscono e si atrofizzano spiccatamente gli organi erettili del capo; l'animale tuttavia non assume l'aspetto esteriore caratteristico del cappone: il castrato A invece non si distingue dal gallo controllo se non perchè la cresta appare leggermente più piccola pur essendo assai turgida. Il castrato B diviene durante il periodo di osservazione assai magro e denutrito.

Si uccide il controllo col castrato A il 5 ottobre, ed il castrato B il 17 ottobre. I primi due mostrano scarsezza estrema di adipe; il terzo assenza assoluta. I due castrati presentano abbondanti aderenze peritoneali non molto resistenti. Il castrato B non mostra residui testicolari: invece il castrato A mostra nella sede del testicolo destro un piccolo nodulo, che esaminato al microscopio mostra rari tubuli tappezzati da un unico strato di cellule, ma senza accenno alla spermatogenesi.

I testicoli del gallo mostrano per la massima parte tubuli del periodo prespermatico, senza presenza di nemaspermi: soltanto in qualche tubulo più ampio si hanno nemaspermi non molto numerosi: le cellule interstiziali si vedono in discreta quantità.

I testicoli estirpati ai due animali A e B mostrano una spermatogenesi assai più attiva.

Pei dati relativi al peso dei varî organi, vedi tavola.

Esame microscopico dell' ipofisi. — a) *Gallo.* — I vasi sanguigni sono pochissimo evidenti. In alcune sezioni si vede circa una metà delle medesime costituita prevalentemente da cellule cromofobe e *Kernhaufen*, cui son frammiste assai abbondanti le cianofile e quelle di aspetto epatico, mentre invece sono assenti le eosinofile: al contrario nell'altra metà della sezione le cellule eosinofile abbondano, e si mostrano di poco inferiori agli altri elementi (cromofobi, cianofili, di aspetto epatico) presi

nel loro insieme. Le due zone ipofisarie con aspetto così differente sono come individualizzate in due lobi distinti, riuniti tra loro per un ponte assai ristretto. Le cellule eosinofile descritte hanno l'aspetto di quelle riscontrate anche negli altri galli: mancano elementi grandi eosinofili simili a quelli veduti nel cappone della coppia I.

b) *Cappone* A. — I vasi sanguigni non sono affatto evidenti. Nel rimanente non si ha un aspetto sostanzialmente diverso da quello descritto nel cappone della coppia VI, se si eccettua il numero maggiore degli elementi grandi contenenti sferule eosinofile, e quello degli altri eosinofili più piccoli a protoplasma uniformemente colorato, i quali si trovano in quantità straordinariamente superiore a quella degli altri elementi.

c) *Cappone* B. — L'esame delle sezioni dell'ipofisi di questo animale non dà un reperto differente da quello del gallo controllo, se non per una minore evidenza dei vasi sanguigni ed una minore abbondanza di cellule eosinofile, le quali tuttavia hanno lo stesso aspetto di quelle, che nel gallo stesso abbiamo descritto.

Coppia VIII. — 3 animali nati il 7 giugno 1909. Avendo cura dell'asepsi più rigorosa e lasciando integri gli organi erettili del capo il 17 agosto si castrano due degli animali e si tiene l'altro per controllo. Nell'animale B però la castrazione non riesce perchè uno dei testicoli staccato si perde nell'addome, e l'altro non si riesce ad apprezzare col tatto: in esso poi anche l'asepsi non riesce completa, poichè defeca durante le manovre operatorie.

Durante il periodo di esperimento il castrato A non si distingue dal gallo controllo nè per il portamento, nè per l'aspetto generale esteriore, nè per gli organi erettili del capo, i quali hanno continuato a svilupparsi normalmente come nell'animale intero. Invece il castrato B si differenzia abbastanza bene per il pallore e l'atrofia, sebbene non molto spiccata, degli organi erettili del capo.

Tutti e tre gli animali si uccidono il 22 ottobre.

Essi mostrano tutti assenza quasi completa di adipe. Il gallo, che ha l'aspetto esteriore di un gallo perfetto con organi erettili del capo estremamente voluminosi, presenta i testicoli

molto piccoli ed il timo sviluppatissimo. L'esame microscopico successivo dei testicoli mostra nella massima parte dei tubuli spermatogenesi incompleta, ma in alcuni anche presenza di abbondanti nemaspermi.

Il castrato A presenta discreta quantità di aderenze lasse delle anse intestinali; nella sede del testicolo destro si trova un piccolo nodulo biancastro, che esaminato successivamente al microscopio mostra scarsi tubuli, ricoperti da un unico strato di cellule. Il timo è pochissimo evidente.

Il castrato B mostra le stesse aderenze delle anse intestinali: il testicolo staccato si ritrova sotto forma di un piccolo nodulo fibroso della grandezza di un acino di canapa; l'altro è piccolissimo, e l'esame microscopico successivo lo dimostra costituito da tubuli numerosi, tappezzati da un unico o da pochi strati di cellule cilindriche e da una discreta quantità di cellule interstiziali. Il timo è pochissimo appariscente.

Per il peso degli organi presi in esame in ciascun animale, vedi tabella.

Esame microscopico dell'ipofisi. — a) *Gallo.* — I vasi sanguigni sono poco evidenti in tutte le sezioni. La massima parte di esse è costituita esclusivamente da cellule piccole cianofile e cromofobe irregolarmente accumulate senza alcuna tipica disposizione; le cellule eosinofile sono affatto assenti. In altre rare sezioni invece gli elementi eosinofili abbondano; sono disseminati o riuniti in gruppetti, ed hanno tutti l'aspetto di quelli descritti negli altri galli. Mancano assolutamente cellule contenenti i globuli eosinofili riscontrati nelle ipofisi di alcuni capponi.

b) *Cappone* A. — Si ha presso a poco lo stesso reperto ottenuto dall'esame delle sezioni dell'ipofisi del gallo controllo. Soltanto si ha nel cappone presenza di un discreto numero di cellule di aspetto epatico, e forse una maggior quantità di elementi eosinofili piccoli a protoplasma uniformemente colorato. Mancano anche qui le cellule grandi, contenenti sferule eosinofile.

c) *Cappone* B. — Esiste qualche rara cellula con accenno a divisione cariocinetica. In qualche rara sezione esistono scarsi elementi contenenti sferule eosinofile; ma nella massima parte

si ha fra i diversi tipi di elementi lo stesso rapporto descritto nell'ipofisi del gallo controllo, e soltanto essi nell'ipofisi di questo cappone sono distribuiti spesso in cordoni, similmente agli elementi della zona fascicolata delle capsule surrenali.

Coppia IX. — Animali nati il 7 giugno 1909. Colle più scrupolose regole asettiche e lasciando integri gli organi erettili del capo il 12 ottobre si tenta di castrare uno degli animali e si lascia l'altro per controllo. La castrazione però non ha luogo in modo completo, inquantochè un testicolo piccolissimo quanto un acino di canape si perde nell'addome, e l'altro si spappola senza che riesca ad estirparlo.

Durante il periodo di osservazione gli organi erettili del capo dell'animale operato sono divenuti assai più pallidi e si sono discretamente atrofizzati. Però anche nel gallo controllo tali organi sebbene molto turgidi ed arrossati non hanno raggiunto uno sviluppo molto considerevole.

Si uccidono ambedue il 7 novembre.

Il gallo mostra scarsissima quantità di grasso, testicoli piccoli, timo molto sviluppato. I testicoli esaminati successivamente al microscopio si presentano costituiti da numerosi tubuli piccoli, tapezzati da un solo o da pochi strati di cellule cilindriche, ma senza alcun accenno alla spermatogenesi. Fra i singoli tubuli esistono cellule interstiziali assai abbondanti.

Il cappone presenta aderenze multiple delle anse intestinali tra loro e col fegato: scarsissimo è il grasso. Nella sede dei testicoli si trovano due piccolissimi noduletti fibrosi, i quali esaminati successivamente al microscopio mostrano residui testicolari, rivelati da scarsi tubuli dell'aspetto di quelli descritti nel gallo, mentre la massima parte delle sezioni dei noduli risulta di tessuto fibrillare. Non si vedono cellule interstiziali se non estremamente rare. Il timo è molto sviluppato

Per il peso dei vari organi presi in esame, vedi tabella.

Esame microscopico dell'ipofisi. — a) *Gallo.* — I vasi sanguigni sono pochissimo evidenti. Molte sezioni in alcune zone sono costituite quasi esclusivamente da cellule cromofobe e cianofile piccole, mentre in altre zone, anche assai vaste, a quegli elementi si trovano frammisti numerosi eosinofili disseminati irregolarmente o riuniti in gruppetti od in cordoni. In alcune

sezioni poi, e specialmente in alcune zone loro, le cellule eosinofile sono anche più numerose e giungono a superare per quantità gli elementi degli altri tipi: esse sono ampie e fornite di protoplasma abbondante. Dall'esame complessivo di tutte le sezioni le cellule eosinofile risultano in numero assai inferiore a quelle degli altri tipi. Non si vedono figure di divisione cariocinetica ne cellule contenenti globuli eosinofili. Qua e là esistono in varie sezioni abbobdanti *Kernhaufen*.

b) *Cappone*. — I vasi sanguigni sono ampi e carichi di ematie in alcune sezioni ed in alcune loro zone, specialmente dove non si ha affatto presenza di cellule eosinofile; in altre essi non sono quasi percettibili. Nel resto la struttura dell'ipofisi non si differenzia fondamentalmente da quel che abbiamo descritto nel controllo, se non perchè nel cappone esiste qualche raro elemento di aspetto epatico.

Coppia X. — Animali nati il 6 giugno 1909. Avendo cura della più completa asepsi e lasciando integri gli organi erettili del capo il 13 agosto si castra uno degli animali e si lascia l'altro per controllo. Durante il periodo di esperimento il controllo acquista e conserva la forma esteriore di un gallo con organi erettili dal capo sviluppatissimi. All'animale operato la cresta si fa pallida e si atrofizza fino a ridursi un moncone piccolissimo.

Si sacrificano ambedue gli animali il 10 dicembre.

Il gallo presenta discreta quantità di adipe; i suoi testicoli sono piccoli, ma tuttavia l'esame microscopico fatto successivamente dimostra come in molte parti la spermatogenesi abbia luogo completamente; in altre zone invece si hanno tubuli, i quali hanno l'aspetto di tubuli del periodo prespermatico. Le cellule interstiziali sebben rare in generale, sono assai evidenti in alcuni spazi intertubulari. Il timo sviluppatissimo.

Nel cappone si ha scarsissima quantitá di adipe. Esistono estese, tenui aderenze delle anse intestinali fra loro. Nella sede del testicolo sinistro esiste un piccolo nodulo biancastro, che l'esame microscopico sucessivo dimostra costituito da tessuto fibrillare. Il timo macroscopicamente ha presso a poco l'aspetto di quello del gallo.

Per il peso dei vari organi presi in esame, vedi tavola.

Esame microscopico dell' ipofisi. — a) *Gallo.* — Si ha presso a poco lo stesso reperto ottenuto nel gallo della coppia II.

b) *Cappone.* — Si ha un reperto presso a poco simile a quello descritto nel cappone della coppia II.

Coppia XI. -- Animali nati il 9 maggio 1910.

Il 16 agosto colle migliori regole asettiche e lasciando integri gli organi erettili del capo si castra uno degli animali e si lascia l' altro per controllo. Durante il periodo d' esperimento all'animale castrato impallidisce e si atrofizza la cresta, mentre compaiono complete le forme esteriori del cappone; tuttavia nella seconda metà di decembre cominciano a cader le penne, l' animale si fa torpido e va molto a male, talchè il 29 decembre si uccide insieme al controllo.

Il gallo non mostra presenza di adipe; ha i testicoli sviluppatissimi ed il timo molto pronunziato.

Il cappone è provvisto di abbondante quantità di adipe; si trovano aderenze multiple ed assai tenaci delle anse intestinali tra loro, col fegato e specialmente colla cistifellea, che appare turgida di bile. Il fegato mostra fatti evidenti di stasi biliare. Non si vedono residui testicolari. Il timo è molto poco evidente.

Per il peso dei varï organi presi in esame, vedi tavola.

Esame microscopico dell' ipofisi. — Tanto nel gallo, quanto nel cappone si ha fondamentalmente lo stesso reperto osservato nei respettivi animali della I coppia.

Coppia XII. — Animali nati il 4 giugno 1910. Colle regole asettiche più scrupolose e lasciando integri gli organi erettili del capo l' 11 agosto si castra uno degli animali e si lascia l' altro per controllo. Durante il periodo di esperimento i due animali presentano uguale aspetto esteriore.

Il 10 gennaio 1911 si sacrificano ambedne.

Il gallo presenta discreta quantità di adipe, i testicoli piccoli, il timo molto sviluppato.

Il cappone mostra assenza di adipe, poche aderenze lasse delle anse intestinali, un nodulo piccolissimo biancastro nella sede del testicolo destro, il timo pochissimo evidente. L' esame microscopico successivo del nodulo trovato nella sede del testicolo mostrasi costituito da tessuto fibrillare, in mezzo a cui

si vede qualche raro tubulo, tapezzato da uno strato di epitelio cubico.

Per il peso dei vari organi presi in esame, vedi tavola.

Esame microscopico dell' ipofisi. -- In ambedue gli animali si ha presso a poco lo stesso reperto descritto rispettivamente in quelli della coppia VI.

***

Esame microscopico dell' ipofisi di alcuni galli e capponi castrati dall' allevatore e vissuti in pollaio in campagna. (Vedi per i pesi la tavola speciale).

a) *Galli.* — Non si è ottenuto un reperto diverso da quello descritto pei galli controlli delle 12 coppie di animali sopramenzionati. Ora si è avuto il reperto di uno, ora quello dell' altro di essi.

b) *Capponi.* — Castrati tutti a circa 4 mesi di età, ed uccisi circa 6 mesi dopo la castrazione.

I. Organi erettili del capo tagliati all' atto della castrazione: I monconi si mostrano turgidi ed arrossati.

I vasi sanguigni nelle varie sezioni d' ipofisi si mostrano ampi e pieni di sangue in alcune zone, mentre in altre non sono quasi affatto visibili. Le varie sezioni sono costituite quasi esclusivamente da cellule cianofile, cui sono frammiste rare cromofobe. In qualche zona esiste discreta quantità di cellule eosinofile piccole con protoplasma uniformemente colorato, e di cellule grandi con globuli eosinofili. In qualche sezione i vari elementi si vedono scaglionati intorno a cavità di varia ampiezza, piene di sostanza eosinofila. Anche in queste sezioni si hanno immagini che posson far pensare a trasformazioni degli uni negli altri elementi, come è stato descritto per l' ipofisi del cappone della I coppia.

II. Organi erettili dal capo completamente atrofizzati dopo la castrazione.

Le sezioni d' ipofisi di questo animale non differiscono da quel che abbiamo descritto comunemente nell' ipofisi dei galli. Le cellule eosinofile piccole a protoplasma colorato uniformemente sono forse un pò più abbondanti, ma non si riesce a trovare elementi grandi con globuli eosinofili.

III. Organi erettili del capo tagliati all' atto della castrazione; monconi scomparsi. L' esame delle sezioni d' ipofisi dà lo stesso reperto del I.

IV. Organi erettili dal capo tagliati all' atto della castrazione; monconi turgidi ed arossati.

Nelle sezioni d' ipofisi i vasi sanguigni sono poco evidenti. Le cellule eosinofile sono abbondanti, tantochè in quasi tutte le sezioni giungono ad uguagliare presso a poco per numero le cellule cianofile, che costituiscono la massima parte degli elementi nel rimanente della sezione. Tali cellule eosinofile però hanno aspetto simile a quello degli stessi elementi descritti nelle ipofisi dei galli. Mancano cellule grandi con globuli eosinofili e son pure molto rari gli elementi cromofobi. Qua e là esistono spazi alveolari di varia ampiezza, contenenti ora sostanza cianofila, ora sostanza eosinofila, intorno a cui sono scaglionati ora soltanto elementi cromofobi, ora soltanto elementi cianofili, ora soltanto eosinofili. Non mancano però spazi, intorno a cui i vari tipi cellulari si trovano irregolarmente frammisti con predominio ora dell' uno ora dell' altro tipo. Anche qui risulta chiara l' immagine, come se ciascun elemento si trasformasse nell' altro a seconda della diversa fase funzionale.

V. Organi erettili del capo atrofizzati completamente dopo la castrazione. L' ipofisi dà lo stesso reperto descritto nel caso precedente.

VI-VII-VIII. Organi erettili del capo tagliati in tutti e tre all' atto della castrazione; monconi scomparsi nell' VIII, turgidi invece ed arossati nel VI e nel VII.

L' esame microscopico dell' ipofisi non si mostra sostanzialmente diverso dall' uno all' altro dei tre animali. I vasi sanguigni sono discretamente ampi e pieni di sangue. Quasi tutte le sezioni son costituite da elementi di aspetto epatico, scaglionati in cordoni lungo i vasi, oppure intorno ad alveoli chiusi o dilatati, contenenti sostanza cianofila. Mancano affatto cellule eosinofile piccole, con protoplasma colorato uniformemete; invece ve ne ha disseminate qua e là un discreto numero di quelle grandi cariche di globuli eosinofili.

IX e XI. Le ipofisi di questi due animali sono state fissate per metà nel modo delle altre e per metà col liquido di

Flemming, per studiare la natura dei globuli eosinofili, riscontrati in alcuni elementi di molte ipofisi dei capponi.

La parte fissata con sublimato corrosivo e bicromato di potassio e colorata coll' ematossilina ed eosina ha dato lo stesso risultato che nei capponi VI-VII-VIII. Le sezioni colorate col metodo di Traina mostrano in alcuni elementi i globuli colorati in giallo arancione, similmente alla sostanza contenuta in alcuni spazi alveolari. Nelle sezioni dei pezzi fissati col liquido di Flemming senza nessun reattivo colorante molti globuli appaiono tinti in scuro; nelle sezioni trattate col metodo di Galeotti, o colla semplice soluzione di verde di metile, una parte dei globuli appare colorata in un verde più o meno intenso.

X. Gli organi erettili del capo lasciati a sè all' atto della castrazione persistono come in un gallo.

L' ipofisi dà lo stesso reperto, descritto nei casi IV e V.

***

Uno sguardo generale ai numeri esposti nelle due tabelle, ci convince subito come i risultati dei singoli animali siano così svariati per ciò che riguarda il peso dei diversi organi, da renderci oltremodo malagevole la compilazione di medie; onde anche quelle esposte a parte pei vari organi in genere e quelle in particolare riguardanti il peso dell' ipofisi, sebbene riunite in gruppi differenti per gli animali perfettamente e per quelli imperfettamente castrati, per quelli castrati e non castrati da noi, ci rendono conto poco esatto del valore dei fatti osservati, i quali preferiamo esaminare caso per caso.

Nella I coppia, in cui la castrazione fu eseguita perfettamente all' età di tre mesi e 18 giorni, quando i testicoli non ancora sviluppati raggiungevano in massa il peso di appena gr. 3,875, abbiamo trovato dopo 100 giorni di esperimento nel cappone a confronto del gallo controllo (per quanto in questo i testicoli si mostrassero sviluppatissimi ed oltremodo attivi) un'ipofisi di $^{5}/_{18}$ più pesante, mentre la milza raggiungeva circa 1 volta e mezzo il peso di quella del controllo. Quivi dunque accanto ad un leggero aumento dell' ipofisi troviamo un aumento molto più spiccato della milza.

Nella coppia IV, in cui la castrazione completa fu fatta all'età di 5 mesi e 7 giorni, quando i testicoli avevano già raggiunto il loro massimo sviluppo, dopo 90 giorni d'esperimento si è trovato nel cappone in rapporto al peso del corpo un' ipofisi circa due volte e mezzo più pesante di quella del controllo, una milza circa una volta e mezzo più pesante e quasi una volta e mezzo più pesa anche la massa renale.

Nella coppia V, in cui la castrazione perfetta fu fatta all'età di 5 mesi e 20 giorni, quando i testicoli erano completamente sviluppati, si è trovato dopo 40 giorni d'esperimento in rapporto al peso del corpo un' ipofisi oltre una volta e mezzo più pesante che nel controllo. E ciò sebbene nel gallo relativo i testicoli si trovassero pochissimo sviluppati (avendo essi un peso inferiore ad $^1/_3$ di quello degli stessi organi estirpati al cappone), e privi di elementi nemaspermici. In questa coppia poi, a defferenza delle due precedentemente descritte, si è osservato nel cappone un fegato, che in proporzione al peso del corpo raggiungeva appena i $^2/_3$ di quello del gallo controllo.

Nella coppia VI, in cui la castrazione completa fu eseguita all'età di 5 mesi e 10 giorni, quando i testicoli non erano ancora sviluppati completamente, e la spermatogenesi non si era ancora effettuata, si è trovato dopo 50 giorni d'esperimento un' ipofisi, che in rapporto al peso del corpo era appena $^1/_{11}$ più pesante di quella del gallo controllo: la milza pure era $^1/_7$ più pesante, mentre i reni raggiungevano appena i $^3/_4$ del peso di quelli del gallo relativo.

Nella coppia XI, in cui la castrazione perfetta fu fatta all'età di 98 giorni, quando i testicoli erano ancora piccoli e la spermatogenesi non ancora raggiunta, si è avuto dopo 135 giorni di esperimento nel cappone il massimo peso dell' ipofisi, che superava di circa 2 volte e mezzo quella del gallo relativo: ma quivi la tiroide raggiungeva appena i $^3/_5$ di quella del controllo, mentre la milza, i reni, il fegato si mostravano di fronte ai respettivi organi del gallo circa 1 volta e mezzo più pesanti.

Dai cinque esperimenti di castrazione testè riferiti risulta intanto come la ipofisi dopo la estirpazione dei testicoli si sia trovata aumentata di peso spiccatamente in tre casi, mentre negli altri due si è trovata solo leggermente più pesante.

Questo fatto non va imputato certo nè alla brevità di durata dello esperimento, nè alla tardività della castrazione, inquantochè, come già abbiamo accennato, la differenza tra l'ipofisi del cappone e quella del controllo fu scarsa nella coppia I, in cui la castrazione avvenne precocemente e gli animali furon tenuti in vita 100 giorni; fu scarsa nella VI coppia, in cui la castrazione fu pure praticata precocemente in rapporto alle condizioni testicolari e gli animali permasero in esperimento durante 50 giorni; mentre invece tal differenza fu spiccatissima nelle coppie V e VI ad onta di una castrazione tardiva e di una durata dell'esperimento relativamente inferiore a quella della coppia I e VI. Il fatto inverso, di un maggior risentimento cioè dell'ipofisi colla tardività della castrazione, ci vien reso poco probabile dal risultato ottenuto nella coppia XI, in cui accanto ad una castrazione precoce si ebbe nell'ipofisi del cappone il massimo peso, che risultava due volte e mezzo superiore a quello dell'ipofisi del controllo.

Questi dati di fatto non ci condurrebbero logicamente ad ammettere che l'aumento di volume dell'ipofisi, quando esiste dopo la castrazione, debba esser direttamente legato all'assenza delle glandole sessuali, tantopiù che nei soggetti, in cui questo aumento ipofisario è esistito, si sono avute differenze spiccate anche in altri organi glandolari. Nelle coppie IV, V, XI si è avuto aumento assai spiccato della milza del cappone a confronto di quella del gallo, aumento che leggero si è avuto anche nel cappone della coppia VI, e molto più notevole in quello della I coppia: nelle IV e XI è esistito aumento cospicuo anche dei reni; nella coppia V diminuzione e nella XI aumento del fegato. Ora le modificazioni riscontrate in questi organi anche per la contraria modalità con cui talvolta si sono manifestate, come è avvenuto pel fegato della coppia V e della XI, ci sembra rendano poco logica l'idea che tutte queste differenze siano la semplice espressione di una supplenza funzionale dei diversi organi, mentre ci fanno apparire più verosimile l'altra, che esse debbano esser legate a condizioni ben differenti da quella della semplice assenza delle glandole sessuali; condizioni, le quali non è difficile abbiano il loro fondamento nella costituzione propria a ciascun animale, nel loro

proprio ricambio materiale, e sia pure nella capacità speciale, che ogni soggetto può avere di risentire della castrazione nell'insieme del suo organismo.

Interpretando in tal modo i fatti, mentre si comprende con maggior facilità il risultato ottenuto caso per caso nei diversi organi glandolari, anche quello dell'ipofisi potrebbe essere la conseguenza non già di una iperfunzioue legata alla semplice assenza della secrezione testicolare, bensì il risultato di una serie di fenomeni assai più complessi, i quali possono aver luogo in sì vario grado, da modificare ora soltanto leggermente le condizioni generali dell'organismo animale, ora profondamente in modo da renderle capaci di farsi risentire fino su molti degli organi glandolari, compresa la ipofisi, che tanto sensibile si mostra a tutti quei processi, che sogliono modificare il ricambio organico. Poichè a parte il fegato, il cui peso nei due casi in cui si è modificato ha dato cifre perfettamente contraddittorie, come può interpretarsi l'aumento della milza osservato in tutti i casi, compresi quelli, in cui l'aumento dell'ipofisi era poco percettibile, e l'aumento della massa renale notato in quei due casi, nei quali la ipofisi si mostrava più sviluppata? Noi non sapremmo trovare altra spiegazione logica, che quella di ritenere l'aumento di volume dei reni come indice di una loro iperattività, legata ad un aumento delle scorie organiche, similmente a quanto avviene per alcune porzioni di parenchima renale in rapporto alla massa normale dei materiali di degradazione, quando la funzione di altre zone renali viene ad essere diminuita o soppressa. D'altra parte l'aumento di volume della milza non può essere dovuto verosimilmente ad una funzione vicaria stimolata direttamente dalla soppressione delle glandole sessuali. È ben vero che Soli spiega questo fatto ammettendo nel pollo facili infezioni peritoneali; ma io non ho trovato rapporto tra il volume della milza nei capponi e la osservanza o no delle regole asettiche durante l'operazione, come mostrano gli animali delle coppie I, IV, V, VI, XI. Se mai l'unico fatto che può renderci ragione di un tale reperto può esser quello della facilità con cui hanno luogo nella castrazione dei polli emorragie peritoneali più o meno abbondanti, specialmente quando coi testicoli più voluminosi

anche i vasi sono maggiormente sviluppati; emorragie, il cui riassorbimento successivamente, pur non lasciando tracce evidenti alla necroscopia, può farsi risentire spiccatamente sull'organismo, dando luogo ad una serie di fatti, di cui è la tumefazione della milza e l'aumento di volume dell'ipofisi potrebbero essere una duplice espressione. Ciò tantopiù se il versamento ematico favorisce qualche processo peritonitico, il quale anche risolvendosi, tanto da non dar traccia di sè altro che in quelle molteplici aderenze, che si riscontrano frequentemente fra le anse intestinali nei capponi, non può a meno di esplicare la sua azione sulle condizioni generali dell'animale.

A queste ipotesi, che non possono certo escludersi, non è tuttavia necessario ricorrere per renderci ragione di fatti generali, capaci di modificare quelle glandole, che più di tutte risentono delle alterazioni del ricambio materiale. I capponi a differenza dei galli sono quasi costantemente provvisti di una quantità abbondante di grasso; si potrebbe dire trattarsi per lo più di una vera distrofia adiposa: inoltre le carni acquistano una costituzione particolare a tutti ben nota, indice indubbio di una profonda modificazione del ricambio organico. Ora è da domandarci: sono queste modificazioni generali dipendenti dell'iperfunzione ipofisaria consecutiva alla castrazione od è la ipofisi che si ipertrofizza in seguito a questa particolare alterazione del ricambio? Le modificazioni della milza e del rene rendono assai più logica questa seconda ipotesi, poichè esse talora esistono più spiccate anche in animali, in cui l'ipofisi si è poco modificata, il che secondo noi fa escludere molto verosimilmente che possa trattarsi in quegli organi di alterazioni consecutive a distrofia causata da ipertrofia ipofisaria.

D'altra parte questo concetto appare più manifesto anche dall'esame delle coppie, in cui si hanno capponi non perfettamente castrati, e dall'esame degli altri animali castrati per mano dell'allevatore.

Negli animali imperfettamente castrati si è avuto una varietà straordinaria nel peso dell'ipofisi, la quale ora si è mostrata di molto superiore a quella del controllo, ora anche assai inferiore indipendentemente dell'età in cui avvenne la castra-

zione, dalla durata dell' esperimento e dalla quantità del residuo testicolare. Così nella coppia II, in cui la castrazione di uno degli animali fu fatta all' età di 4 mesi e 4 giorni, ed in cui furono trovati gr. 0,295 di residuo testicolare, noi vediamo dopo 56 giorni di esperimento scarso sviluppo di adipe ed accanto ad uno spiccato aumento della milza dell' animale castrato una lieve diminuzione dell' ipofisi ; mentre nella coppia III, in cui la castrazione fu fatta quasi due mesi più tardi, dopo una durata presso a poco uguale dello esperimento, ad onta di un residuo testicolare di gr. 0,560 si è avuto nell'animale castrato pure scarso sviluppo di adipe, ma un' ipofisi assai più pesante di quella del gallo. E va notato come tuttavia nell' animale operato di questa III coppia esistesse un fegato assai più piccolo di quello del controllo, ed una milza pure più piccola, e come l' animale avesse conservati completamente i caratteri propri del gallo : gli organi erettili del capo continuarono a svilupparsi e si fecero anche più turgidi di quelli del controllo ; l' animale continuò a cantare, e si vedeva spesso anche tentare la copula colle galline. Invece nell' animale operato della II coppia per quanto la cresta non si fosse atrofizzata, essa non aveva continuato più oltre il suo sviluppo ed era rimasta nello stato in cui si trovava all' epoca della orchiettomia.

Nella coppia VII il primo dei due animali operati, che fu castrato precocemente, ed in cui si ebbe un residuo testicolare di gr. 0,220, dopo 50 giorni d' esperimento si mostrò privo di adipe, non presentò spiccata modificazione ponderale di nessuno degli organi rispetto al controllo, e, sebbene avesse le tiroidi assai più piccole di quelle del gallo, non rivelò aumento di peso dell' ipofisi, la quale anche in rapporto al peso del corpo rappresentava soltanto circa i $^5/_6$ di quella del controllo relativo. È ben vero che il gallo controllo alla necroscopia fece rilevare due testicoli piccolissimi del peso complessivo di gr. 1,320 e che la sua ipofisi presentava un peso assoluto superiore alla media comune del peso dell' ipofisi dei galli a quell' età, ma d' altra parte l' atrofia per quanto scarsa degli organi erettili del capo nell' animale castrato, mentre nel gallo si trovavano normalmente sviluppati, è per noi il segno più evidente che mentre

nel secondo gli organi sessuali si presentavano sufficienti, nel primo invece dovesse aversi di quelli una insufficienza spiccata.

Interessante in modo eccezionale si presenta il reperto nella coppia VIII, dove sono stati castrati due animali perfettamente simili al controllo all'atto della castrazione, ed in cui la castrazione ebbe luogo precocemente, mantenendo gli animali 66 giorni in esperimento. La ipofisi del castrato A, nel quale si mantennero completamente i caratteri esteriori del gallo, ed in cui si ebbe un residuo testicolare di gr. 0,180 si è mostrata in rapporto al peso del corpo leggermente inferiore a quella del controllo; i reni sono apparsi anch'essi un pò meno pesanti che nel gallo; la milza poco più sviluppata; le tiroidi con un peso di oltre il doppio di quelle del gallo relativo. Nel castrato B, nel quale si ebbe atrofia sebben leggera degli organi erettili del capo ed un residuo testicolare di gr. 0,215, la ipofisi si è mostrata in rapporto al peso del corpo leggermente più pesante che nel controllo; i reni circa $^1/_6$ più piccoli; la milza circa $^3/_8$ più pesante; le tiroidi $^4/_9$ più pesanti, e così pure più pesanti le surrenali ed il pancreas. Nell'animale controllo la massa testicolare risultò di gr. 0,305, quantità veramente scarsa, ma tuttavia sufficiente, come dimostra l'aspetto esterno del gallo perfettamente normale. Anche qui il peso dell'ipofisi si è mostrato leggermente superiore a quello della media normale dell'ipofisi dei galli, ma riuscirebbe strano che quest'aumento fosse legato soltanto alla insufficienza sessuale, della quale manca ognuno degli altri abituali caratteri, mentre d'altra parte tale aumento non si è verificato più notevole negli animali castrati A e B.

D'altronde anche nella coppia IX, in cui uno degli animali fu castrato a circa 4 mesi d'età, con una durata dell'esperimento di 25 giorni, il gallo pur avendo mostrato una massa testicolare di soli gr. 0,370 presentò un'ipofisi non superiore alla media della ipofisi degli altri galli, ad onta di una massa tiroidea pure assai scarsa (gr. 0,005 % gr. del peso del corpo), mentre l'animale castrato, per quanto i testicoli lesi fossero rimasti nell'addome, accanto ad una atrofia degli organi erettili del capo ebbe un'ipofisi oltre una volta e mezzo più pesante di quella del controllo, con una massa tiroidea di oltre il doppio, ed una milza discretamente più pesante.

Fatti simili a quelli della coppia IX ha mostrato la coppia X.

Invece nella coppia XII, in cui in uno degli animali fu fatta la castrazione molto precocemente, l'esperimento durò circa 5 mesi e si ebbe un residuo testicolare di gr. 0,250, pur non essendosi che scarsamente modificati nell' animale operato i caratteri esteriori del gallo, si è avuta un'ipofisi $^2/_3$ più pesante di quella del controllo, la tiroide ridotta alla metà, e si è avuto aumento discreto della milza e specialmente dei reni.

***

Anche negli animali castrati per mano dell' allevatore non solo non si è avuto un aumento dell' ipofisi proporzionale alla completezza della castrazione, ma talvolta anche in animali perfettamente castrati si sono avuti in rapporto al peso del corpo pesi dell' ipofisi soltanto leggermente superiori a quello medio ritrovato per l' ipofisi dei galli. Infatti accanto al II animale castrato completamente, in cui si ebbe un peso dell' ipofisi di gr. 0,00147 % gr. del peso del corpo, noi vediamo gli animali V e VI pure castrati perfettamente, di cui il primo aveva una ipofisi del peso di gr. 0,00079 e l' altro di gr. 0,00076 % gr. del peso del corpo: mentre d' altra parte noi troviamo l' animale IV, che con un residuo testicolare di soli gr. 0,445 presentava un'ipofisi di gr. 0,00061 % gr. del peso del corpo, l'animale X, che con un residuo testicolare di gr. 0,760, presentava un' ipofisi di gr. 0,00106 % gr. del peso del corpo, ed il I, che con un residuo testicolare di gr. 5,100, mostrava un' ipofisi del peso di gr. 0,00131 % gr. del peso del corpo. Nel X animale poi è notevole il fatto, che si conservarono tutti i caratteri del gallo, mentre nel I se si eccettua il forte arossamento e la turgescenza spiccata dei monconi degli organi erettili del capo, che erano stati tagliati all' atto della castrazione, l' animale aveva acquistato tutti i caratteri esterni del cappone.

***

Del peso del timo non crediamo opportuno occuparci, non potendo esser sicuri della esatezza delle pesate dell' organo,

specialmente degli animali in cui era poco sviluppato, per la incertezza che si ha di averlo raccolto totalmente; ciò tanto-più inquanto talora il risultato delle pesate portava a fatti diversi da quelli che avrebbe fatto prevedere l' esame macroscopico. Tuttavia dobbiamo dire che in generale negli animali castrati il timo si mostrava molto più appariscente che nei centrolli, salvo quei casi, nei quali anche nel controllo esistevano testicoli piccoli, e nei quali il timo appariva straordinariamente sviluppato.

Questi fatti concorderebbero con quanto riferisce Soli nella sua memoria.

***

Quello che merita infine secondo noi tutta la nostra attenzione è la differenza frequente e spiccata, che si è osservata nel peso del cuore fra i galli ed i capponi. Noi non vogliamo trarre da questo reperto alcuna conclusione definitiva. Ricordiamo soltanto come, pensando anche alla differente attività degli organi vocali nei due animali, la differenza del peso del cuore possa risultare un indice della differenza della pressione sanguigna nel gallo e nel cappone, e come questo fatto potrebbe avere un nesso con quel rapporto sostenuto tra ipofisi e pressione sanguigna da Oliver e Schäfer, (1), Cyon (2), Livon (3), Schäfer e Swale Vincent (4) Salvioli e Carraro (5), Etienne e Parisot (6) Hallibourton, Candler e Sikes (7), Her-

---

(1) *Oliver e Schäfer.* — Iourn. of. Phys. Vol. 18, 1895 p. 277.

(2) *Cyon.* — a) C. R. de l' Acad. de Sc. Vol. 126, 1898 p. 1157.
b) C. R. de l' Acad. de Sc. Vol. 144, 1907 p. 868.

(3) *Livon.* — C. R. de la Soc. de Biol. 1899. Serie X, Vol VI pag. 170.

(4) *Schäfer e Swale Vincent.* — Proceedings of. the physiol. Soc. 18 marzo, 1899. (in Iourn. of. Physiol. 1899, Vol. 25).

(5) *Salvioli e Carraro.* — Archivio p. le Sc. Med. 1907. N. 13.

(6) *Etienne e Parisot.* — C. R. de la Soc. de Biol. 1908 apr. 7. Vol. 64 p. 751, e Arch. de Med. esper. et d'Anat. path. 1908 XX.

(7) *Hallibourton, Candler e Sikes.* — Quarterly journ. of. esperim. Physiology II, 1909 p. 229.

ring (1), Allers (2), De Bonis e Susanna, (3) Hamburger e Walter (4), De Bonis (5) ecc. É questo un argomento che ci sembra degno di studio, e che può forse dar ragione di molti fatti, i quali fino ad ora rimangono completamente oscuri.

***

Come appare avidente in tanta varietà di risultati riesce oltremodo disagevole formarci dei criteri esatti sui rapporti che possano esistere non dico fra le glandole sessuali e l'ipofisi, ma fra tutte le glandole a secrezione interna. L'affermazione, fatta dai più, che esista un rapporto funzionale fra tutti questi sistemi glandolari, non vi ha dubbio che debba esser conforme al vero; anzi è per noi una verità assiomatica, per la quale non sarebbe stato necessario spendere nè tante parole, nè tanti esperimenti per dimostrarla. Non solo le glandole a secrezione interna, ma tutti gli organi, e specialmente quelli che partecipano al ricambio materiale, si trovano fra loro in perfetta armonia di funzione, ed è verosimile che l'alterazione di uno faccia sentire più o meno indirettamente la sua influenza sugli altri, specialmente quando per essa si determinano modificazioni del ricambio materiale stesso; ma dall'ammetter questo fatto razionale, che del resto lascia le nostre cognizioni nella stessa oscurità, e l'affermare che colla soppressione della funzione di uno di quei tanti organi gli altri si modifichino sempre per supplirlo funzionalmente vi è una gran differenza, ed a noi pare che questa seconda affermazione non trovi riscontro nei dati di fatto, che testè abbiamo esposto.

Certo è che la ipofisi dopo la castrazione nei polli si trova in generale più pesante che nei galli controllo, e parrebbe che

---

(1) *Herring.* — Quarterly journ. of. exper. Physiology 1908. I, p. 187.

(2) *Allers.* — Münch. med. Wochenschr. 1909 N. 29. p. 1474.

(3) *De Bonis e Susanna.* — Ctbl. f. Physiol. Vol. 23. 12 giugno 1909 p, 169.

(4) *Hamburger e Walter.* — Transactions of the Chicago Pathological Society, Vol. VIII. 1910 p. 32.

(5) *De Bonis.* — Arch. internat. de Physiol.

questo aumento di peso si avesse tanto più spiccato, quanto più voluminose sono le glandole sessuali che si estirpano (coppie IV-V-XI). Tale aumento, assolutamente indipendente dalle condizioni ponderali delle tiroidi, quando è più spiccato, sembra sia sempre accompagnato da notevole aumento di pesò anche della milza (coppie IV-V-XI; vedi anche capponi castrati dall'allevatore, nei quali i pesi della milza sono i maggiori fra quelli riscontrati nei capponi), e talvolta da aumento discreto anche dei reni (coppie IV-XI). Qualche volta l'aumento della milza può aversi considerevole anche dove è scarso quello dell'ipofisi (coppia I).

Questi fatti risultano anche più evidenti nelle coppie, in cui gli animali sono stati imperfettamente castrati, nei quali si può osservare come coll'assenza dell'aumento di peso dell'ipofisi esista spesso aumento di peso della milza (coppie II, VII A, VIII, X II) e talvolta anche dei reni (coppia XII), e come l'aumento di peso della milza e dei reni non manchi in generale in vario grado in quei casi, nei quali quello dell'ipofisi è più evedente (coppie IX,-X).

I risultati dell'esame microscopico come quelli dell'esame ponderale dell'ipofisi non sono stati neppure essi costanti. Già nei galli si è avuto una varietà straordinaria nello stato dei vasi sanguigni, i quali a seconda delle varie sezioni e delle diverse zone in cui sono stati osservati, ora si sono mostrati ampi e carichi di ematie, ora appena visibili: lo stesso fatto ha avuto luogo nei capponi, nei quali talora il sistema vascolare riusciva di gran lunga meno visibile di quel che non fosse nei galli controllo, come è avvenuto nella coppia V, in cui tuttavia il cappone presentava un'ipofisi assai più pesante di quella del gallo. Noi quindi dall'esame dei nostri preparati non possiamo affermare che nel cappone i vasi appariscano più dilatati che nel gallo, e non possiamo neanche affermare che la maggiore ampiezza sia in rapporto con una maggiore eosinofilia, indice di una più attiva funzione dell'organo, poichè qualche volta, come nel cappone della coppia IX, ci è dato osservare i vasi turgidi appunto là dove mancano le cellule eosinofile, ed acquattiti in quelle zone, dove gli elementi eosinofili si trovano più abbondanti.

Maggiore interesse presenta lo studio degli elementi costitutivi dell' ipofisi di ciascun animale.

A parte le cellule cromofobe e cianofile, che sebbene in vario numero e con varia disposizione hanno sempre costituito la parte fondamentale di ogni sezione, nei galli si è avuto un reperto talvolta assai differente nelle singole ipofisi, specialmente per ciò che riguarda le cellule eosinofile e le cellule grandi, a protoplasma granuloso, di aspetto epatico. Le cellule eosinofile, le quali hanno avuto sempre lo stesso aspetto di elementi relativamente non molto grandi, con protoplasma colorato uniformemente dall' eosina, si sono trovate ora più scarse come nei galli delle coppie IV, VIII, ora più abbondanti, come nei galli delle coppie I, II. III, VI, VII, IX, X, XI, XII. Il loro numero però nell' insieme si è sempre mostrato inferiore a quello degli altri tipi cellulari, e soltanto qua e là in zone particolari, circoscritte poteva anche superarlo considerevolmente. La loro disposizione ora è stata irregolare in mezzo agli elementi degli altri tipi, ora si sono trovate raccolte in cumuli più o meno spiccati, ora riunite in cordoni o scaglionate in serie da sole o miste cogli altri elementi lungo i capillari, od intorno a spazi alveolari più o meno ampi e ripieni di sostanza eosinofila o cianofila.

Le cellule di aspetto epatico che sono mancate affatto o quasi nei galli delle coppie I, II, III, VI, VIII, IX, X, XI XII, si sono avute in discreta quantità nei galli delle coppie IV, V, VII, e con disposizione presso a poco simile a quella delle cellule eosinofile.

In molti capponi delle 12 serie sopraesposte si sono osservati particolari elementi grandi, a protoplasma abbondante, colorato fondamentalmente dalla ematossilina e contenente all' interno globuli di sostanza intensamente tinta dalla eosina. Tali elementi, che sono mancati affatto nei capponi delle coppie II, III, V, VII B, VIII A, IX, X, sono stati rari nei capponi delle coppie VI, VIII B. XII, e si sono invece mostrati abbondanti nei capponi delle coppie I, IV, VII A, XI, e nei capponi I, III, VI, VII, VIII, castrati per mano dell' allevatore, mentre sono mancati negli altri II, IV, V, X.

Per i capponi delle coppie II, III, VII A, potrebbe spie-

garsi la mancanza di quelli speciali elementi nell' ipofisi col fatto che la castrazione era stata eseguita in modo incompleto, tantopiù che i caratteri esteriori del gallo poco o punto si erano modificati; ma questa ragione non vale per gli animali delle coppie IX, X, in cui l' atrofia degli organi erettili del capo costituisce un segno evidente della insufficienza testicolare, e tanto meno per gli animali delle coppie V e VII B, in cui la asportazione dei testicoli ebbe luogo in modo completo. Lo stesso dicasi per i capponi IV, X della seconda tavola a confronto dei capponi II e V.

D' altra parte anche nel cappone della coppia XII, in cui i caratteri del gallo furono quasi completamente conservati, ed in cui non si ebbe aumento di peso della ipofisi, non mancarono sebben rari quegli elementi, i quali fecero difetto invece in altri animali, in cui, come nel cappone della coppia V ed in quello della coppia X, si ebbe un aumento spiccato della ipofisi.

La presenza di questi particolari elementi riscontrati assai spesso nell' ipofisi dei capponi non parrebbe molto verosimilmente dovesse attribuirsi direttamente alla mancanza delle glandole sessuali.

Neanche il tempo intercorso dal giorno dell' operazione vale a spiegarci la mancanza di quelli speciali elementi in alcuni capponi, poichè per esempio essi non si ritrovano nel cappone della coppia VII B dopo 62 giorni dalla castrazione completa, mentre invece si riscontrano abbondanti nel cappone della coppia VII A, con castrazione incompleta e dopo soli 50 giorni.

Non esiste nemmeno un rapporto fra la presenza od assenza di queste cellule particolari e lo stato degli altri organi presi in esame, onde per vero noi non sappiamo renderci ragione della comparsa di esse, il cui significato potrà esser messo in luce da ricerche ulteriori.

Gli unici fatti che siamo riusciti a mettere in evidenza sono costituiti anzitutto dalla serie di elementi intermedi, che intercorrono tra queste e le cellule eosinofile a protoplasma colorato uniformemente da un lato e le cellule cianofile dall' altro, ed in secondo luogo dalla capacità mostrata da alcuni

dei globuli contenuti in tali cellule di reagire in nero di fronte all'acido osmico nei pezzi fissati col liquido di Flemming, e dall'altra di colorarsi in verde col trattamento successivo fatto colla soluzione di verde di metile; il che farebbe ravvicinare tali formazioni ai cosidetti plasmosomi, da Guerrini e da altri autori descritti.

È utile avvertire anche come la presenza e la quantità di questi elementi carichi di globuli eosinofili non vada sempre di pari passo coll'aumento di peso dell'ipofisi, poichè essi si sono trovati abbondantissimi anche nell'ipofisi del cappone della prima coppia, sebbene il peso fosse poco superiore a quello dello stesso organo del controllo, e nel cappone A della VII coppia, in cui l'ipofisi era meno pesante di quella del gallo relativo; mentre invece non gli abbiamo trovati nei capponi delle coppie III e V, in cui l'ipofisi dell'animale operato superava spiccatamente quella del relativo controllo.

Le cellule eosinofile a protoplasma uniformemente colorato hanno avuto nel cappone la stessa forma e la stessa disposizione, che si è riscontrata nel gallo, e la loro quantità non si può dire sia aumentata di fronte a quella degli stessi elementi dell'ipofisi dei controlli. Anche nei capponi ora si sono avuti più scarsi, ora più abbondanti, ma sempre in numero inferiore a quello degli altri tipi, e la loro maggior quantità non si è sempre avuta in rapporto al maggior peso dell'ipofisi, come puo facilmente rilevarsi dai singoli fatti esposti precedentemente, avendosi perfino, come nella coppia V, scarsezza estrema di eosinofile nell'ipofisi del cappone, con una straordinaria abbondanza nell'iposi del gallo, mentre l'organo in quest'animale pesa appena i $^3/_5$ dello stesso organo del soggetto castrato.

Anche le cellule di aspetto epatico, che si sono trovati scarse nell'ipofisi del cappone della coppia IX, più abbondanti nel cappone A della coppia VIII ed abbondantissime nel cappone della coppia III, sono state assenti o quasi nell'ipofisi degli altri capponi, indipendentemente dall'epoca della castrazione, della età e della durata dell'esperimento non solo, ma anche indipendentemente dallo stato degli organi, compresa la

tiroide, e dal grado di aumento del peso dell'ipofisi del cappone a confronto di quella del gallo. Per la qual cosa, considerato anche il reperto analogo ottenuto in alcuni galli, come più sopra abbiamo descritto, è molto verosimile che quegli elementi non abbiamo quel significato che loro vorrebbe attribuire Cimoroni, e neppure l'altro che ammetterebbe il Barnabò, ma la loro presenza sia un fatto puramente accidentale. La disposizione di questi elementi, come si è manifestata nel cappone della coppia III, confrontata con quanto ha fatto rilevare l'esame degli stessi elementi nel cane e negli altri animali rendono logica anche qui l'ipotesi, che essi altro non indichino se non uno stadio particolare di attività della cellula funzionante dell'ipofisi.

***

Dai risultati delle nostre osservazioni quindi mentre riteniamo avvalorata la ipotesi, che l'aspetto differente riscontrato nelle cellule della parte anteriore del lobo epiteliale ipofisario altro non sia che la espressione dello stato di riposo o di fasi differenti del ciclo funzionale dello stesso elemento, ci sembrano degni di esser messi in rilievo i fatti séguenti.

Nei montoni e nei castrati, nei tori, nei vitelli, nei buoi gli elementi eosinofili predominano e costituiscono la maggioranza di quelli osservati nella porzione anteriore del lobo glandolare dell'ipofisi; la loro quantità ed il loro aspetto non subiscono modificazioni apprezzabili colla soppressione della funzione delle glandole sessuali. Parimente il peso dell'ipofisi in queste due specie di animali, mentre presenta anche normalmente ampie oscillazioni individuali, non sembra subire in seguito alla soppressione della funzione sessuale modificazioni tali da costituire un reperto particolare degli animali castrati.

Anche nei cani adulti normali le cellule eosinofile nella porzione anteriore del lobo glandolare predominano in generale sugli elementi degli altri tipi, fra i quali, oltre gli elementi cianofili e cromofobi, si trovano talora abbondanti anche quelli di aspetto epatico descritti da Cimoroni come speciali degli animali stiroidati. I vari tipi di elementi cellulari si trovano spesso raccolti in zone circoscritte, tantochè a seconda del punto in cui cade la sezione ora appaiono più specialmente

gli uni, ora più specialmente gli altri. Questi fatti hanno luogo anche nell' ipofisi degli ovini e dei bovini ed in parte anche in quella dei conigli, delle cavie e dei polli.

L' aspetto della ipofisi di cani castrati non è sensibilmente diverso da quello degli animali interi ed in piena attività seminale; così pure il peso dell' ipofisi in rapporto al peso del corpo non mostra negli uni e negli altri differenze costanti, tali da meritare speciale attenzione.

Nei conigli e nelle cavie parimente, sia maschi che femmine, non si osservano in seguito alla castrazione modificazioni costanti degne di nota nè riguardo al peso, nè riguardo alla struttura dell' ipofisi, e neppure si osservano nei maschi dopo l' allacciatura bilaterale del condotto deferente o dopo l' allacciatura del deferente da un lato colla orchiettomia dell' altro. Le differenze che qualche volta si notano nel peso sia dell' ipofisi che di ciascuno degli altri organi presi in esame, vanno legate con molta verosimiglianza a speciali condizioni individuali, non riferibili direttamente alla soppressione od alla modificazione della funzione delle glandole sessuali.

Nei galli adulti la struttura dell'ipofisi è fondamentalmente simile a quella dell' ipofisi degli altri animali; soltanto le cellule eosinofile, sebbene raccolte in gruppi assai evidenti e talora anche abbastanza estesi, si trovano di regola in numero inferiore agli elementi degli altri tipi, tra i quali si hanno cellule cromofobe, talora cellule di aspetto epatico, e sopratutto cellule cianofile comuni.

Nell' ipofisi dei capponi assai frequentemente si trova una forma particolare di elementi eosinofili, che non si è mai riusciti a veder nell' ipofisi dei galli. Mentre in questi animali si vedono soltanto cellule eosinofile non molto grandi, con protoplasma colorato uniformemente in rosso, nell' animale castrato oltre a queste cellule eosinofile comuni compaiono spesso dopo un certo tempo elementi grandi con nucleo ora centrale, ora eccentrico, con protoplasma finamente granuloso, colorato fondamentalmente dalla ematossilina e contenente un vario numero di globuli di diversa grandezza, tinti intensamente dalla eosina. Tali globuli nei pezzi fissati col liquido di Flemming reagiscono per lo più in nero, e col successivo trattamento colla soluzione di verde di metile si colorano in verde, il

che gli ravvicinerebbe ai comuni plasmosomi. Anche tra questi elementi e gli altri della ipofisi esistono forme intermedie, che fanno pensare alla possibile reciproca trasformazione.

La presenza di questi speciali elementi è però lungi dall'essere stata assolutamente costante, nè ha avuto costante rapporto colla maggiore o minore completezza della castrazione nè col peso dell'ipofisi, il quale a sua volta se in alcuni capponi si è trovato maggiore che nei galli, in altri si è trovato minore indipendentemente dalla completezza e dalle modalità dalla castrazione, nonchè dalla durata dell'esperimento e dagli effetti prodotti sullo stato generale dell'organismo.

Le modificazioni del peso dell'ipofisi non hanno neanche avuto rapporto costante col peso di altri organi a secrezione interna, come il timo, le capsule surrenali e specialmente la tiroide.

Invece noi abbiamo veduto per lo più l'aumento di peso dell'ipofisi nel cappone accompagnato da un aumento di peso della milza e dei reni, aumento di peso che in generale è stato più spiccato dove più notevole si aveva il peso dell'ipofisi, mentre talvolta è esistito all'infuori dell'aumento di peso dell'ipofisi stessa.

Questi fatti rendono poco probabile che le modificazioni ponderali e microscopiche dell'ipofisi, quando esistono nel cappone, siano direttamente collegate alla mutilazione testicolare, ma è logicamente probabile che siano subordinate a processi differenti, forse del ricambio organico, che tanto nel cappone si modifica.

In ultimo merita di esser rilevato lo stato del cuore, il cui peso nei capponi si è con una certa costanza trovato inferiore a quello dello stesso organo dei controlli; e crediamo non sia inopportuno ricercare quanto tale modificazione del cuore debba andar riferita a possibili modificazioni della pressione sanguigna nel cappone, legate anche all'arresto che in questi animali si ha della funzione degli organi vocali.

***

Ringraziamo il nostro maestro Prof. Guarnieri pei saggi consigli, coi quali ci ha guidato in queste nostre ricerche.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. I. — Ocul. 2. Ob. 8* Kor. t. a 160 mm. — Sezione d'ipofisi del gallo della IV coppia. — Zona in cui abbondano le cellule eosinofile.

Fig. II. — Ocul. 4 comp., Ob. $^1/_{15}$ imm. omog. t. a 160 mm. — Sezione d'ipofisi del cappone IX, castrato per mano dell'allevatore. Zona contenente cellule grandi cariche di globuli eosinofili.

Fig. III. — Ocul. 2. Ob. 2 Kor. t. a 160 mm. — Sezione d'ipofisi del gallo della VII coppia.

Fig. IV. — Ocul. 2. Ob. 5 Kor. t. a 160 mm. — Sezione d'ipofisi del toro II R. — Zona in cui abbondano le cellule eosinofile.

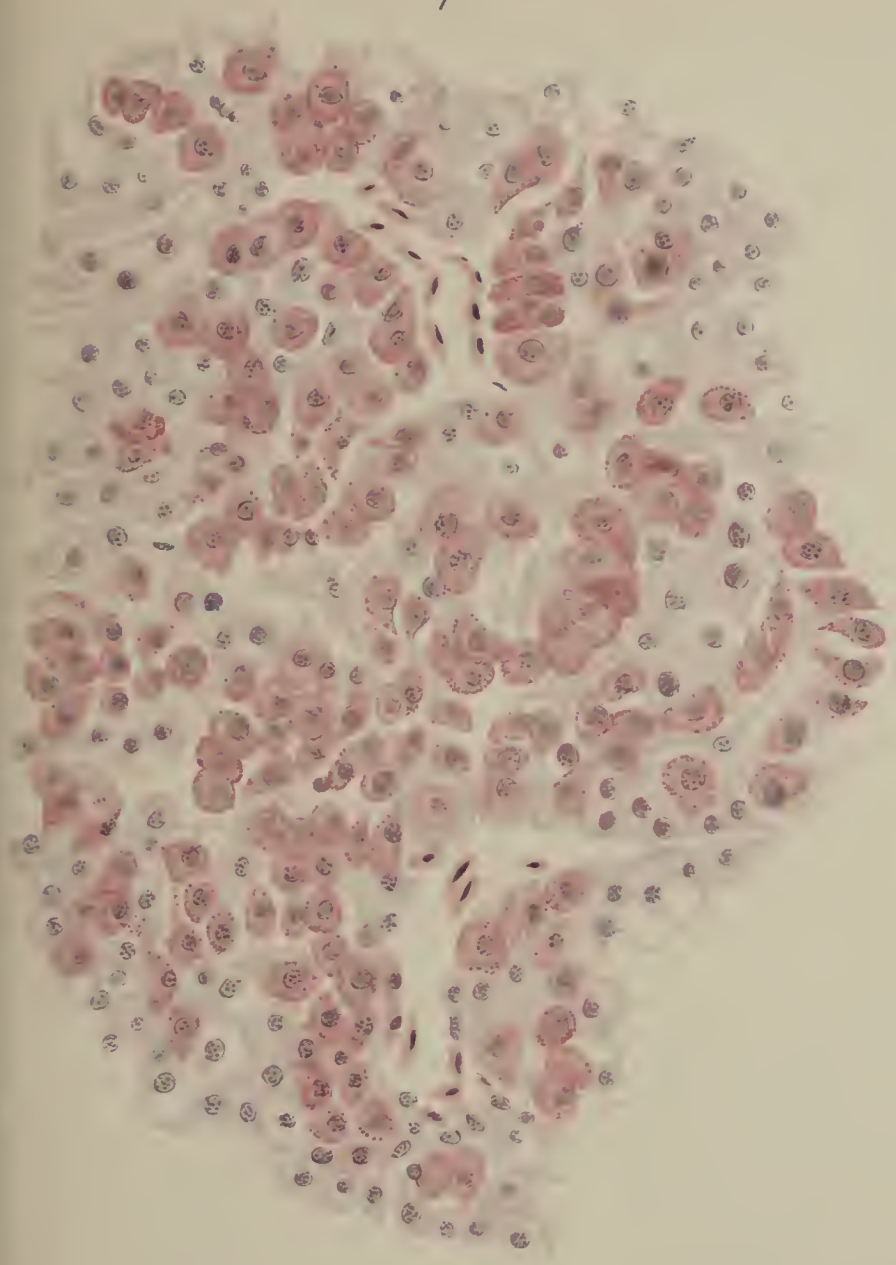
Fig. V. — La stessa sezione della fig. IV. — Zona in cui le cellule eosinofile sono scarse.

Fig. VI. — Ocul. 2. Ob. 5 Kor. t. a 160 mm. — Sezione d'ipofisi di coniglio normale. — Zona postero-laterale del lobo anteriore in cui abbondano le cellule eosinofile.

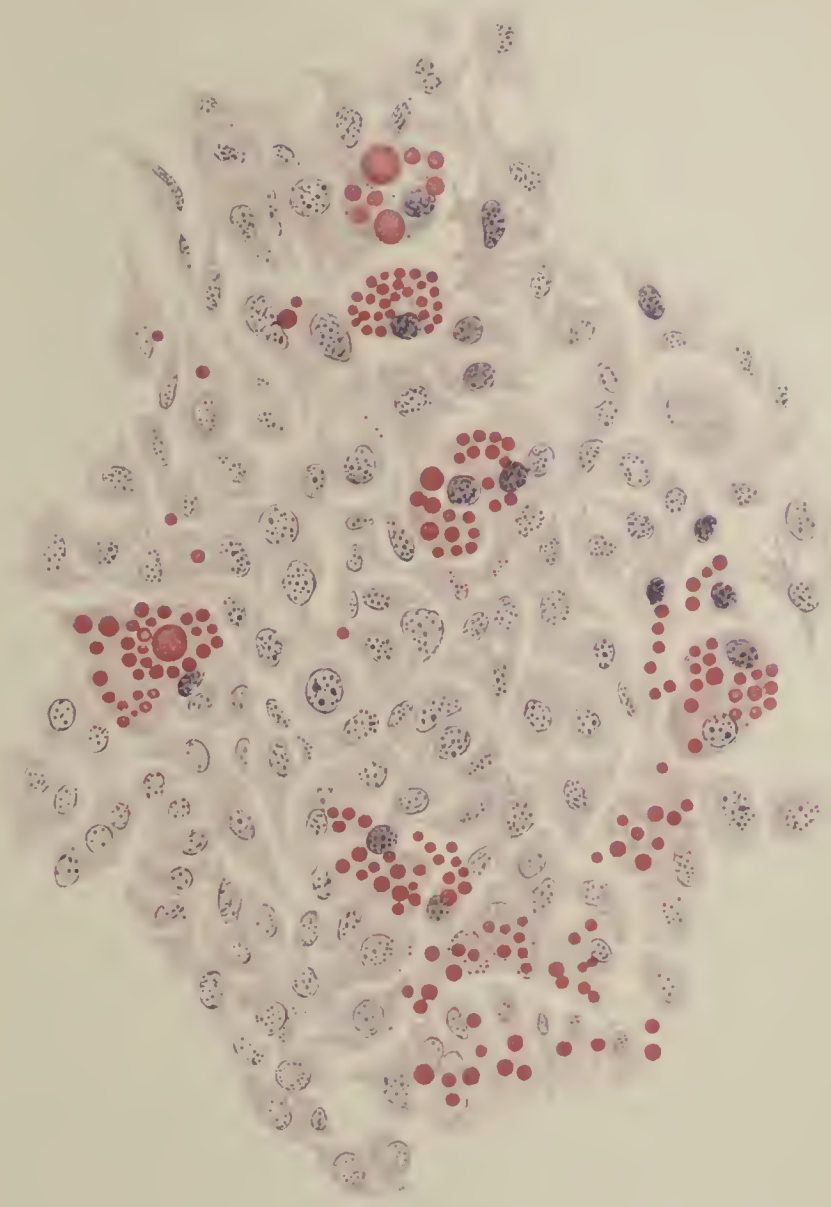
Fig. VII. — La stessa sezione della fig. VI. — Zona centrale del lobo anteriore in cui le cellule eosinofile sono scarse.

Fig. VIII. — Ocul. 2. Ob. 5 Kor. t. a 160 mm. — Sezione d'ipofisi del coniglio II, 90 giorni dopo la orchiettomia bilaterale. — Zona centrale del lobo anteriore ed omologa à quella della fig. VII.

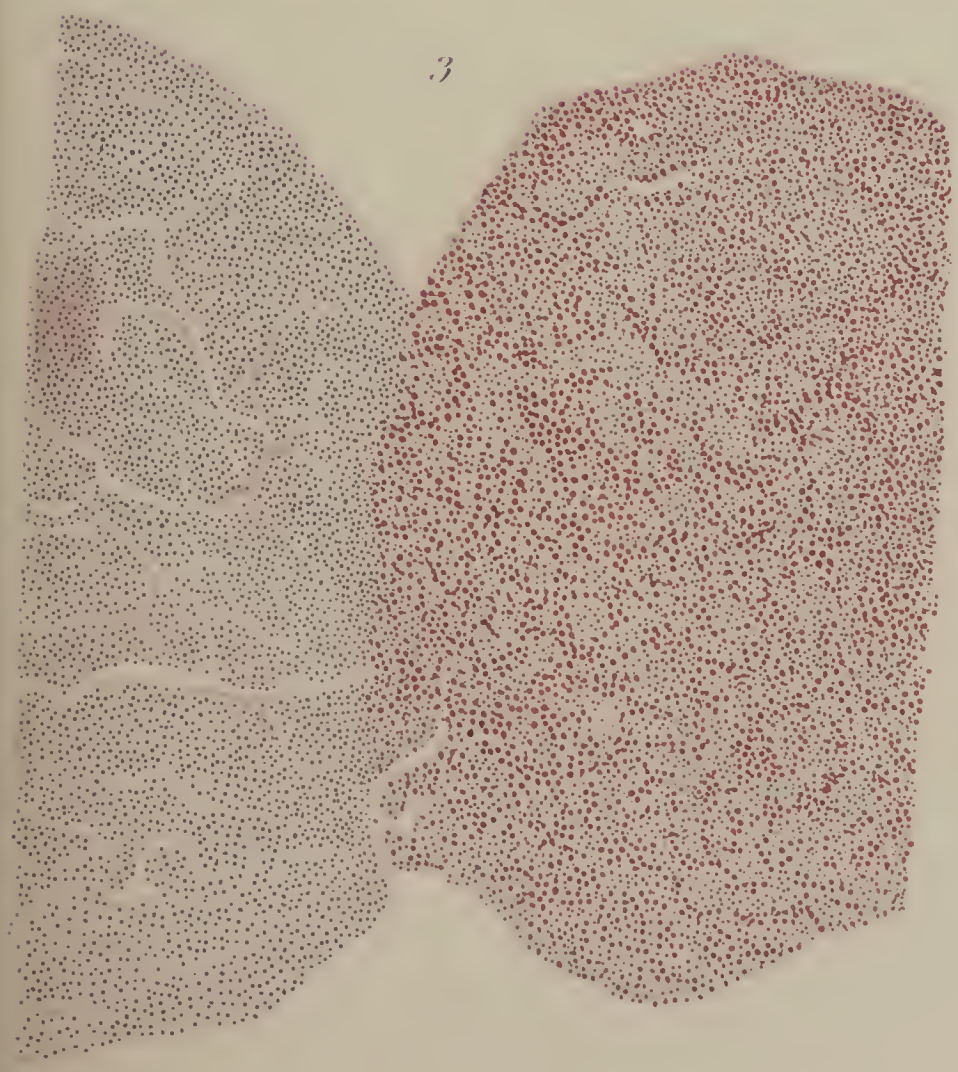
1



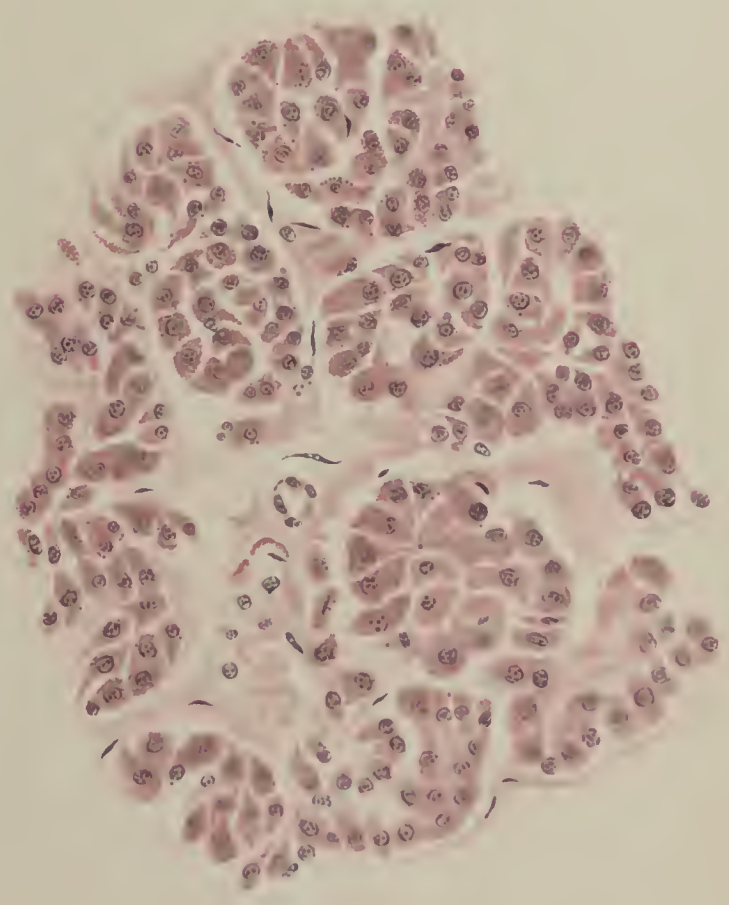
2



3



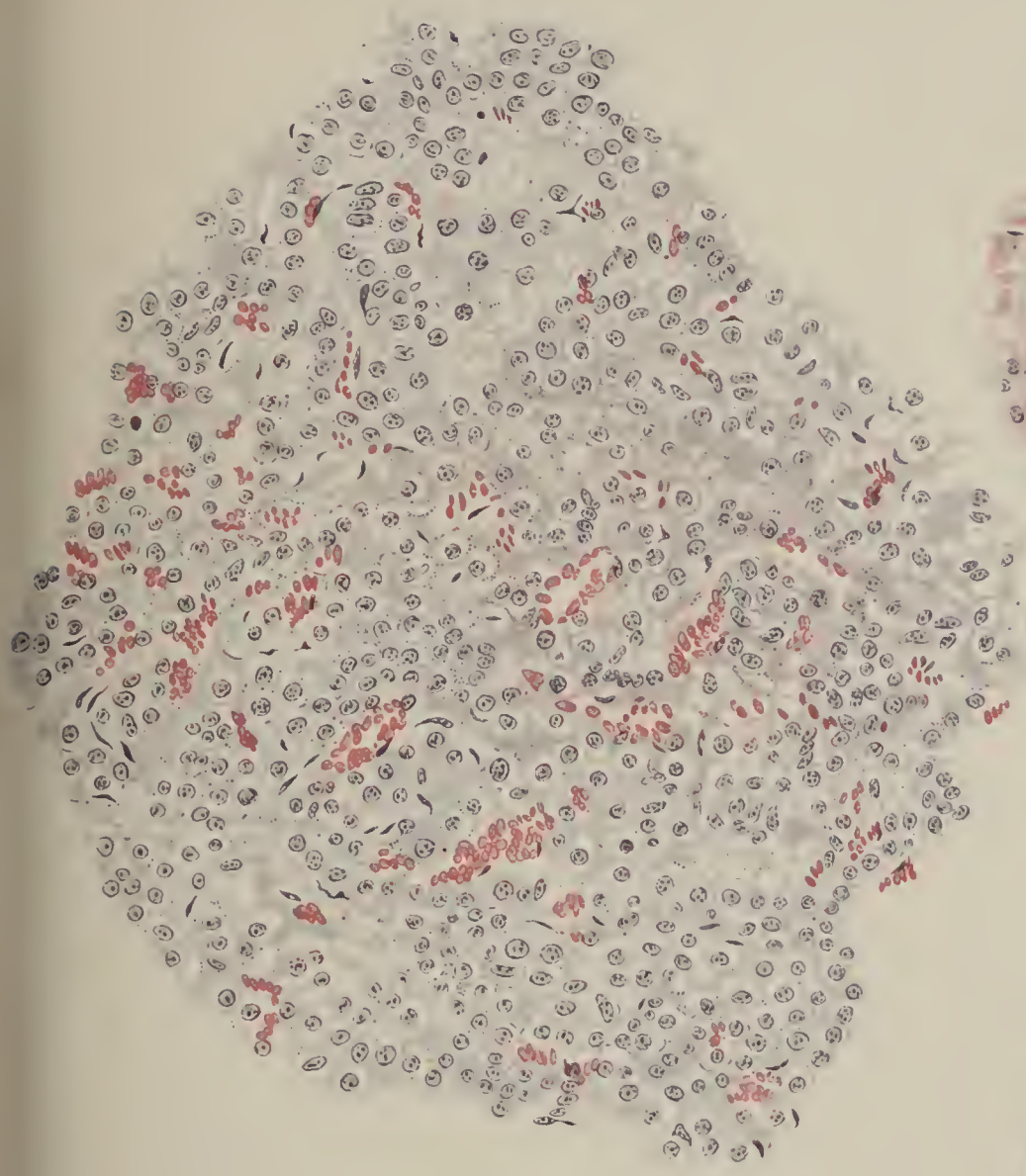
4



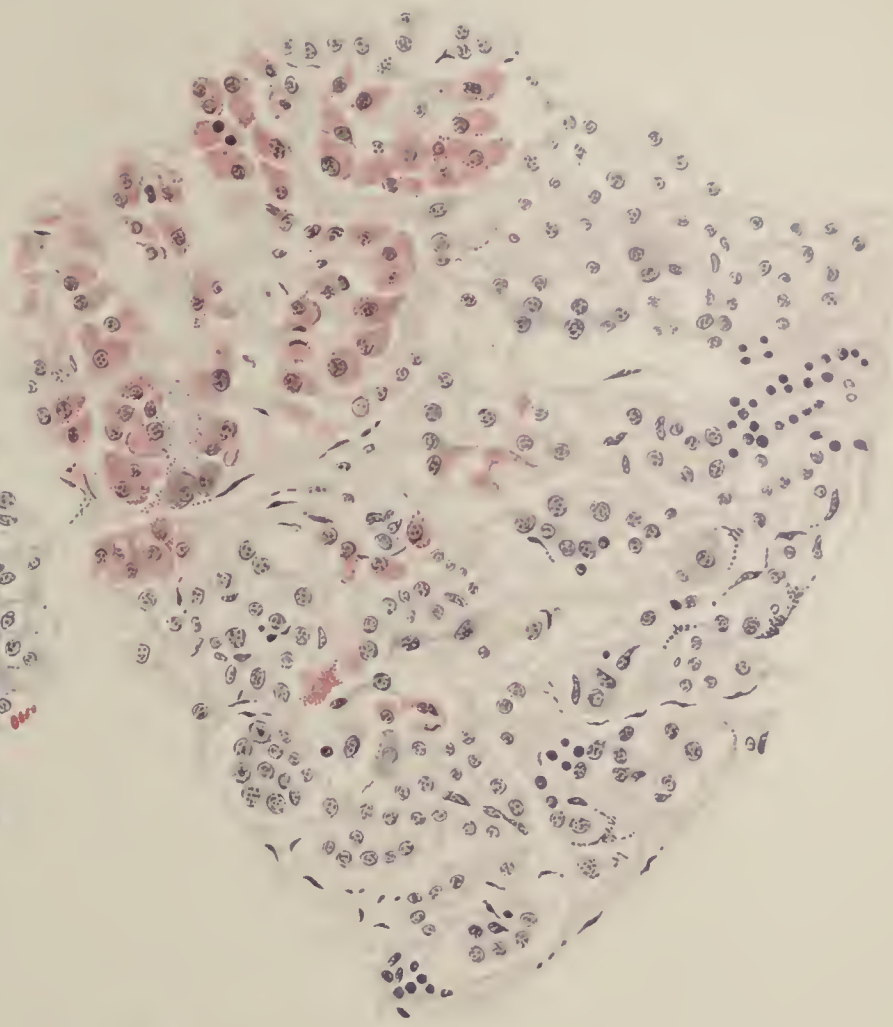
A. Marrassini ed L. Luciani — *Sui reperti ottenuti nell'ipofisi ed in altri organi glandolari degli animali castrati.*

THE LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY OF ILLINOIS

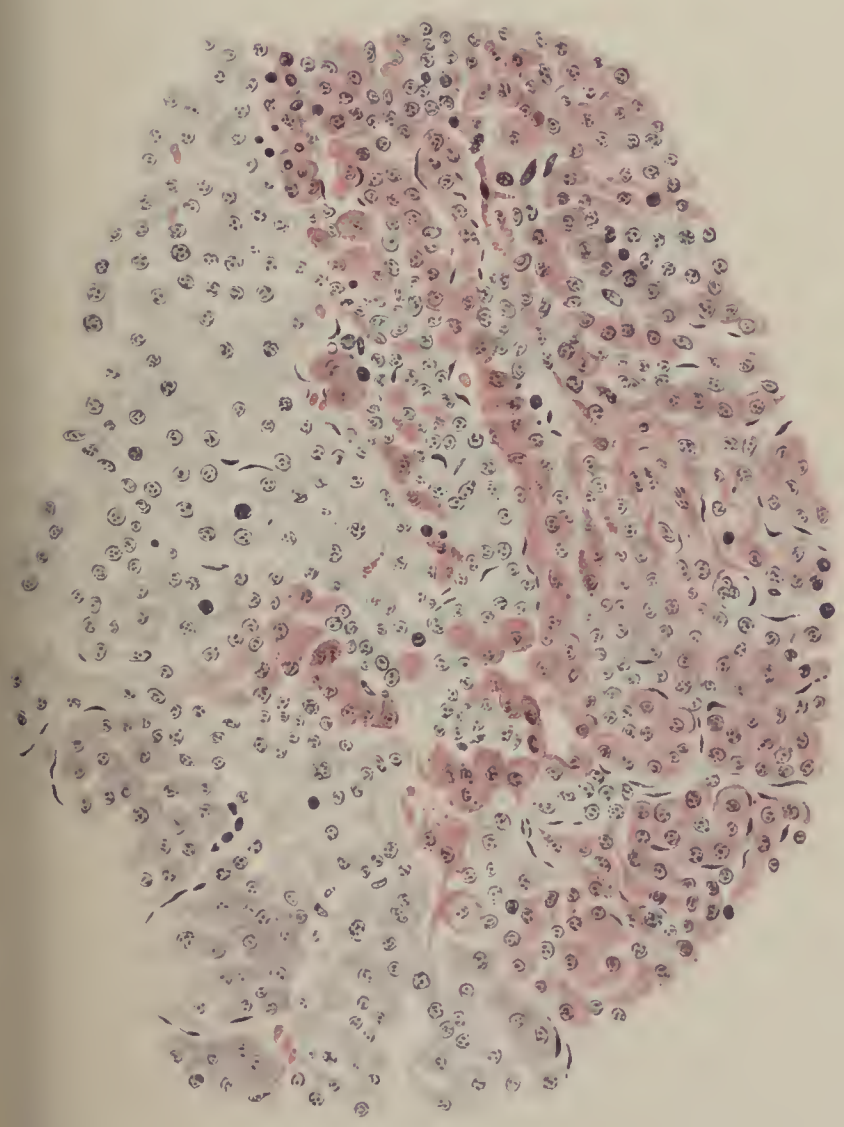
8



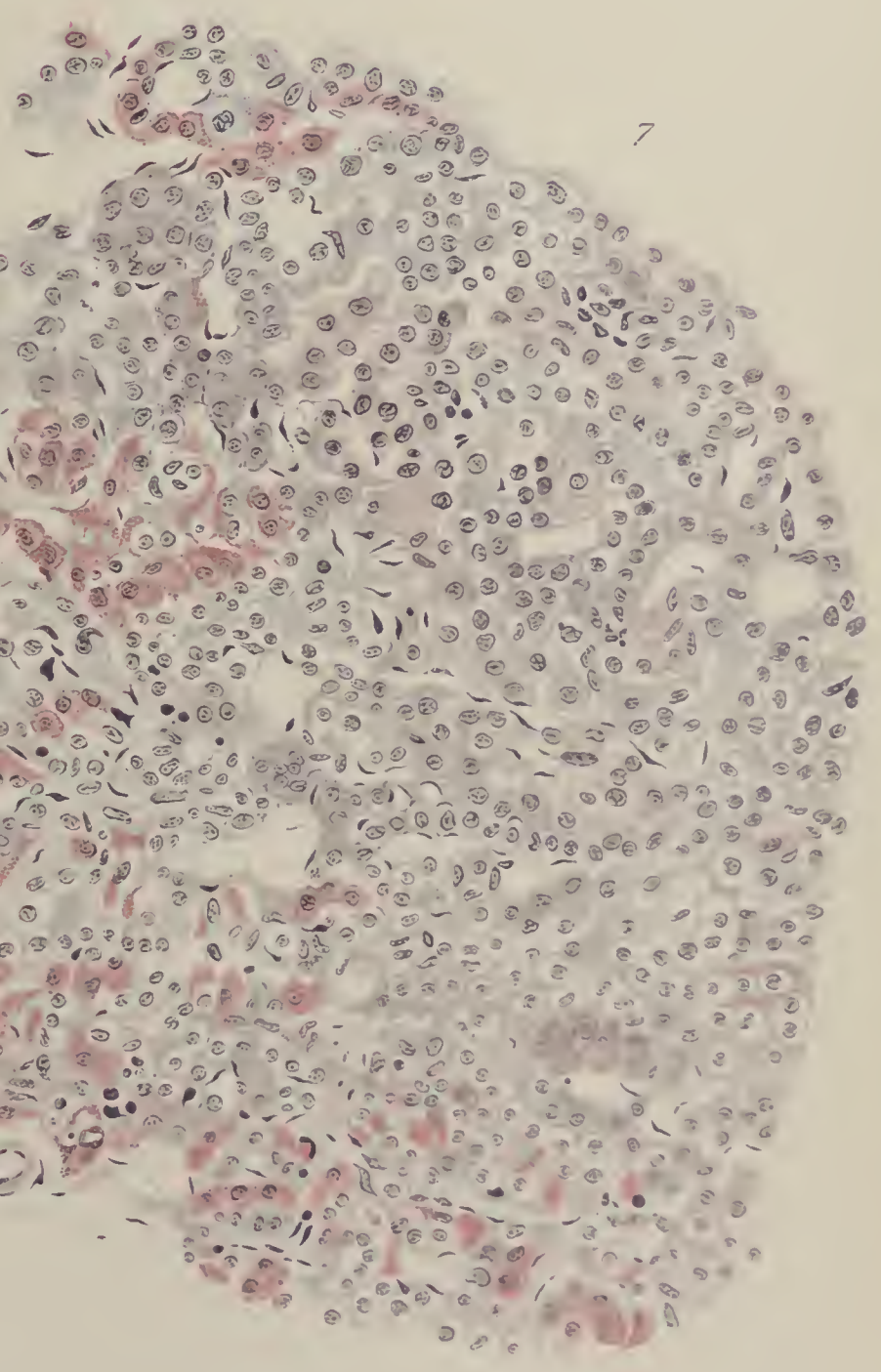
5



6



7



A. Marrassini ed L. Luciani — *Sui reperti ottenuti nell'ipofisi ed in altri organi glandolari degli animali castrati.*

THE LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY OF ILLINOIS

Carlo Negro

Questioncelle sulla precipitazione atmosferica

V.

Quantitá d' acqua nelle nuvole e nella neve.

Qual' è la quantità d' acqua allo stato liquido che si trova in una nuvola? Qual' è l' equivalente in acqua della neve, o, ciò che è lo stesso, qual' è la densità della neve? A queste due domande si cerca di rispondere nel presente scritto. Alla prima questione si riannoda lo studio della distanza visiva in un mezzo torbido, ed alla seconda lo studio della conduttività termica della neve, studi che troveranno il loro sviluppo a tempo opportuno.

A.

Uno studio sistematico sulla quantità d' acqua contenuta nelle nuvole, il miglior del genere, fu fatto dal Conrad (1). Prima di abbordare le nuvole naturali, studiò nubi artificiali anche per conoscere a qual metodo fosse da dare la preferenza. La produzione delle nuvole è semplicissima, basta produrre un getto di vapore saturo in un ambiente freddo.

In una prima serie di ricerche faceva passare attraverso ad alcuni tubi contenenti cloruro di calcio l' aria che teneva in sospensione la nube. Determinato l' aumento di peso ottenuto da 10 l. d' aria deduceva che per m^3 d' aria si avevano

gr. 2,94 di H_2O allo stato liquido

ed in una seconda determinazione fatta con lo stesso metodo e con ugual quantità d' aria si ottenne:

gr. 1,10

(1) *Denkschrif. Akad. d. Wien,* 1901.

ed in una terza, sempre con lo stesso metodo ma facendo passare 50 l. d' aria, si ebbe:

— 0,48 gr.

Tale discrepanza può essere spiegata pensando che è assai difficile avere nuvole omogenee, ma specialmente ricordando che in seno alla nuvola si hanno brusche oscillazioni di temperatura che possono generare errori sulle misure psicrometriche.

Altra ricerca fu fatta per riconoscere se la direzione del getto di vapore avesse influenza sui valori. A tale scopo si rivolsero i tubi verso il getto, aggiungendo inoltre un imbuto con la bocca rivolta alla nuvola, e si ebbe così per m^3

gr. 5,529 di H_2O liquida

Questo è importante perchè sta a dimostrare che sui valori che si possono osservare in nuvole vere ha una notevole influenza la direzione del vento. E questo viene confermato da due altre ricerche in cui furono posti bensì i tubi ad angolo retto con la direzione della nuvola, ma venne diminuita la velocità delle particelle, si ottenne in esse sempre per m^3

gr. 9,47 , gr. 4,97

Con il metodo di assorbimento si parte dunque da un valore negativo e si giunge fino a gr. 9,47 per m^3 d' aria: poco assegnamento si può fare su di esso.

Il Conrad pensò allora di riempire un recipiente con l' aria in cui è sospesa la nuvola, ed a tale scopo fatto il vuoto in un' ampia bottiglia, la si portava in seno alla nuvola. Aperto un largo robinetto, la bottiglia si riempiva dell' aria della nuvola in $1{,}5^s$ circa: non rimaneva che far passare quest' aria attraverso a tubi contenenti cloruro di calcio per poter conoscere la quantità di H_2O liquida.

Come media di 9 determinazioni fatte con bottiglie della capacità di l. 5,72 e l. 5,51 ebbe per m^3 d' aria:

t. C	H_2O gas	H_2O liquido	H_2O totale
24,9	gr. 22,98	gr. 15,74	gr. 38,72

Come controllo di questo metodo portò una campana, ac-

curatamente privata da ogni possibile traccia di vapore acqueo condensato, in seno alla nuvola, e dopo averne chiusa la bocca con una lamina, trattava l'aria contenuta come quella delle bottiglie delle ricerche antecedenti.

Come media di 4 determinazioni ebbe per m^3 d'aria:

t. C	H_2O gas	H_2O liquido	H_2O totale
25,2	gr. 21,52	gr. 15,66	gr. 37,18

Facendo la media delle ricerche di questi due ultimi gruppi, si ha:

t. C	H_2O gas	H_2O liquido	H_2O totale
25,0	gr. 22,25	15,70	37,95

Valori così alti sono spiegati dal fatto che la nube artificiale era densissima, tanto che ad 1 m. di distanza il generatore della nuvola era invisibile.

***

Premesse queste determinazioni, il Conrad nel luglio 1899 sullo Schneeberg (m. 1884) presso Vienna, nello stesso anno sullo Schafberg (m. 1798), e nel giugno, luglio ed agosto 1903 sul Sonnblick (m. 3106) abbordò lo studio delle nuvole vere. Non riporteremo qui tutti i valori, ma solo quelli che riguardano lo Schneeberg ed il Sonnblick, perchè lo Schafberg ha quasi la stessa altezza dello Schneeberg.

Per distanza visiva s'intende la distanza a cui gli oggetti cessano d'avere i contorni netti.

Schneeberg

	ora	t. C	Dist. vis.	H_2O totale	H_2O gas	H_2O liquido
1 luglio	$16^h\,30^m$	8,4	m. 22-30	11,28	8,24	3,04
2 luglio	17,30	8,3	22-30	11,05	8,28	2,77
	19,40	7,2	30	10,38	7,76	2,62
	15,00	8,0	33-38	9,76	8,22	1,54
	16,00	8,3	38-60	9,36	8,28	1,08
	21,30	7,8	circa 80	8,15	7,73	0,42

Sonnblick

Ora	t. C	Dist. vis.	H_2O totale	H_2O gas	H_2O liquido
22 giugno 17h 10m	—0,9	m. 27	gr. 6,95	gr. 4,61	gr. 2,34
29 giugno 20,15	+0,5	30	7,88	5,01	2,87
11,15	—1,0	34	3,98	2,28	1,70
19,0	+5,5	35	8,48	6,99	1,49
13,30	—1,0	75	3,70	3,20	0,50
17,30	0,0	80	3,71	3,36	0,35

Interessante è il fatto che in qualunque nuvola l'acqua allo stato liquido è sempre in quantità minore che l'acqua allo stato gassoso.

La dipendenza fra distanza visiva e quantità di H_2O liquida vien posta in evidenza dalla seguente tavola (Conrad)

Distanza visiva	H_2O per m^3
m. 20	gr. 4,46
28	2,76
35	1,58
48	0,99
70	0,50
80	0,38

numeri che riportati in un sistema di assi cartesiani ortagonali danno una curva che si mostra assintotica agli assi. Da essa si potrebbe dedurre che per una distanza visiva di 150 m., praticamente non esisterebbe acqua in forma liquida: come pure se la nuvola avesse 9 gr. d'acqua liquida per m^3, la distanza visiva sarebbe ridotta a 12 m.

Questi numeri si prestano ad alcune considerazioni. Non è raro nella valle padana che la nebbia sia così fitta da non poter scorgere più alcun oggetto alla distanza di una ventina di metri. Quale è la quantità d'acqua liquida che in tali casi è sospesa nell'aria?

Per un calcolo che può rispondere solo grossolanamente ad una tale domanda, supponiamo che per uno stato di 100 m. si abbia nebbia omogenea e che per ogni m^3 si abbiamo gr. 4,46 di H_2O liquida. Il volume di un prisma la cui base sia di 1 Km^2 e l'altezza 100 m. è $m^3\ 1000^2 \times 100 = m^3\ 10^8$: quindi

in tale prisma si avranno d'acqua liquida gr. $4{,}46 \times 10^8$ pari a 446 m^3.

E non è meno facile trovare il numero delle gocce sospese in 1 m^3: ammettiamo che si abbiano per m^3 gr. 4,5 di acqua e che il diametro di ogni corpuscolo sia $2r =$ cm. 0,002.

Si può scrivere, se x è il numero delle goccie che riunite pesano 1 gr.,

$$x \frac{4}{3} \pi 0{,}001^3 = 1$$

da cui

$$x = \frac{3}{4\pi 0{,}0013} = 240.10^6 \text{ circa}$$

Se quindi per m^3 si hanno gr. 4,5 d'acqua liquida il numero delle goccioline per m^3 sarà

$$4{,}5 \times 240 \times 10^6 = 10^9 \text{ circa}$$

Ora in 1 m^3 si hanno precisamente 10^9 mm^3, quindi se la distribuzione in seno alla nuvola fosse omogenea, ci sarebbe una gocciolina per mm^3 e nell'ipotesi che il diametro di ciascuna sia di mm. 0,02 un corpuscolo nebulare, da quelli che gli sono prossimi, avrebbe una distanza cinquanta volte maggiore del diametro.

Una delle spiegazioni date per la formazione delle gocce di pioggia dagli elementi nebulari, è che uno di essi nel suo moto di discesa si aggreghi tutte le goccioline sottostanti: ora dal semplice calcolo fatto si deduce che se una nuvola ha lo spessore di 1 Km., sempre nelle ipotesi fatte, su una verticale si hanno 10^6 goccioline, le quali unendosi darebbero una goccia del peso di

$$\text{gr. } \frac{4}{3} \pi . 0{,}001^3 \times 10^6 = \text{gr. } 0{,}00418$$

cioè di mgr. 4,18 (1).

---

(1) v. in proposito, *Rivista* 1910, giugno.

Il Wagner (1) in occazione di alcune ricerche fatte sul Sonnblick nel luglio 1908 sugli elementi delle nuvole misurò pure la quantità d'acqua liquida contenuta in un dato volume d'aria. Riempiva a tale scopo un recipiente della capacità di litri 13,6 con aria ambiente, che passando poi attraverso a tubi in cui si trovava una sostanza igrofila, cedeva tutta l'acqua. Si trovò da 22 determinazioni

acqua liquida	media	gr. 2,00	per m^3
	massimo	4,84	»
	minimo	0,12	»

Pure il Wagner trovò che l'acqua liquida è sempre in quantità minore che l'acqua allo stato aeriforme, e dalle misure fatte contemporaneamente sulla distanza visiva dedusse che questa è inversamente proporzionale alla quantità d'acqua liquida.

A complemento si può ricordare che Schlegintweit nel 1851 (2) sul gruppo del M. Rosa a 3152 m. aveva trovato per m^3 di nuvola gr. 2,79 di acqua liquida: il metodo seguito fu di aspirare l'aria facendola attraversare una sostanza igroscopica. La temperatura media fu $t = 3{,}2^0$.

---

(1) *Meteor. Zeitsch.*, 1909, pag. 371. Un fatto molte volte constatato e che pure al Wagner toccò verificare è quello che riguarda le indicazioni dell'igrometro a capello. Sul Sonnblick nel luglio 1908 quattro di tali igrometri con nebbia fitta indicarono sempre umidità relativa superiore ai 100 %: se il sole era visibile attraverso alla nebbia l'U. R. si abbassava al di sotto del punto di saturazione. Questo fatto che troppo spesso si vuole attribuire a difetto di strumento è invece di capitale importanza tanto per la generazione di nuovi corpuscoli nebulari, quanto per l'aumento di volume di quelli già esistenti. È necessario ammettere la generazione di nuovi corpuscoli quando si pensi alla facilità con cui la nebbia da leggera passa ad essere fitta. Siccome poi in tal caso le gocce si depositano assai numerosi sui corpi con cui vengono a contatto, se essa non si va diradando bisogna ritenere che si formino nuovi corpuscoli.

L'aumento di volume delle gocce esistenti non ha bisogno di spiegazione.

(2) cit. in CONRAD, pag. 1.

Dines (1) trovò per t = 21, gr. 2,1: al cloruro di calcio aveva sostituito l'acido solforico; quanto al metodo ricorse all'aspirazione.

Fugger (2) in Salzburg durante le nebbie invernali fece ricerche del genere: ma i valori da lui ottenuti presentano troppa incertezza, anche per il fatto che quasi sempre la temperatura fu inferiore al punto di gelo; e tutti ben sanno quale sia la difficoltà in tal caso di determinare con quella esattezza che qui è necessaria, l'umidità dell'atmosfera con lo psicrometro. Riportiamo ugualmente i suoi risultati:

t	Distanza visiva	H_2O totale	H_2O non gas
— 2,0	m. 140	gr. 3,29	0,91 per m^3
— 4,0	200	3,09	0,61
+ 1,6	140-200	3,55	1,89
— 15,4	120	1,25	0,37
— 5,8	120	1,90	1,26
— 5,0	50	2,60	0,80

Essendosi parlato di distanza visiva benchè si rimandi a tempo migliore lo studio della questione, non sarà inopportuno dire fin d'ora due parole.

Il Trabert (3) partendo da considerazioni teoriche che non è il caso di esporre qui giunge alla conclusione che: l'estinzione della luce in un mezzo torbido è direttamente proporzionale alla quantità della materia intorbidante contenuta nell'unità di volume ed inversamente proporzionale al raggio delle particelle. Siccome la distanza visiva è inversamente proprorzionale all'estinzione della luce, così essa è direttamente proporzionale al raggio dei corpuscoli ed inversamente alla quantità della materia intorbidante (4).

---

(1) id pag. 2.
(2) id pag. 3.
(3) *Meteor. Z.*, 1901, pag. 518.
(4) Ad una relazione abbastanza semplice, pure avendo un' equazione trascendente, si perviene con le seguenti considerazioni.

Si ha quindi

$$X = C\,\frac{r}{q} \qquad (1)$$

dove

$$C = \frac{4\,\delta\,(\log I_0 - \log I)}{3\,\alpha\,.\,0{,}4343}$$

essendo $\delta = 1$ per l'acqua; $\alpha =$ una costante da determinare; I_0 ed I rispettivamente l'intensità luminosa originaria e l'intensità quando l'oggetto non si vede più nettamente. Siccome I è una grandezza la cui determinazione varia da persona a persona, una notevole arbitrarietà domina pure nella (2).

Se I è l'intensità luminosa e dI la diminuzione corrispondente allo spazio percorso dx, ammesso che

$$dI = -\varepsilon I\,dx$$

pur integrando si ha

$$I = I_0\,e^{-\varepsilon x} \qquad (1)$$

dove $I_0 =$ intensità per $x = 0$, e dove ε è funzione della lunghezza d'onda, del numero e delle dimensioni delle particelle che intorbidano il mezzo e della loro costante dielettrica.

L'intensità luminosa di un punto alla distanza r, anche astraendo dal coefficiente di estinzione ε, è ridotta ad $I_0 : r^2$, quindi dalla (1) si ha

$$I = \frac{I_0}{r^2}\,.\,e^{-\varepsilon r}$$

e facendo $e^{-\varepsilon r} = p$, si ha

$$I = \frac{I_0}{r^2}\,.\,p^r$$

La distanza visiva R è data dal fatto che I sia al di sotto del valore necessario per agire sull'occhio: indicando quindi con I' un tale valore limite si ha

$$I' = \frac{I_0}{R^2}\,.\,p^R \qquad (2)$$

Equazione che permette di conoscere R. Nel caso della nebbia con particolari semplificazioni si giunge alla relazione

$$\rho = R\sqrt{p\rho}$$

dove ρ = distanza visiva con la nebbia (1).

Intanto però si può osservare che la (1) spiega il fatto che con pioggie anche violente la distanza visiva può essere assai rilevante, mentre con nebbie anche non fitte decresce rapidamente la distanza a cui si possono vedere nettamente gli oggetti. Ciò dipende dal raggio delle goccie che è grande nel primo caso, piccolissimo nel secondo.

B.

Il Chistoni (2) in un suo studio sulla precipitazione in Modena si trovò a dover risolvere il problema di calcolare l' equivalente della neve in acqua. Dall' ottobre 1894 in poi funziona nell' osservatorio un nevometro di zinco a forma di tronco di cono circolare retto: la base maggiore è del diametro di cm. 61 e l' altezza di cm. 80. La base superiore porta una fascia cilindrica del diametro interno di cm. 35,68 e dell' altezra di cm. 17. Cessata la neve si prende l' apparecchio e portatolo in una opportuna stufa, si misura l' acqua derivata dalla fusione. Ma per le osservazioni fatte prima del 1894 dovette tener conto di un numero limitato di misure, scartando p. es. tutte quelle che davano l' equivalente in acqua dopo abbondanti nevicate, specialmente se l' acqua non era misurata immediatamente dopo la nevicata. Trovò così come rapporto dell' altezza della neve all' altezza dell' acqua di fusione 0,1. Però osserva lo stesso Chistoni che si può avere, a seconda della qualità della neve, un' oscillazione compresa fra 0,12 e 0,08.

---

(1) V. Pernter *Meteorologische Optik*; Wien, 1910; pag. 663.
(2) *Memorie R. Accad. di Modena*; 1896, pag. 64 e seg.

L' ing. Videmari (1), nell' osservatorio di Sestola (Modena) misura la densità della neve partendo dall' altezza che essa raggiunge.

Se si divide l' altezza della neve per l' altezza dell' acqua di fusione, si ottiene precisamente la densità. Dalle determinazioni fatte nel periodo 1900-907 si deduce la tavola seguente:

	gennaio	febbraio	marzo	aprile	ottobre	novembre	dicembre
Densità	0,067	0,066	0,085	0,073	0,190	0,099	0,091
N. dei casi	64	73	51	20	5	20	59

Secondo Brake (2) si avrebbe lungo l' anno:

	gennaio	febbraio	marzo	aprile	novembre	dicembre
Densità	0,154	0,185	0,240	0,257	0,157	0,098

I valori più bassi nei mesi freddi ed i più alti nei mesi relativamente caldi è una conseguenza della particolare struttura della neve, secca e spesso pulverulenta nel primo caso, umida e facilmente trasformabile in acqua, di cui spesso racchiude goccie, nel secondo.

E. Hamberg (3) dalle misure fatte nella stazione meteorologica di Skeppsholmen deduce che il rapporto fra l' altezza dell' acqua di fusione e l' altezza della neve è 0,091 in media quando la temperatura sia inferiore allo 0°; può essere minore con grandi cadute di neve e maggiore con piccole nevicate; come pure una leggera discrepanza del valore medio fu da lui trovata quando passava dallo strato superficiale agli strati inferiori.

J. Gheury (4) nell' inverno 1908-09 fece determinazioni sulla densità della neve, asportando un determinato volume di essa dallo strato da cimentare, e dal peso deduceva la densità.

---

(1) cit. in Eredia. *Sulla misura della neve.* Riv. Meteor. Agr.; Novembre 1908.

(2) id.

(3) cit. in Eredia. *La precipitazione in Italia,* Ann. Uff. Centr. Meteor. XXVII, 1905, pag. 7.

(4) *Monthly Weather Review*, 1909, pag. 98.

Ottenne egli i valori

	Dicembre	Febbraio	Marzo
	0,045	0,091	0,061
	0,087	0,095	0,065
	0,100	0,170	0,081
	0,105	0,177	0,067
	0,098		0,079
Media	0,087	0,133	0,071

Questi valori sono il risultato di tutte le determinazioni fatte cioè di quelle riguardanti la neve appena caduta sotto qualunque forma essa si presentasse, e di quelle fatte sulla neve caduta da parecchio tempo e giacente sotto altra caduta successivamente. La media di tutte le determinazioni sarebbe

$$d = 0{,}097$$

Che se invece si vogliono i soli valori della neve appena caduta, e formante lo strato superficiale si avrebbe:

	Dicembre	Febbraio	Marzo
media	0,077	0,093	0,067
N. dei casi	3	2	2

Il valore più basso ottenuto fu di 0,013 corrispondente ad esillissimi aghetti di ghiaccio; il più alto, non tenendo conto dei casi in cui il ghiaccio aveva incominciato a fondere fu di 0,169 corrispondente a granellini rotondi di 1 mm. di diametro, strettamente uniti.

Il 30 dicembre era caduto un leggero strato di neve formata da minuti grani cristallini, separati l' uno dall'altro, come sabbia. Si trovò $d = 0{,}101$. Siccome sotto questo strato ne giacevano altri due risultanti dalla neve caduta il 27 ed il 28 dello stesso mese, il Gheury ne determinò nuovamente la densità; orbene i valori ottenuti il giorno 30, posti a confronto con quelli ottenuti nel giorno stesso della nevicata, sono:

neve	appena caduta	dopo 2 (3) giorni
del 27	0,045	0,105
28	0,087	0,091
Media	0,066	0,098

l' altezza dei due strati insieme fu con neve fresca di cm. 23,50 ed il giorno 30 era ridotta a cm. 18,41.

Si può osservare quindi che se i valori ottenuti con neve appena caduta sono minori da quelli trovati dopo alcuni giorni, e pure lo strato si è trovato abbassato, è verosimile che l'aumento della densità si debba ascrivere alla compressione subìta per il peso degli strati superiori.

Evidentemente la pressione degli strati superiori porta un aumento sulla densità della neve sottostante: dalle ricerche di Abe, Okada (1) deduce la tavola.

profondità cm.	5	15	25	35	45	55	65
densità	0,188	0,236	0,250	0,290	0,346	0,349	0,349

valori abbastanza ben rappresentati dalla formola

$$d = 0{,}1695 + 0{,}0037\,z$$

dove z = profondità; d = densità.

Sulla dipendenza della densità dalla profondità esistono pure ricerche fatte dal Defant sul Sonnblick durante l' agosto del 1908. Un' idea dei valori ottenuti è dato dalla seguente tavola (2), dove in A sono riportati i valori di una stessa località ed in B le medie dei valori di varie altre località.

Profondità cm.		12,5	37,5	62,5	87,5	112,5	137,5	162,5	187.5
Densità	A	0,280	0,388	0,515	0,**632**	0,608	0,538	0,534	0,542
	B	0,236	0,344	0,505	0,**564**	0,545	0,594	0,674	0,795

Profondità	212,5	237,5	262,5	287,5	312,5
Densità A	0,556	0,556	0,583	0,578	0,607

Ricorrendo alla rappresentazione grafica il massimo della densità per A cadrebbe alla profondità di cm. 82 e per B di cm. 70. La ragione di questo fatto bisogna cercarla nella pioggia che cadde sul principio delle osservazioni. Rimase bagnato uno strato superficiale che poi per successivo freddo formò una crosta ghiacciata dello spessore di 10 cm., sulla quale venne poi a deporsi altra neve.

---

(1) *Meteor. Zeits.*, 1908, pag. 461.
(2) *Meteor. Zeits.*, 1909, pag. 363.

Di solito si ammette che la densità della neve sia proporzionale alla profondità, si abbia cioè indicando con ρ la densità e con z la profondità

$$\rho = \rho_0 + az$$

ma questa relazione è inesatta in troppi casi.

Indicando con p la pressione della neve alla profondità z si ha

$$\rho\, dz = dp \qquad (1)$$

Se ora densità è proporzionale alla pressione, se cioè

$$\rho = \rho_0 + \mathrm{K}p$$

da cui

$$d\rho = \mathrm{K}\, dp$$

si ha per la (1)

$$d\rho = \mathrm{K}\rho\, dz$$

ed integrando

$$\log\rho = \log\rho_0 + \mathrm{K}z$$

Nel caso presente si avrebbe :

$$\text{per A} \begin{cases} \text{da } z = 0 \quad az = 80 & \log\rho = \log 0{,}2404 + 0{,}00529\, z \\ \text{da } z = 162\; az = 312{,}5 & \log\rho = \log 0{,}4863 + 0{,}00025\, z \end{cases}$$

$$\text{per B} \begin{cases} \text{da } z = 0 \quad az = 70 & \log\rho = \log 0{,}1946 + 0{,}00663\, z \\ \text{da } z = 112{,}5\; az = 187{,}5 & \log\rho = \log 0{,}3198 + 0{,}00201\, z \end{cases}$$

Queste relazioni danno, con errori compresi nei limiti d'osservazione, l'andamento della densità in funzione della profondità.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE

Pilotto R. Stelle cadenti. Venezia, Stamp. Fabbris, 1911.

Andreini L. A. Come divulgare varie nozioni di Geografia matematica e come favorire lo studio di molte altre nel publico insegnamento (Estr. Opinione geografica. N. 8-9).

Stabile A. Elementi di Geodesia. Ditta Paravia; 1911.

Antoniazzi A. e Silva G. Misura diretta di una influenza perturbatrice locale sulla longitudine geografica dell'Osservatorio di Padova determinata nel 1875 (Atti R. Istituto Veneto di Sc. lettere ed arti. T. LXX).

Annuario astronomico pel 1912 publicato dal R. Osservatorio di Torino. (Torino, Tip. degli Artigianelli, 1912).

Boll. Sismologico dell'Osservatorio Ximeniano in Firenze. Bull. del Observat. de Vesara (Libáno). Bol. del Observatorio de Cartuja (Granada). Boll. Osservatorio Meteorico-Geodinamico in Valle di Pompei (Napoli) e del Osservatorio Morabito (Calabria).

Estratti di sommari di alcuni periodici ricevuti nel mese di Settembre 1911.

Atti R. Accad. dei Lincei. — N. 4.

Righi. Due nuove esperienze sui raggi magnetici. — *Id.* Dell'influenza del campo magnetico sull'intensità di corrente nell'aria rarefatta. — *Angeli e Alessandri*. Ricerche sopra gli azonicomposti. — *Porlezza*. Contributo alla conoscenza del secondo spettro dell'idrogeno. — *Bargellini e Martegiani*. Sopra alcuni derivati dell'ossiidrazione. — *Francesconi e Sernagiotto*. Azione del cloruro di nitrosile sull'essenza di Bupleurum fruticosum. — *Padoa e Santi*. Influenza degli auxocromi su la fototropia. — *Ciusa e Scagliarini*. Ricerche sulla stricnina e brucina. — *Parravano e Sirovick*. L'analisi termica nei

sistemi quaternari. — *Rosati*. Sulla fichtelite di Kolbermoor e Wunsiedel in Baviera. — *Pollacci*. Il parassita della rubbia e la Plasmodiophora Brassical Wor. Ricerche sui loro rapporti di affinità morfologica e fisiologica.

Id. — N. 5.

Mascarelli. Sulle due forme del decaidro-β-naftolo (Un caso particolare di stereochimica). — *Santi*. La fototropia negli idrazoli del furfurolo. — *Pavarino*. Malattie causate da bacteri nelle Orchidee.

Rendic. del Circolo matematico di Palermo. — Luglio-Agosto.

Pannelli. Sopra un carattere di una varietà algebrica a tre dimensioni. — *Appell*. Exemple de mouvement d'un point assujetti à une liaison exprimée par une relation non linéaire entre les composantes de la vitesse. — *Colonnétti*. Sul moto di un liquido in un canale. — *Sterneck*. Geometrische Ableitung des Satzes von de Morgan-Sylvester und seines Analogons für vier Summanden. — *Knopp*. Ueber Summen der form $a_0 b_n + a_1 b_{n-1} + \ldots + a_n b_0$. — *Bolza*. Ueber den Hilbert'schen Unabhängigkeitssatz beim Lagrang'schen Variations-problem. — *Weyl*. Konvergenzcharakter der Laplace'schen Reihe in der Ungebung eines Windungspunktes. — *Haar*. Ueber die Legendre'sche Reihe. — *Strazzeri*. Analisi intrinseca delle elicoidi con particolare riguardo a quelle ad area minima ed alle pseudosferiche.

Id. — Settembre-ottobre.

Strazzeri. (cont. e fine). — *Mohrmann*. Bestimmung aller Normalflächen mit transitiven automorphen Gruppen von projectiven Transformationen. — *Picone*. Rettifica alla Memoria: Sopra un problema dei valori al contorno nelle equazioni iperboliche alle derivate parziali del second'ordine e sopra una classe di equazioni integrali che a quello si riconnettano. — *Toeplitz*. Ueber die fourier'sche Entwickelung positiver Funktionen. — *Carathéodory*. Ueber den variabilitätsbereich der fourier'schen Konstanten von positiven harmonische Funktionen. — *Id.* und *Fejer*. Ueber den zusammenhang der Estremen hasmonische Funktionen mit ihren Koeffizienten und ueber den Picard-Londau'schen Satz. — *Fischer*. Ueber das Carathéodory'sche Problem. — *Jackson*. Ueber eine trigonometrische Summe. — *Bolza*. Bemerkungen zu der

Arbeit von Herrn H. Weber: Ueber den Satz von Malus für krummlinige Lichtstrahlen. — *Rémoundos*. Extension d'un théorème de M. Borel aux fonctions algébroïdes multiformes.

Il Nuovo Cimento. — Settembre 1911.

Lombardi L. Sulla magnetizzazione del ferro entro a campi continui ed a campi alternativi. — *Ercolini G.* Alcuni fenomeni magneto-elastici del ferro e del nichel. — *Occhialini A.* Scintille a basso potenziale. — *Grassi U.* Ancora su un problema e su alcune esperienze di diffusione. — *Cisotti U.* La ereditarietà lineare e i fenomeni dispersivi.

Bull. Soc. belge d'Astronomie. — Septembre 1911.

Boutquin A. La télégraphie sans fil appliquée à la météorologie, aux previsions du temps et à l'étude de la physique du globe. — *Eginitis D.* Sur la direction de la queue de la comète de Halley, le soir du 20 mai 1910. — *Moidreyde J.* L'insolation à Zi-Ka-Wei (chine). — *De Jans C.* Coup. d'oeil rétrospectif sur les essais d'explication de la foudre globulaire.

Bull. de la Soc. astronomique de France. — Octobre 1911.

Saint-Saëns C. L'observation astronomique. — *Birkrland K.* Les anneaux de Saturne soint ils dus a une radiation électrique de la planète? — *Flammarion C.* La variation du pôle. — L'été de 1911. — *Baldet et Quènisset.* Observations de la comète Brooks (1911 c). — *Id.* e *Id.* Découverte d'une comète à l'Observatoire Flammarion de Juvisy. — *Quènisset.* Halo solaire remarquable. — *Brück et J. Poutignat.* Halo elliptique un à l'Observatoire de Besançon. — *Fonvielle* (de) *W.* L'aérostation et la météorologie.

Rivista di Astronomia. — N. 9.

Abetti A. Gli ultimi valori della parallasse solare e il valore ottenuto a Padova. — *Anestin V.* Venus diurna. — *Stabile A.* La vita nell'universo.

Revue gén. des Sciences. — N. 18.

Thomson J. Une nouvelle méthode d'Analyse chimique par les Rayons positifs. — *Regnault.* Consanguinité et endogamies. — *Revil J.* Revue annuelle de Geologie.

Saggio di Astronomia Popolare. — N. 9.

Rainaldi B. La primitiva costituzione della terra e l'epoca in cui sarebbe avvenuta la prima formazione delle rocce. — *Mascart J.* Madame la Marquise du Chatelet. — *Archenhold F. S.* Lo sviluppo delle stelle doppie.

Revue gén. de Chimie. — N. 17.

Vandevelde J. Codex Alimentarius Néerlandais publié sur l'initiative du Congres Nierlandais d'hygiène, — *Auzies.* Sur les traitements des Soufres mouillables par les acides choliques et tauriques.

L'industria Chimica. — N. 18.

Lucchini V. Elettroliti nuovi ed usati d'elementi secondari al piombo — L'acetato di cellulosio, ossia una nuova materia plastica — Fabbricazione dell' allumina pura dal silicato d'alluminio naturale — Nuovo processo per la conservazione del legname e simili — Il Congresso nazionale di Chimica applicata ad onoranze ad Amodeo Avogadro.

Rassegna Mineraria. — N. 7.

F. Giolitti. Sullo stato attuale delle nostre conoscenze intorno al processo della concentrazione dell'acciaio. — *F. C.* L'applicazione del forno elettrico per l'estrazione dello zinco — Inchiesta parlamentare sulla condizione degli operai delle miniere della Sardegna.

La Technique Moderne. — N. 9.

Barbillon. Régulation des groupes électrogènes. — *Potin.* Nouvelle formule des salaires et application au cas de l'entretien des voies de chemins de fer. — *H. P.* L'élargissement du pout des Arches, a Siége. — *M. A.* Contribution à l'étude des traitements termiques. — *Pierre Breuil.* Étude d'un acier spécial de cémentation. — *Leon Lefebvre.* Les applications frigorifiques à bord des navires de guerre. — *Edouard Fontigny.* La commande électrique dans les usines textiles. — *J. A. Montpellier.* La panification et les pétrins mécaniques. — *E. Bontoux.* L'industrie de la savonnerie.

SCOSSE TELLURICHE NEL SETTEMBRE 1911



GRADI DELLA SCALA DI MERCALLI

★ Punti colpiti

I Strumentale.
II Molto leggera.
III - Leggera
IV - Sensibile o mediocre.
V Forte.
VI - Molto forte.
VII Fortissima.
VIII - Rovinosa.
IX - Disastrosa.
X Disastrosissima.

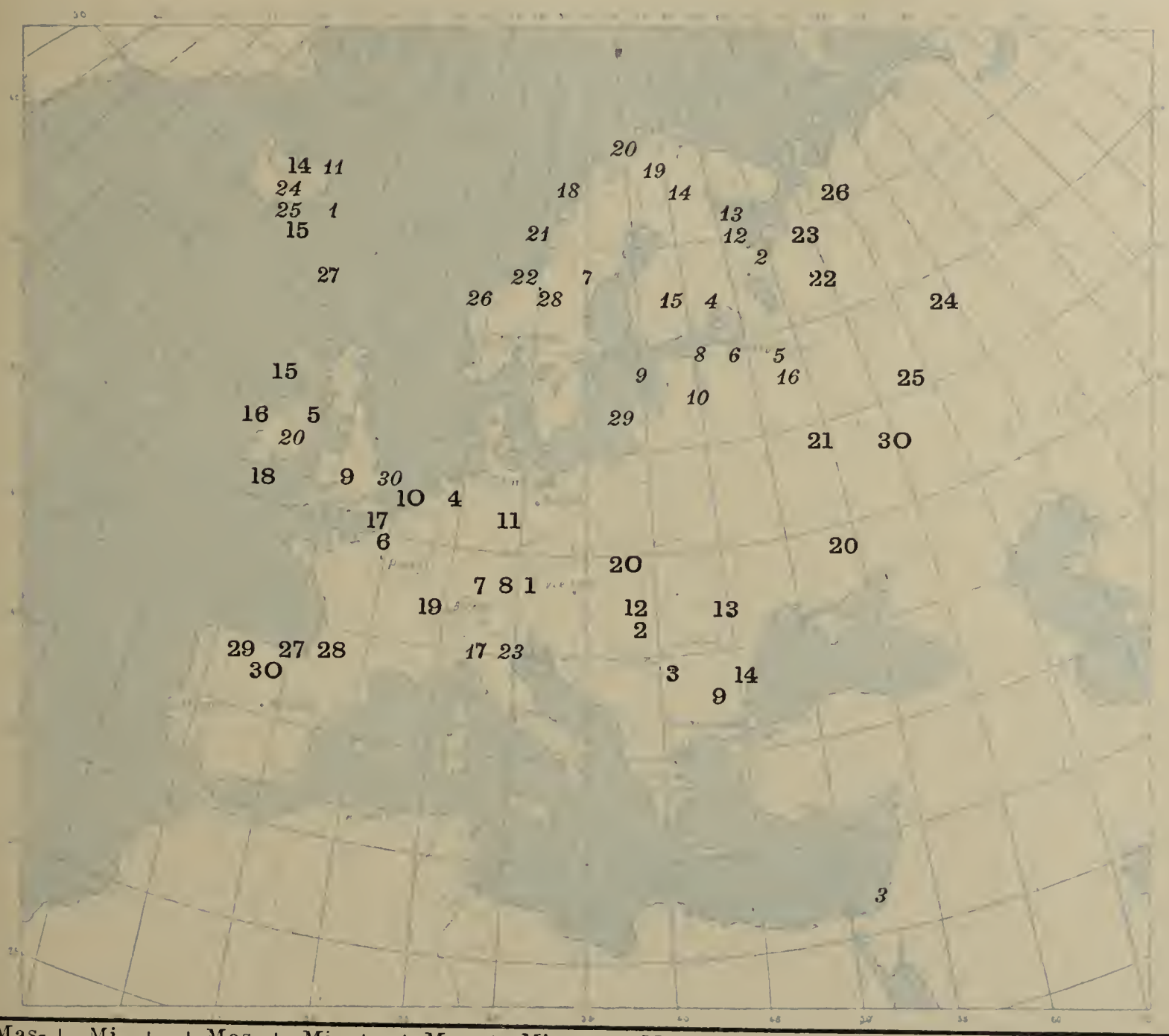
Il primo a 4 h 1/2 e 10 h Messina III a 23 h 3/4 Rocca di Papa I. — Il 3 a 6 h 1/2 Cascia IV, a 23 h Bertinoro. — Il 5 a 13 h 3/4 Claut sc. — Il 7 a 17 h 1/4 Messina VI, a 20 h Messina sc. — L'8 a 3 h 3/4 Messina IV. — Il 9 a 12 h 1/2 e 12 h 3/4 Aquila VI e III. — Il 10 a 4 h 1/2 Aquila sc.; a 14 h 1/2 Montecassino III; tutto il 10 e la notte del 10 all'11 diverse scosse nei paesi etnei, concomitanti l'apertura di un nuovo cratere, e registrate a Catania, Mileto, Mineo, Messina. — Il 12 a 10 h 3/4 colline Senesi sc.; a 12 h 1/2 Bertinoro. — Il 13 a 3 h 1/4 Messina sc.; a 1 h 1/4 e 10 h 1/4 nel senese sc.; a 23 h 1/2 Siena sc. fortissima, Firenze sc. forte. — Il 14 a 2 h 1/4 e 16 h 1/2 Siena IV e III. — Il 15 a 4 h 1/4 Firenze I. — Il 16 a 4 h Maniace III. — Il 18 a 4 h 3/4 Claut sc. — Il 23 a 5 h 1/2 a 22 h 3/4 e il 25 a 1 h Bertinoro sc. — Il 25 a 2 h 1/2 Tiriolo sc.; a 14 h 1/2, a 15 h, a 16 h 1/4, a 20 h 3/4 ed a 21 h 3/4 Siena III-IV. — Il 27 a 15 h 1/2 Fossano (Cuneo). — Il 28 a 3 h Siena IV; a 11 h 1/2 Montecassino IV; a 21 h Pienza sc. — Il 29 tra 7 h 1/4 e 7 h 1/2 Tivoli II. — Il 30 a 9 h 20 m Mineo IV.

Registrazioni. — Il 6 a 2 h in tutti gli osservatori L. — Il 7 a 17 h 1/4 Mineo e Catania V. — L'8 a 24 h Ischia e Rocca di Papa L. — Il 9 a 12 h 1/2 e 12 h 3/4 Rocca di Papa V. — Il 10 a 2 h 1/2 Montecassino L.; a 2 h 1/2 e 7 h Mineo, Ischia, Benevento e Rocca di Papa L.; a 3 h 1/4 Mineo e Rocca di Papa; a 4 h 1/2 Rocca di Papa V.; a 5 h Mineo e Ischia. — Il 12 a 3 h 1/2 Catania a 4 h Catania e Messina; a 14 h 1/4 Ischia e Rocca di Papa. — Il 13 a 10 h 1/4 Rocca di Papa V.; a 23 h 1/2 in tutti gli osservatori. — Il 14 a 2 h 1/2 Rocca di Papa e Padova; a 17 h 1/2 Catania. — Il 15 a 14 h 1/2 Padova L.; a 20 h 40 m e 20 h 50 m Rocca di Papa e Roma V. — Il 16 a 4 h Catania V.; a 19 h 1/2 Mineo, Catania, Messina. — Il 17 a 4 h 3/4 e verso 5 h 1/2 in quasi tutti gli osservatori L. — Il 18 a 23 h 3/4 e il 19 a 3 h 50 m Catania. — Il 21 a 6 h 1/2 Padova V.; e il 22 a 6 h 1/4 Padova L. — Il 27 a 15 h 1/2 Moncalieri e Domodossola V. — Il 28 a 11 h 1/2 Rocca di Papa, Ischia e Roma. — Il 29 tra 7 h 1/4 e 7 h 3/4 Rocca di Papa e Roma V. — Il 30 a 1 h 3/4 Mineo e Catania; a 9 h 20 m Catania V.

MASSIMI E MINIMI BAROMETRICI NEL SETTEMBRE 1911

C = ciclone
A = anticiclone

I numeri in corsivo indicano la data ed il luogo dei minimi; gli altri dei massimi



D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo
1	771A	736	6	769A	754C	11	779A	745	16	774	752C	21	768A	744	26	772	755 C
2	771A	756	7	769A	755	12	770A	747	17	770	758C	22	769	750	27	771A	740
3	772A	769	8	768A	757	13	773A	752	18	773A	750C	23	772	749C	28	772A	755
4	769A	748C	9	765A	738C	14	760A	750C	19	768	750C	24	774	727C	29	773	756C
5	770A	740	10	766A	746C	15	761	750C	20	765A	749C	25	773	745	30	771	754C

Dal primo al tre esteso anticiclone con centro rispettivamente sulla Baviera sull' Austria-Ungheria, sulla Serbia. Il 4 centro antic. sui Paesi Bassi, ciclonico sulla Finlandia. Il 5 antic. sull' Irlanda, il 6 sulla Francia con centro secondario sulla Penisola Balcanica, e ciclone sulla Russia settentrionale. Il 7 e l'8 il centro anticiclonico è sulla Baviera. Il 9 antic. sulla Gran Brettagna e sui Balcani, ciclone sul Baltico. Il 10 centro ant. sulla Manica, ciclonico sulla Russia centrale. L' 11 l'anticiclone comprende gran parte dell'Europa ed ha due centri sulla Germania dal 12 al 14 il centro passa sull' Ungheria, Transilvania, Bulgaria: il 14 si ha anche un ciclone sulle regioni del Baltico. Il 15 sul Golfo Ligure formazione ciclonica, che si sposta il 16, mentre un centro ciclonico si chiude sulla Russia settentrionale. Il 17 ciclone in Val Padana. Il 18 anticiclone al di là delle Alpi, ciclone, al di qua, con centro sul basso Adriatico: il 19 il centro ciclonico è sulla Grecia. Il 20 formazione ciclonica con due centri sulla Gran Brettagna e Scandinavia, formazione antic. pure con due centri sull'Austria e sulla Russia meridionale. Il 21 centro antic. sulla Russia centrale. Dal 22 al 24 ciclone sull'Italia con centro rispettivamente sul Golfo Ligure, in Val Padana, sull'Italia media; il 25 le depressioni del ciclone si avanzano a Sud della Grecia. Il 26 formazione cicl. sulla Norvegia, il 27 anticiclonica sulla Svizzera e Russia meridionale. Il 28 anticiclone con centro sul Golfo di Guascogna. Il 29 ciclone sulle Regioni del Baltico, il 30 sulla Gran Brettagna e sull' Italia.

15 Novembre ore 21.



PIANETI		α	δ	Passaggio
Mercurio	1	14h43m	− 16.° 9′	12h 14m
	11	15 45	− 20. 49	12 38
	21	16 49	− 24. 37	13 2
Venere	1	11 37	+ 1. 39	9 8
	11	12 9	− 0. 22	9 1
	21	12 44	− 3. 9	8 57
Marte	1	4 31	+21. 53	2 5
	11	4 19	+21. 58	1 14
	21	4 4	+21. 49	0 19
Giove	1	15 17	− 17. 21	12 48
	11	15 26	− 17. 56	12 18
	21	15 35	− 18. 28	11 47
Saturno	1	3 3	+14. 35	0 36
	11	3 0	+14. 22	23 50
	21	2 56	+14. 9	23 7

Fenomeni Astronomici

Il Sole entra in Sagittario il 23 a 10h 56 m.

Il 6 eclisse di luna per la penombra, visibile in Italia durante la seconda metà. Primo contatto con la penombra a 14h 39 m — Mezzo dell'eclisse a 16 h 36 m — Ultimo contatto con la penombra a 18 h 34 m.

Congiunzioni — Con la Luna: Saturno il 7 a 1 h; Marte l'8 a 10 h; Nettuno l'11 a 11 h; Venere il 16 a 20 h; Giove il 20 a 20 h; Mercurio il 22 a 10 h; Urano il 25 a 19 h; Mercurio con Giove il 7 a 20 h.

FASI ASTRONOMICHE DELLA LUNA

L P	L N
il 6 a 16h.48m.	il 20 a21h.49m.
U Q	P Q
il 13 a 8h. 20m.	il 29 a 2h.42m.

PERIGEO
l' 8 a 19 h.

APOGEO
il 24 a 17 h.

Sole (a mezzodì medio di Parigi = 12h . 50m. 39s t. m. Europa centr.)

Giorni	Asc. r.	Declin.	Longit.	Distanza dalla Terra in Km.	Semid.	Parallasse orizz.	Durata del passaggio del Semidiam.	Obliquità dell'ecclittica	Equazione del tempo
1	14h.22m.	−14° 10′	217°57′	148.350.000	16′ 9″	8″ 87	1m. 7s.	23.° 27′10.″43	−16m.18s.
11	15 2	−17. 12	227 58	148.080.000	16 12	8 89	1 8	23. 27.10. 27	−15 59
21	15 43	−19. 44	238 3	147.660.000	16 14	8 91	1 9	23. 27.10. 11	−14 15

Alcune stelle doppie che si possono osservare durante il mese

π di Pegaso dist. 12′; ε della Lira dist. 3′ 27″; δ della Lira, dist. 12′; o^2 del Cigno dist. 5′ 38″; χ della Balena, dist. 3′ 6″; ε della freccia dist. 1′ 32″; a del Capricorno, dist. 6′ 16″; β del Capricorno, dist. 3′ 25″; ϱ del Capricorno dist. 4′; ζ dell'Acquario, dist. 3″ 5; γ di Andromeda dist. 10″; γ dell'Ariete, dist. 8″, 9; Castore, dist. 5″, 6.

MARCO SALVADORI - *Segretario Responsabile.*

Pavia, 1911 — Premiata Tipografia Successori Frat. Fusi.

Anno XII. Novembre 1911. Num. 143.

ARTICOLI E MEMORIE

P. MEZZETTI S. I.

URBANO LE VERRIER

NEL PRIMO CENTENARIO DELLA SUA NASCITA

L' astronomia dell' invisibile — Nettuno già veduto da altri, ma tenuto per una stella — Il lavoro dell' astronomo Bouvard — Metodo adoperato da Le Verrier per risolvere il problema — Difficoltà che questo presentava — Semplificazione del problema — La lettera di Le Verrier all' astronomo Galle di Berlino — La grande scoperta — Si risponde ad alcune difficoltà — Le perturbazioni planetarie e la stabilità del sistema solare — Le tavole planetarie di Le Verrier — Conclusione.

Ricorre in quest' anno il centenario della nascità di Urbano Le-Verrier, gloria massima dell' osservatorio astronomico di Parigi, uno dei più grandi astronomi e matematici non solo del secolo XIX, ma che sieno apparsi sulla terra. Scopo di questo breve articolo non è tessere la vita di lui, che del resto fu molto semplice e di durata relativamente corta, ma ricordare sommariamente le grandi opere da lui compiute nel campo dell' astronomia, ed in modo speciale la scoperta da lui fatta del lontanissimo pianeta Nettuno, non nel campo di un potente equatoriale, ma, ci si permetta l' espressione, sulla punta della penna e in mezzo ad infiniti calcoli fondati sulla grande teoria della gravitazione universale. Egli non fu solo fra gli astronomi a divinare, che al di là di Urano dovea trovarsi un altro pianeta: già in Germania il celebre Bessel, fondatore dell' *astronomia* dell' *invisibile*, che dalle *anomalie* del moto in ascensione retta della bellissima stella Sirio, deduceva l' esistenza di una stella compagna *invisibile* (1844), in una

pubblica conferenza da lui tenuta a Königsberg, parlando della necessità di sorvegliare il pianeta Urano, si rivolgeva ad un giovane uditore (Fleming), con queste semplici parole « Coraggio Fleming! » Ma questo giovane astronomo morì un anno dopo, (1) e a quel che pare, senza aver neppure iniziato un tentativo qualsiasi.

Un altro astronomo al tempo stesso di Le Verrier, si occupò dell' arduo problema: fu il giovane Giovanni Adams, che coi suoi calcoli giunse alla stessa conclusione, ma questi non furono apressati secondo il merito, se non dopo che si era già sparsa la notizia della grande scoperta fatta da Le Verrier. Così questi rimase l' unico vincitore nella nobile gara.

***

Il giorno 13 Marzo dell' anno 1781, Guglielmo Herschel scopriva casualmente il pianeta Urano, che del resto era stato già precedentemente osservato da altri astronomi anteriori, quali Flamsteed, Bradley, Mayer, Lemonnier, etc..., i quali tutti però non vi aveano ravvisato che una stella, che perciò essi come tale inserirono nei loro catalogi stellari. Si aggiunga che Laplace avea già calcolato le perturbazioni prodotte sopra di Urano dai due pianeti Giove e Saturno, e perciò nel 1820 si avea già materiale sufficiente e dati sicuri per rappresentare tutte le posizioni e il movimento del pianeta, e conseguentemente decidere, se qualche anomalia nell' orbita planetaria accennasse a qualche causa perturbatrice.

La grande opera fu tentata dall' astronomo francese Bouvard, che a tale scopo si servì da principio delle osservazioni fatte da altri dal 1690 al 1820; ma vedendo un disaccordo troppo forte fra le osservazioni antiche dal 1690 al 1771 e quelle posteriori, pose da parte le prime, attenendosi unicamente a queste ultime, colle quali formò le sue tavole planetarie. Ma poco si tardò a vedere, che queste non rapprentavano i movimenti di Urano, e dopo alcuni anni il disaccordo fra le posizioni calcolate dal Bouvard e quelle date dall' osservazione,

---

(1) Cf. l' Astronomie — Avril — 1911, pag. 147,

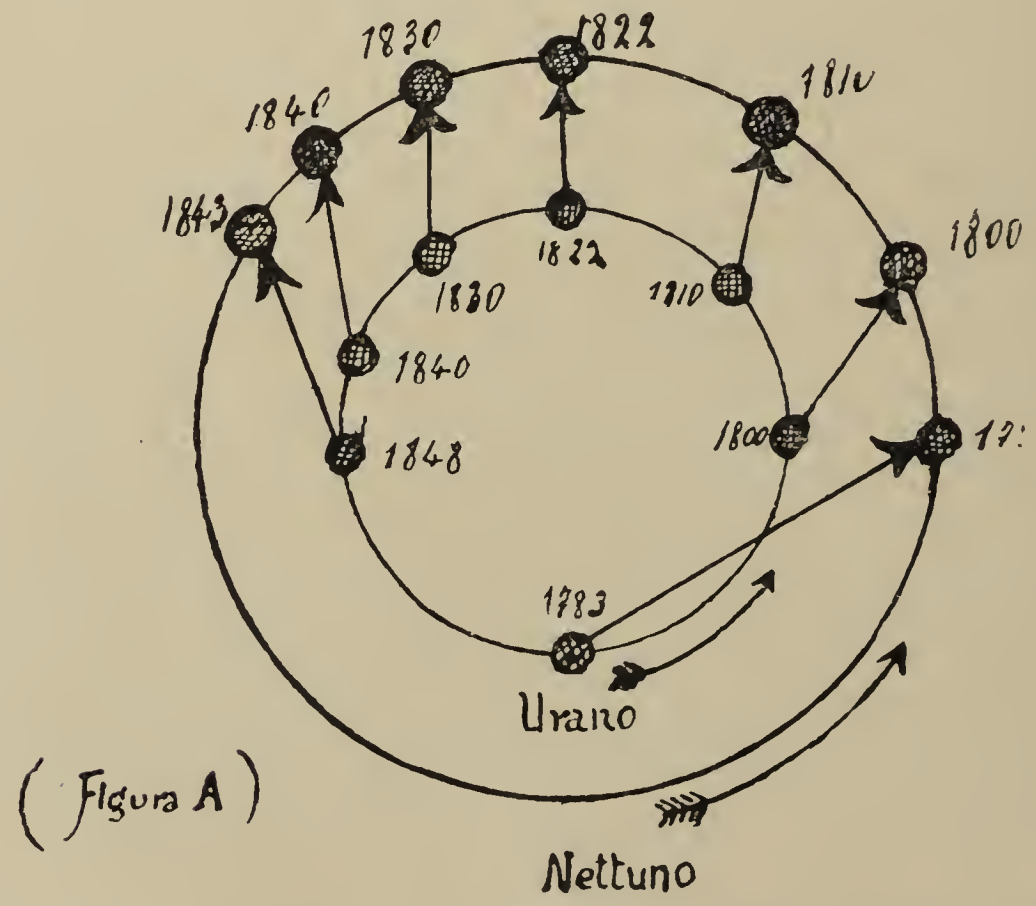
diventò intollerabile. Allora entrò in campo il giovane astronomico Le Verrier alla soluzione del grande problema, che teneva allora occupata la mente di tutti i dotti. Il lavoro preliminare del giovane astronomo francese fu quello di metter fuori di dubbio, che le osservazioni di Urano fatte fino a quell' anno 1845, non si potevano *rappresentare per mezzo da un'ellissi, i cui elementi subissero variazioni solo per l' attrazione dei due pianeti Giove e Saturno, come si era supposto* generalmente fino a quel tempo. Il sottoposto specchietto dà i risultati finali di questa prima parte del grande lavoro: dopo calcolate esattamente tutte le posizioni di Mercurio lungo la sua orbita supposte le *sole perturbazioni* prodotte dai due pianeti suddetti, trovava le seguenti differenze fra le longitudini da sè calcolate e quelle date dalle osservazioni meridiane dal 1781 al 1845 (1).

1781-1782	+ 20,″5	7813-1815	+ 4, 5
1783-1784	+ 10, 8	1816-1817	+ 6, 0
1785-1786	+ 2, 0	1818-1820	+ 3, 8
1788-1790	— 8, 1	1821-1823	+ 1, 7
1791-1792	— 7, 8	1824-1827	— 7, 6
1793-1794	— 10, 5	1828-1830	— 7, 3
1795-1796	— 10, 1	1835-1835	— 1 ,5
1797-1801	— 6, 7	1835-1836	— 1, 7
1802-1804	— 3, 4	1837-1838	— 2, 1
1804-1806	— 0, 4	1839-1840	+ 0, 7
1807-1808	+ 3, 1	1841-1842	+ 1, 5
1808-1810	— 3, 8	1842-1844	+ 3, 1
1811-1813	+ 4,″4	1844-1845	+ 6, 5

Le Verrier non tenne conto delle osservazioni fatte dal 1690 al 1781, come quelle, sulla cui posizione si sarebbe potuto da alcuni dubitare, benchè eseguite da astronomi di primo ordine. Incominciando dall' anno 1781, non si poteva più metter fuori la poca esattezza delle osservazioni meridiane, e d'altra parte le longitudini *teoriche* di Urano non stavano affatto d'accordo con quelle fornite dall' osservazione, e le prime ora erano superiori (+) ed ora inferiori (—) alle seconde. È vero, che

(1) Per altri particolari cf. la *Notice* del Tisserand nell'Annuarie du Bureau des Longitudes, 1885, pag. 805-845.

bisogna tener conto degli errori detti *errori d' osservazione*; ma questi non possono raggiungere il valore delle differenze trovate da Le Verrier. Si faccia ancora un' altra osservazione: gli errori di osservazione, essendo errori *accidentali*, è inamissibile che si combinino e producano uno stesso risultato nei lavori di parecchi osservatori. Nel caso nostro si avea questo fenomeno curioso: questi errori durante uno spazio di tempo (1781-1788) avrebbero accresciuto la longitudine del pianeta, per diminuirla poi, e per conseguenza far ritardare il pianeta nella sua orbita reale durante un altro intervallo, cioè dal 1791 al 1810. Era necessario concludere, e così fece Le Verrier, che le sole perturbazioni prodotte sopra Urano dai due pianeti Giove e Saturno, non bastavano a rappresentare *l' orbita reale* del pianeta, quale cioè era data dall' osservazione: per rappresentarla era indispensabile ammettere un'altra causa perturbatrice e questa altro non poteva essere che un' altro pianeta al di là dell' orbita di Urano. Nella fig. A, il lettore potrà facilmente vedere, quale fosse l' azione perturbatrice del pianeta *supposto* sull' orbita di Urano: basta perciò osservare le posizioni *relative* dei due pianeti.



(Figura A)

La figura mostra, che dall' anno 1781 al 1822 Nettuno

colla sua atrazione, tendeva ad accelerare il movimento di Urano lungo la sua orbita, aumentando perciò la sua longitudine ; incominciando invece dal 1822, tendeva a ritirarlo indietro, diminuendone perciò la longitudine.

***

Posta in sicuro la prima parte del problema, cioè che dovea esistere al di là di Urano un altro pianeta disturbatore, bisognava trovarlo col calcolo matematico, e rintracciarlo poi col canocchiale. Per intendere in qualche modo la difficoltà del problema, basterà ripensare un poco al numero delle incognite, che entravano nel medesimo, e dalle quali esso dipende. Bisogna conoscere la massa del pianeta perturbatore e la *sua posizione* in un tempo dato : solo in questa maniera sarà possibile calcolare quale effetto produce colla sua attrazione sul movimento del pianeta Urano. Ma perciò era cosa indispensabile, determinare antecedentemente *l' orbita ellittica* coi suoi *elementi* (1). Ma per l' influenza pertubatrice del pianeta l' ellissi descritta da Urano non può essere quella, che descriverebbe senza la medesima : dunque *in realtà* non si conoscono le posizioni di Urano in un dato tempo : ecco altre *sei* incognite, e sono gli elementi ellittici dell' orbita del detto pianeta.

Le Verrier adunque si trovava di fronte ad un problema col bel numero di *tredici* incognite, che però egli potè semplificare alquanto per le seguenti ragioni. E primieramente egli potè supporre, che il piano dell' orbita del pianeta sconosciuto dovesse di poco allontanarsi da quello dell' *eclittica*, giacchè quanto alla *latitudine* di Urano, dalle osservazioni fatte dal 1781, al 1845, appariva chiaro esser piccolissima cosa la differenza fra la teoria e l' osservazione. Ecco tolte *quattro* incognite ; cioè due elementi ellittici per fissare il piano dell' orbita di Urano e due altri per quello del pianeta da trovarsi. Questi due elementi sono l' inclinazione del piano dell' orbita

---

(1) Bisogna fare un' eccezione per l' orbita terrestre : giacchè alcuni elementi sono già conosciuti ; p. es. la durata della rivoluzione intorno al sole, e il piano dell' orbita, il quale è già conosciuto, essendo quello dell' eclittica.

planetaria rispetto all' eclittica, e la longitudine del nodo ascendente, ovvero la posizione della linea d' intersezione del piano dell' orbita planetaria con quello dell' eclittica.

Semplificò ancora di più il problema ammettendo, che per la distanza del pianeta sconosciuto dal Sole, valesse la legge empirica di Tietz (Titius) rappresentata dalla nota formola

$$x = 4 + 3.2^n$$

Vedremo più sotto, che in realtà la distanza di Nettuno calcolata da Le Verrier, fu poi trovata differente dalla reale; nessuno però potrà rimproverare Le Verrier, perchè si fondò sulla detta legge, tanto più che dopo la scoperta di Urano fatta da Herschel (1771), calcolata l' orbita ellittica del pianeta, si trovò che la sua distanza media dal Sole, poteva rientrare nella detta legge. Così adunque Le Verrier prese il numero *36,154* per rappresentare la distanza del pianeta Nettuno dal Sole, e con ciò fu ancor più semplificato il problema, nel quale il numero delle incognite fu così ridotto ad *otto*.

Fra queste incognite la più difficile a determinare era la longitudine del pianeta che si cercava: a tale effetto Le Verrier dovette attribuire *40* valori differenti equidistanti fra di loro nell' ordine seguente:

0°, 9°, 18°, 27°, 36°, 45°, 54°, 63°, 72°, 81°, 90°, 99°, 108°, 117°, 126°, 135°, 144°, 153°, 162°, 171°, 180°, 189°, 198°, 207°, 216°, 225°, 234°, 243°, 252°, 261°, 270°, 279°, 288, 297°, 306°, 315°, 324°, 333°, 342°, 351°.

Si capisce, che a ciascuno di questi valori per la longitudine, corrispondeva una nuova equazione; cioè *quaranta* equazioni, e *quaranta* soluzioni. Ottenuto il valore della longitudine, bisognava vedere se esso si adattava a spiegare le osservazioni di Urano, e così piano piano provare fino a trovar quello che più si confaceva al detto scopo. Ed il detto valore della longitudine, alla quale dovea trovarsi il pianeta perturbatore, fu da Le Verrier determinato.

Il pianeta incognito si sarebbe trovato il giorno primo di Gennaio del 1847, nella regione dell' eclittica, alla longitudine di 326°,32′.

*
* *

L' astronomo Galle di Berlino stava in quel tempo preparando delle carte eclitticali: coll' aiuto di queste, pregato da Le Verrier dirigeva il canocchiale nel punto del cielo determinato dal giovane astronomo francese la notte del 23 Settembre del 1846, e vedeva il nuovo pianeta, sotto forma di un dischetto, il cui diametro apparente era di 2″,5 circa. La posizione reale del pianeta differiva solo di 52′ da quella assegnata da Le Verrier. Fenomeno curioso: pel pianeta Nettuno era avvenuto quello stesso che per Urano: esso era stato già osservato nel 1795 da Lalande, il quale non sospettando affatto, che si trattasse di un pianeta, l' avea inserito nel suo celebre catalogo stellare, come una stellina di 8ª grandezza.

Ecco la grande scoperta fatta da Le Verrier: scoperta di primo ordine, che attesta e conferma la sicurezza e la precisione dei dati dell' astronomia moderna. Non dispiacerà al lettore, che aggiungiamo qui una curiosità storica, la lettera cioé scritta da Le Verrier all' astronomo Galle, tradotta dall' originale francese.

Parigi, 18 Settembre 1846,

Signore,

Ho letto con molto interesse ed attenzione la riduzione delle osservazioni di Roemer, di cui ha avuto la bontà di mandarmi un esemplare. La chiarezza delle spiegazioni, il rigore nei risultati fornitici, sono quello che noi avevamo diritto di aspettare da un astronomo della sua abilità. Più tardi le domanderò il permesso di ritornare sopra parecchi punti, che m' hanno grandemente interessato, ed in modo speciale sopra le osservazioni di Mercurio. Ora vorrei pregare l' infaticabile estronomo di consacrare alcuni istanti *all' osservazione d' una regione del cielo, dove può trovarsi un pianeta sconosciuto.* È la conclusione alla quale m' ha condotto la teoria di Urano. Un estratto di queste mie ricerche sta per uscire nelle *Astromische Nachrichten.*

Lei vedrà, che io dimostro non potersi rappresentare le osservazioni di Urano, se non introducendo un nuovo pianeta finora sconosciuto, e cosa ancor più notevole, non v' ha in tutta l' eclittica che una sola posizione, la quale si possa attribuire

al pianeta perturbatore. Ecco gli elementi da me trovati per questo:

Semiasse maggiore dell' orbita	36,54
Durata della rivoluzione siderale	$217^a,387$
Eccentricità	0,10761
Longitudine del perielio	$384^0,45$
Longitudine media 1° Gennaio 1847	$318^0,47$
Massa	$^1/_{9300}$
Long. eliocentrica vera al 1° Genn. 1847	$326^0,32'$
Distanza dal Sole	33,06

La posizione attuale del pianeta ci fa vedere che adesso, e per molti mesi ancora, noi ci troviamo in condizioni favorevoli per scoprirlo.

D' altra parte la grandezza della sua massa ci dà diritto di concludere, che il suo diametro apparente deve superare 3″ sessagesimali. Questo diametro è più che sufficiente, perchè lo si possa distinguere in un buon cannocchiale da quello fittizio delle stelle, prodotto da parecchie aberrazioni.

Riceva l' assicurazione della mia alta stima

Suo dev. servo

U. G. Le Verrier (1)

Al Signor I. Galle

Astronomo all' osservatorio reale
di Berlino (2)

***

Dopo ciò qualche osservazione. E primieramente quanto alla distanza adottata da Le Verrier, per trovare la posizione del pianeta, si vide ben presto che era stata ben differente dalla reale. Le Verrier avea preso il numero 36,154, secondo la legge di Titius: invece la distanza reale di Nettuno fu poi trovato essere uguale a 30,055. Si vedrà quanto sia grande

---

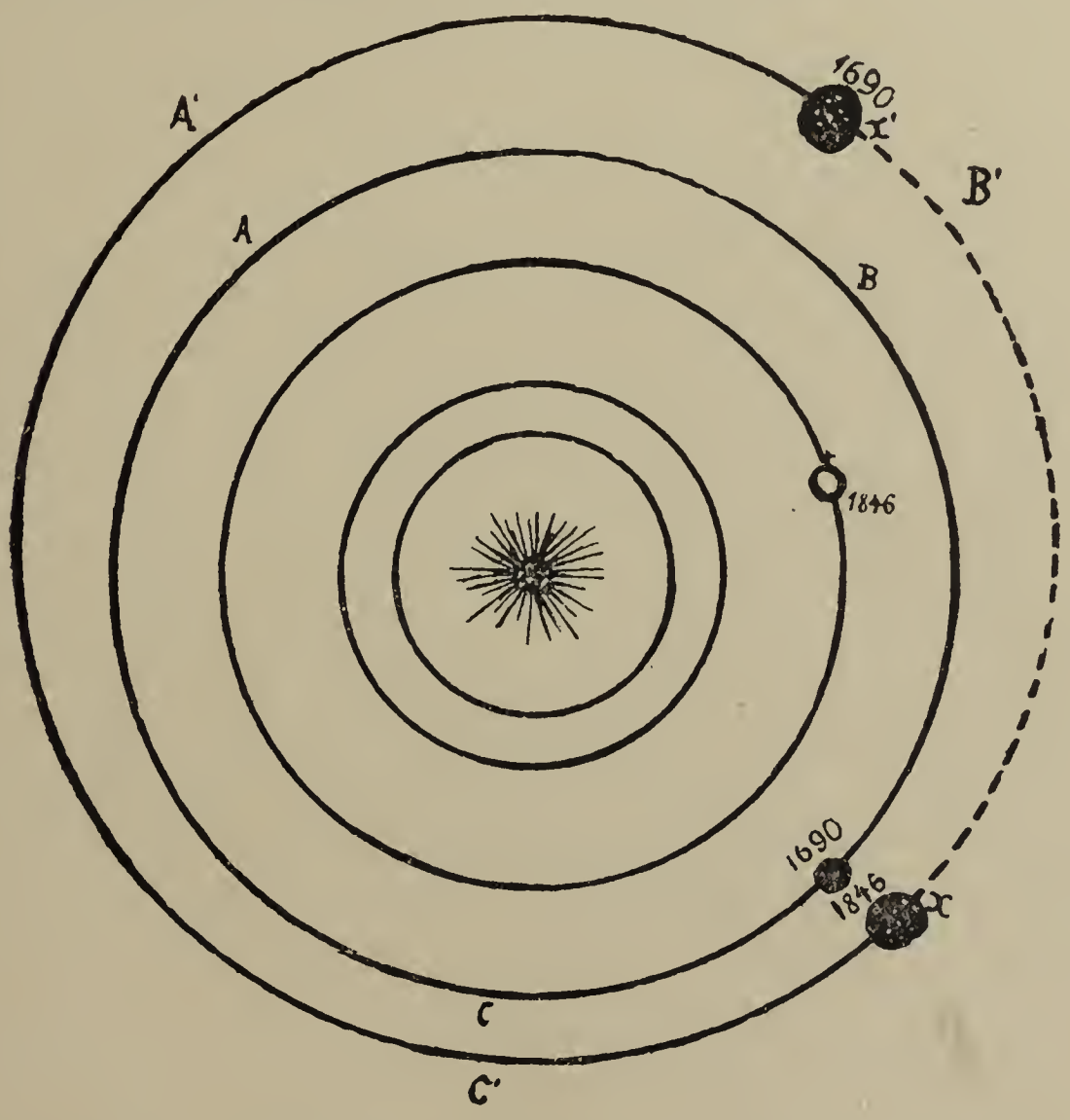
(1) Cf. Astronomie — Avril 1911 — pag. 148-149.

(2) L' astronomo Galle moriva l' anno scorso (1910) a Potsdam nella bella età di 99 anni.

questa differenza, quando essa sia espressa in chilometri: ecco la differenza.

« 30,055 . . . . . *4471* milioni di Km.
« 36,154 . . . . . *5502* milioni » »
differenza 1031 milioni » »

Gli effetti, che presto sarebbero stati prodotti da questa differenza, si possono rendere sensibili per mezzo dell' aggiunta figura, nella quale è rappresentata l' orbita *vera* e quella *calcolata* da Le Verrier, colle posizioni di Nettuno negli anni 1690 e 1846. Si vede che mentre il pianeta nell' orbita *vera* (ABC), compiva un intera rivoluzione dal 1690 al 1846, nell' orbita *calcolata* invece (A′,B′,C′) restava a percorrere tutto lo spazio *xx′*. Ciò dimostra ad evidenza, che la legge di Titius non è che una semplice approssimazione alla verità.



Notevoli inoltre furono trovate le differenze fra la massa

planetaria supposta da Le Verrier e quella reale, non che fra alcuni altri elementi, come apparisce dal sottoposto specchietto:

Elementi Le Verrier		*Reali*
Durata rivoluzione	217,$^{\text{anni}}$140$^{\text{g.}}$	164,$^{\text{a}}$ 281$^{\text{g.}}$
Eccentricità	0,10761	0,00896
Long. perielio	284°,45′	46°,0′
Massa	$^1/_{9300}$ (della solare) .	$^1/_{17500}$

Al vedere differenza così grandi, il lettore forse si sentirà tentato di dire, che la scoperta di Le Verrier fosse un caso, giacchè gli elementi dati dall' astronomo francese non convengono a Nettuno. Si risponde, che Le Verrier per eseguire e semplificare il suo calcolo, dovette supporre una distanza, per poter poi determinare la massa. Ebbe delle buone ragioni per adottare per la distanza il numero 36, come si è detto di sopra: si capisce, che ammessa una distanza maggiore della reale, egli dovette ottenere per la *massa* un valore diverso dal vero. L' avere preso per la distanza il detto numero, fu ugualmente la causa principale della differenza fra gli elementi.

Quando poi il lettore ci domandasse, come mai allora Le Verrier potè determinare all' astronomo Galle di Berlino la posizione, nella quale fu veramente trovato il pianeta col cannocchiale, colla differenza di sole 52′, rispondiamo, che la posizione del pianeta incognito era *relativamente* indipendente dall' orbita calcolata. Nella figura A si vede chiaramente, che nelle varie epoche dal 1781 al 1845, il moto di Urano era ora ritardato ed ora accelerato. Per conseguenza qualunque fosse la massa e la distanza del pianeta perturbatore, le perturbazioni da questo prodotto sull' orbita di Urano, servivano necessariamente da indice per conoscere la sua posizione. In altre parole, l' analisi delle perturbazioni dovea dare con approssimazione la longitudine del nuovo pianeta.

***

Ecco in qual modo avvenne la scoperta del pianeta Nettuno, forse il trionfo più bello dell' astronomia teorica, e al tempo stesso splendida comferma della gravitazione universale.

Come sempre, non mancarono anche allora dei critici, che cercarono di menomare la gloria del giovane astronomo, appoggiandosi al fatto, che gli elementi calcolati da Le Verrier non combinavano con quelli reali.

Il fisico Babinet in una seduta dell' Accademia di Francia sostenne, che le perturbazioni di Urano nella sua orbita non potevano essere prodotte da un *solo* pianeta, ma da *due*, e che al di là di Nettuno dovea trovarsi un altro pianeta ad una distanza uguale a 45. Le Verrier rispose, e come egli solo poteva fare, dimostrando l' ipotesi di Babinet essere insostenibile (1). Altri fondandosi sulla stessa ragione, cioè sulla differenza degli elementi calcolati da Le Verrier e quelli poi avuti all' osservazione, conclusero senz' altro : « *è una scoperta dovuta al caso* ». Nessuna meraviglia che persone profane all' astronomia ragionino in questa maniera. Questa difficoltà è stata sciolta poco sopra ; aggiungiamo qui altre poche parole. È vero che la distanza di Nettuno fu trovata uguale a *30* e non a *36*, quale fu supposta da Le Verrier: si capisce che questa differenza portava con sè l'altra della durata della rivoluzione, che si trovò essere di *166* anni e non di *217*, quali erano stati dati dal calcolo; è vero ancora che l' eccentricità dell' orbita reale fu trovato essere molto più piccola di quella assegnata da Le Verrier.

$$e = 0{,}10761 \text{ (Le Verrier)}$$
$$e = 0{,}00849 \text{ (reale)}$$

Le Verrier fondò i suoi computi sopra un materiale di osservazioni, che andava dall'anno 1690 (osservazioni di Flamsteed) fino all' anno 1845 : quest' intervallo di tempo uguale a 155 anni, differisce solo di $^1/_{10}$ dalla durata della rivoluzione del pianeta. Trattandosi di esaminare una serie di osservazioni, il punto più importante è fermarsi sul principio e sulla fine della detta serie, e nel caso nostro, ogni buona regola di prudenza voleva, che Le Verrier fissasse la sua attenzione sulla parte ultima della serie, avendo egli tutte le ragioni di supporre, che le osservazioni fatte sopra Urano nell' anno 1845, fossero molto

---

(1) Cf. Mädler — Geschichte der Himmelskunde — Vol., II. pag. 153.

più esatte che non quelle del 1690. In tal modo Le Verrier dovette trovare un' orbita, la quale benchè differente dalla *reale, desse però nel 1845 posizioni tali, che presso a poco concordassero con quelle date dall' orbita vera in quel tempo.* Dice molto bene a questo proposito il Mädler (1): si dica pure che la scoperta fu un caso, ma ognuno dovrà confessare, che il caso in tali operazioni favorisce solo chi ne è degno.

Alcuni dissero, che in questa maniera si sarebbe potuto scoprire anche Urano. Argutamente risponde il sullodato Mädler (2) « senza dubbio, però sarebbe stato necessario un astronomo come Le Verrier, ed inoltre una lunga ed esatta serie di osservazioni sulle posizioni del pianeta più interno; cioè di Saturno ». Quanto alla scoperta di Urano, tutti ne convengono, essa fu casuale; giacchè Federico Guglielmo Herschel la notte del 13 Marzo dell' anno 1781 diresse il potente telescopio costruito da sè stesso, verso quella parte del cielo, che si trova fra le corna del Toro ed i Gemelli, allo scopo di prendere la misura di alcune stelle doppie, e si trovò invece nel campo dello strumento una stella sotto la forma di un dischetto luminoso. Fu un caso, che Herschel voltasse il suo telescopio verso quel punto del cielo; del resto egli credette si trattasse di una cometa, benchè non scorgesse traccia alcuna di nebulosità e di coda, e nell' annunzio dato all' astronomo Maskelyne, direttore dell' osservatorio di Greenwich, si limitò a parlare della scoperta di una cometa. Ma la nuova stella fu subito osservata da altri, e non si tardò a vedere trattarsi di un nuovo pianeta, 12 volte più lontano dal sole che non la Terra e che impiegava circa 84 anni per fare il suo giro intorno al sole.

***

Ma la scoperta di Nettuno non è la sola gloria di Le Verrier: egli si spianò la via alla grande scoperta per mezzo di uno studio preliminare, quello cioè sulle perturbazioni dei

---

(1) Op. cit. pag. 153.
(2) Op. cit. loc. cit.

pianeti nelle loro orbite e sulla stabilità del sistema planetario (1). Fu questo il primo passo di Le Verrer nella sua carriera astronomica.

Grande lavoro anche questo, di cui si occupò allo stesso tempo il sommo matematico Cauchy, benchè sotto altro aspetto, lavoro incominciato da Le Verrier nell'anno 1839. Si tratta nientedimeno che di una serie di computi astronomici, che pongono sott'occhio le perturbazioni delle orbite dei pianeti dentro l'intervallo di circa *200000 anni*, cioè centomila prima di Cristo, ed altri centomila dopo. Qualcuno forse crederà che simili laboriosissimi calcoli non abbiano che un'importanza teorica: la cosa non è così, perchè almeno riguardo alla nostra Terra, essi hanno un'importanza pratica grandissima, dipendendo in buona parte dalle dette variazioni le condizioni climatiche del globo da noi abitato. Fermiamoci un tratto a vedere quali sarebbero le conseguenze di una variazione considerevole dell'inclinazione dell'asse di rotazione coll'eclittica. Bradley per l'obliquità dell'eclittica trovava nell'anno 1750

$$\alpha = 23^{0}28'18''$$

Le Verrier nel 1850 assegnava un valore alquanto differente; cioè

$$\alpha' = 23^{0}27'32''$$

Quando continuasse indefinitamente questa diminuzione, pian piano l'equatore verrebbe ad adagiarsi sul piano dell'eclittica. Adottando per la variazione della latitudine delle stelle il valore trovato da Tycho-Brahe, cioè di 1' nell'intervallo di 125 anni, basta una semplicissima proporzione per vedere, che questa variazione arriverebbe al valore di un grado dopo 7500 anni, e quindi di $23^{0}27'$ dopo 171000 anni. Con ciò si avrebbe la sfera *retta*; verrebbe a sparire la successione delle stagioni, tolta la causa, che è l'obliquità, e gli utopisti vedrebbero verificato il sogno di una perpetua primavera.

---

(1) Cf. intorno a questo il nostro articolo sulla « Topografia etc... del sistema planetario » — in questa rivista — Anno V. N. 56, Agosto 1904.

I lavori dei grandi astronomi venuti dopo Newton, cioè Euler, Clairaut, d' Alambert, Lagrange, Laplace, e finalmente Le Verrier, hanno dissipato qualunque timore, avendo essi dimostrato, che le dette variazioni secolari oscillano al di quà e al di là di un valore medio, fra due limiti bastevolmente ristretti. Il lettore giudicherà da sè considerando il sottoposto quadro, nel quale si veggono le variazioni di alcuni elementi dell' orbita terrestre per il detto spazio di tempo di 200 mila anni, quali furono trovati da Le Verrier, partendo dal valore che aveano nell' anno 1800 (1).

	Epoca	Eccentricità	Long. Periel.	Inclinazione	Long. Nodo
Avanti Cristo	98200	0,0473	316° 18′	3°45′31″	96°34
	88200	0,0452	340 2	2 42 19	76 17
	78200	0,0398	4 13	1 18 58	73 47
	68200	0,0316	27 22	1 13 58	136 8
	58200	0,0218	41 8	2 36 42	136 9
	48200	0,0131	50 44	3 40 11	116 9
	38290	0,0109	28 36	4 3 1	91 59
	28200	0,0151	25 50	3 41 51	66 49
	18200	0,0188	44 0	2 44 12	41 34
	8200	0,0195	69 47	1 24 35	16 39
Dopo Cristo	1800	0,0168	99 30	0 0 0	0 0
	11800	0,0115	134 14	1 14 26	148 15
	21800	0,0047	192 22	2 7 46	24 29
	31800	0,0059	318 47	2 33 19	75 29
	41800	0,0124	6 25	2 27 53	48 31
	51800	0,0173	38 3	1 51 54	48 13
	61800	0,0199	64 51	1 51 52	10 47
	71800	0,0211	86 14	1 34 35	220 38
	81800	0,0188	101 38	1 45 40	170 15
	91800	0,0176	109 19	2 40 56	139 3
	101800	0,0189	114 5	3 2 57	109 57

***

Ma l' opera colossale di Le Verrier fu quella delle sue *tavole planetarie*, opera incominciata nel 1849, e colla quale

(1) Cf. P. Müller S. I. Astron. Vol. I, pag. 591-592.

egli si prefisse il compito di analizzare i movimenti tutti del sistema planetario, dal primo all' ultimo pianeta, da Mercurio fino a Nettuno: Le Verrier finì l' immenso lavoro il giorno 5 di Giugno 1876, cioè tre mesi e alcuni giorni prima della sua morte, che avvenne il 23 di Settembre dello stesso anno.

Ognuno intende da sè stesso l' importanza delle *tavole planetarie*, potendosi per mezzo di queste trovare in un tempo qualsiasi la posizione di un pianeta sulla volta celeste. Le più antiche, di cui abbiamo notizia, sono quelle dell'astronomo arabo Ibu Junis († 1008), che però, non si sa in qual modo, andarono smarrite. Lasciando da parte altre di minor conto, vennero le *Alfonsine* (1240), per la formazione delle quali Alfonso X di Castiglia radunò intorno a sè un vero collegio di astronomi cristiani, arabi, e giudei. Circa tre secoli più tardi (1521) apparvero quelle composte da Erasmo Reinhold, col titolo di « *Prutenicae Tabulae motuum coelestium* », molto più perfette delle *Alfonsine*, e fondate sul sitema Copernicano. Quale fosse il valore scientifico di queste tavole, lo potrà giudicare il lettore quando pensi, che la vera teoria dei movimenti planetarii non era ancora conosciuta prima di Keppler, e che assai imperfetti erano i metodi di osservazione prima di Tycho-Brahe. Vennero le tavole *Rudolfine* preparate da Keppler e date in luce nell'anno 1626, lavoro così importante, che Keppler non si peritò di chiamarlo la *sua principale opera astronomica* (1). Per lo spazio di più di un secolo, le tavole *Rudolfine* vennero riputate, e con ogni ragione, le migliori, e naturalmente usate a preferenza delle altre: perfezionatasi però l' ottica ed i metodi di osservazione, esse dovettero cedere il posto ad altre più grandi e più perfette, quali furono quelle di Domenico Cassini (1612), del P. Triesnecker S. I. (1817), di Lindenau (1854), e finalmente a quelle di Le Verrier (1877).

Quest' ultimo lavoro di Le Verrier l' abbiamo detto colossale, e ciò senza esagerazione. Si trattava di rivedere tutte le tavole planetarie, scoprirne i sottili errori, che ne possono alterare i calcoli: sono cinque grossi volumi in *folio*, con 2300 pagine irte di formole e computi matematici, esclusi i calcoli

---

(1) Keppleri Op. Omn. Vol. VI, pag. 640 (Ediz. Frisch).

ausiliari, che non sono stati stampati e che avrebbero occupato circa 20 volumi della stessa grossezza. Fu questo lavoro gigantesco, che gli fiaccò la salute, gli spezzò i nervi, producendogli una continua, dolorosa irritabilità, la quale lo rendeva strano, anzi intrattabile agli altri.

***

Concludiamo con poche parole intorno al carattere morale di Le Verrier.

Quale esso fosse, ce lo dice chiaramente un fatto assai eloquente, e questo è, che mentre nelle ampie strade e grandiose piazze di Parigi si ammirano monumenti marmorei innalzati in onore di persone, molte delle quali non si sa che cosa di grande e di buono abbiano fatto, chi vuol trovare il monumento di Le Verrier, deve recarsi dentro l'osservatorio astronomico: nel piccolo cortile d'ingresso di questo si troverà di fronte alla statua dell'immortale astronomo. Essa era stata destinata da principio ad una delle piazze della metropoli francese; ma i signori del municipio di Parigi pensarono meglio di relegarla in un luogo, dove solo pochi potessero vederla. Quale fu mai la ragione di questa strana decisione verso un cittadino, che custodì ed ampliò in modo meraviglioso le gloriose traduzioni della scienza della sua patria?

Le Verrier fu reo di una grande colpa, che lo rese indegno di avere un monumento in una piazza della capitale: egli fu cattolico e cattolico fervente, senza paura, senza infingimenti: egli fu tanto audace e temerario da collocare un Crocefisso nella sala dello studio del grande osservatorio. Egli visse in quel tempo, quando in Francia in molti si vide intrecciata in mirabile armonia luce di scienza e splendore di fede: fu contemporaneo del barone Cauchy, una delle più pure glorie matematiche di Francia, di Puiseux, il celebre professore di meccanica celeste al collegio di Francia, del grande astronomo Faye, per non parlare dell'immortale Ampère, di Biot, di Binet, e parecchi altri tutti cristiani ferventi, anzi apostoli in mezzo alla gioventù studiosa di Parigi. Quando dopo i disastri di Metz, Sedan etc... cessò l'impero e fu proclamata la repu-

blica, egli non volle consentire a nessun costo, che sulla porta della specola quelle bugiarde parole « *Liberté, Egalité, Fraternité* », fossero sostituite alla semplice scritta « *Observatoire* ».

Il 5 Giugno 1877, come è stato ricordato più sopra, mandò all'Accademia l'ultimo fascicolo della sua grande opera colle tavole di Giove e di Saturno, e prendeva commiato dai suoi colleghi con queste belle parole: « Durante quest' impresa continuata per lo spazio di 35 anni, ci fu necessario sostegno la contemplazione di una delle più grandi opere della *creazione* e il pensiero che essa veniva confermando in noi la *verità imperitura* della *filosofia antimaterialistica* ».

C. ALASIA

DUE LUOGHI GEOMETRICI

Il diametro d d'un ellissoide dato E sia definito dalla relazione

$$(1) \qquad \frac{x}{\cos\alpha} = \frac{y}{\cos\beta} = \frac{z}{\cos\gamma} = \rho$$

e ad esso corrisponda il piano diametrale coniugato passante per un punto fisso P,

$$\frac{x\cos\alpha}{a^2} + \frac{y\cos\beta}{b^2} + \frac{z\cos\gamma}{c^2} = 0.$$

Questo piano sia incontrato dalla normale n definita da

$$(2) \qquad \frac{a^2(x-x_1)}{\cos\alpha} = \frac{b^2(y-y_1)}{\cos\beta} = \frac{c^2(z-z_1)}{\cos\gamma} = \varphi.$$

Le due rette d ed n s'intersecano se sono soddisfatte le condizioni

$$\rho\cos\alpha = x_1 + \frac{\varphi\cos\alpha}{a^2},$$

$$\rho\cos\beta = y_1 + \frac{\varphi\cos\beta}{b^2},$$

$$\rho\cos\gamma = z_1 + \frac{\varphi\cos\gamma}{c^2},$$

per cui allora è

$$\begin{vmatrix} a^2x_1 & \cos\alpha & a^2\cos\alpha \\ b^2y_1 & \cos\beta & b^2\cos\beta \\ c^2z_1 & \cos\gamma & c^2\cos\gamma \end{vmatrix} = 0.$$

Determiniamo il luogo geometrico di tale intersezione.

Tenendo conto di (1) e (2) quest'ultima equazione ci dice che l'intersezione di d con n appartiene ai due coni

$$\begin{vmatrix} a^2x_1 & x & a^2x \\ b^2y_1 & y & b^2y \\ c^2z_1 & z & c^2z \end{vmatrix} = 0, \text{ e } \begin{vmatrix} x_1 & x-x_1 & a^2(x-x_1) \\ y_1 & y-y_1 & b^2(y-y_1) \\ z_1 & z-z_1 & z^2(z-z_1) \end{vmatrix} = 0$$

equazioni che possono venir sostituite dalle due altre

$$\begin{vmatrix} a^2x_1 & x & a^2(x-x_1) \\ b^2y_1 & y & b^2(y-y_1) \\ c^2z_1 & z & c^2(z-z_1) \end{vmatrix} = 0, \quad \text{e,} \quad \begin{vmatrix} x_1 & x & a^2(x-x_1) \\ y_1 & y & b^2(y-y_1) \\ z_1 & z & c^2(z-z_1) \end{vmatrix} = 0$$

entrambe soddisfatte da

$$a^2(x-x_1)=\lambda x, \qquad b^2(y-y_1)=\lambda y, \qquad c^2(z-z_1)=\lambda z.$$

Il luogo geometrico delle intersezioni delle due direzioni d ed n è quindi la cubica gobba definita dalle relazioni

$$x=\frac{a^2x_1}{a^2-\lambda}, \quad y=\frac{b^2y_1}{b^2-\lambda}, \quad z=\frac{c^2z_1}{c^2-\lambda}.$$

Essa è *un'iperbole equilatera* i cui asintoti sono paralleli agli assi OX, OY, OZ: passa pel punto $O(\lambda=\infty)$ e pel punto $P(\lambda=0)$ e contiene i piedi delle normali all'ellissoide condotte per P. La curva è dunque *analoga all'iperbole di Apollonio.*

***

Una traversale l seghi i tre lati del triangolo ABC in tre punti P_1, P_2, P_3 tali che le perpendicolari per essi condotte a BC, CA, AB rispettivamente formino un nuovo triangolo $A_1B_1C_1$ di area data. I due triangoli ABC e $A_1B_1C_1$ sono perciò ortoomologici e la retta dei punti P_1, P_2, P_3 passa pel punto medio del segmento determinato dagli ortocentri dei due triangoli ABC e $A_1B_1C_1$. Il secondo punto comune alle loro circonferenze circoscritte è il loro centro di similitudine.

Cerchiamo dopo ciò l'inviluppo (1) di l.

Poichè le intersezioni di BA con B_1A_1, di CA con B_1C_1, di BC con A_1C_1 sono punti di l, i segmenti che uniscono i vertici corrispondenti dei triangoli ABC e $A_1B_1C_1$ dovranno passare per uno stesso punto. Sia P tal punto. Se ora l si sposta parallelamente a sè stessa, il punto P rimane ancora centro di similitudine per tutti i triangoli $A_1B_1C_1$, e quando uno di essi si riduce ad un punto, cioè al punto P, la retta l è la sua retta di Wallace rispetto ad ABC. Quindi P è un punto della circonferenza circoscritta ad ABC e la sua retta di Simson rispetto ad ABC è parallela ad l. Per di più, poichè ABC può

(1) Questa ricerca fu proposta dal *Neuberg* per l'E. T,

dedursi da $A_1B_1C_1$ ed l allo stesso modo che $A_1B_1C_1$ può dedursi da ABC ed l, segue che P appartiene alla circonferenza circoscritta ad $A_1B_1C_1$ e la sua retta di Wallace rispetto ad $A_1B_1C_1$ è parallela ad l. Così i lati omologhi dei due triangoli ABC, $A_1B_1C_1$ sono mutuamente perpendicolari, e se O e O′ sono i centri delle circonferenze ad essi circoscritte, le OA e O′A′ sono fra loro ortogonali ed OPO′ è triangolo rettangolo. Siccome nel mentre l si muove, il triangolo $A_1B_1C_1$ si mantiene d'area costante, anche il segmento PO′ si mantiene di lunghezza costante, per cui il luogo geometrico di O′ è una circonferenza concentrica colla circonferenza circoscritta ad ABC. In modo analogo, muovendosi $O'A_1$ parallelamente a sè stessa mantenendosi costante in lunghezza, il luogo geometrico di A_1 è ancora una circonferenza di centro O″, essendo OO″ eguale e parallelo ad O′A′.

I triangoli OO″A, O′PO sono rettangoli ed eguali, per cui $O''A = OO' = O''A_1$ ed il luogo geometrico del punto A_1 passa per A. Così l è la retta di Wallace di un punto A_1 della circonferenza (O″) rispetto ad ABC. L'inviluppo di l è dunque una *ipocicloide tricuspide.*

P e Q siano due punti della circonferenza (O) circoscritta ad ABC e tali che l'angolo al centro da essi sotteso sia costante. Determineremo il luogo geometrico delle intersezioni delle rette di Wallace di tali punti.

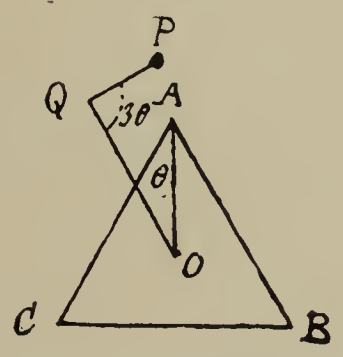
Per P e Q conduciamo le parallele PD, QD alle rette di Wallace di P e Q rispettivamente: il luogo geometrico di D e quello richiesto sono due curve d'egual specie. Ed infatti, se H è l'ortocentro di ABC, le rette di Wallace predette passano pei punti medi di HP e HQ e perciò pel punto medio di HD. L'angolo sotteso alla circonferenza da PQ è eguale ed opposto all'angolo PDQ, per cui se conduciamo PR e QR perpendicolari a QD e PD rispettivamente, esse s'intersecheranno sulla circonferenza (O). Ma il punto D è l'ortocentro del triangolo PQR, per cui RD è eguale al doppio della distanza da O da PQ ed è costante. Si scorge inoltre, facendo la figura, che RD è parallela alla pedale di R e quindi che l'angolo delle due direzioni RD e AH (pedale di A) è eguale all'angolo APR ed è metà dell'angolo AOR. Così RD ruota attorno ad R della metà di quanto OR ruota attorno ad O, ma in direzione con-

traria; quindi il punto D descrive un'epicicloide retrograda, analoga all'ipotrocoide, per la quale il circolo fisso, di centro O, ha un raggio ρ tre volte quello del circolo che rotola.

Si noti che può essere o $\rho = \frac{3}{2}\,\mathrm{OR}$ oppure $\rho = \frac{3}{2}\,\mathrm{RD}$, essendo RD od OD la corrispondente distanza d del punto che descrive la curva dal centro del circolo mobile.

Se l'angolo costante è nullo, i punti P e Q coincidono, per cui è $\mathrm{RD} = 2.\mathrm{OP}$, $\rho = 3.\mathrm{OP}$, $d = \mathrm{OP}$, e la curva è, come nel caso più su considerato, un'*ipocicloide tricuspide* che tocca PD.

Ricerchiamo l'equazione di tale epicicloide tricuspide, riferendola al triangolo determinato dalle sue tre cuspidi.



Sia O il centro della circonferenza circoscritta al triangolo equilatero ABC, e facciamo

$$\mathrm{OA} = \rho\,; \quad \text{se è} \quad \mathrm{OQ} = \frac{4}{3}\,\rho\,, \quad \overset{\frown}{\mathrm{OQP}} = 3\theta\,, \quad \mathrm{QP} = \frac{1}{3}\,\rho\,,$$

il luogo geometrico del punto P è l'epicicloide tricuspide.

È
$$a = \frac{1}{2}\,\rho + \frac{4}{3}\,\rho\cos\theta - \frac{1}{3}\,\rho\cos 4\theta\,,$$

$$\beta = \frac{1}{2}\,\rho + \frac{4}{3}\,\rho\cos(120^\circ - \theta) - \frac{1}{3}\,\rho\cos(120^\circ - 4\theta)\,,$$

$$\gamma = \frac{1}{2}\,\rho + \frac{4}{3}\,\rho\cos(120^\circ + \theta) - \frac{1}{3}\,\rho\cos(120^\circ + 4\theta)\,,$$

per cui α, β, γ sono rappresentate da espressioni simili contenenti i tre angoli che soddisfano all'equazione

$$\cos 3\theta = a\,,$$

che son dati da quest'equazione e dall'equazione

$$x = \frac{1}{2}\,\rho + \frac{4}{3}\,\rho\cos\theta - \frac{1}{3}\,\rho\cos 4\theta\,,$$

che, se poniamo $\rho = 6b$, si scrive

$$x = 3b + 8b\cos\theta - 2b(2\cos^2 2\theta - 1)$$
$$= 3b + 8b\cos\theta - 2b(8\cos^4\theta - 8\cos^2\theta + 1).$$

Ma essendo,

$$4\cos^3\theta - 3\cos\theta = a,$$

così $$x = b + (8b - 4ba)\cos\theta + 4b\cos^2\theta,$$

cioè $$4b\cos^2\theta + (8b - 4ba)\cos\theta + (b - x) = 0 \ldots (a)$$

od anche $$4b\cos^3\theta + (8b - 4ba)\cos^2\theta + (b - x)\cos\theta = 0,$$

che, per essere $$4\cos^3\theta = 3\cos\theta + a,$$

si scrive meglio

$$b(a + 3\cos\theta) + (8b - 4ba)\cos^2\theta + (b - x)\cos\theta = 0 \ldots (b)$$

Eliminando $\cos\theta$ fra (a) e (b) abbiamo,

$$x^3 - 9bx^2 + 24b^2(a - 1)x + 16b^3(a - 1)^2(a^2 - 4a + 2) = 0.$$

Se ora facciamo,

$$\alpha + \beta + \gamma = 9b = h,$$
$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 24b^2(a - 1) = k,$$
$$\alpha\beta\gamma = -16b^3(a - 1)^2(a^2 - 4a + 2) = m,$$

abbiamo,

$$27k - 16h^2 = 27 . 24b^2(a - 1) - 16 . 81b^2 = 8 . 81b^2(a - 3),$$
$$k^2 - 4mh = 24^2 b^2(a - 1)^2 + 36 . 16b^4(a - 1)^2(a^2 - 4a + 2)$$
$$= 24^2 b^4(a - 1)^2(a - 3)(a - 1),$$

e dunque, l'equazione dell'epicicloide, riferita al triangolo delle sue cuspidi, si scrive,

$$27k^3(27k - 16h^2) = 27 . 24^3 . 8 . 81 . b^8(a - 1)^3(a - 3)$$
$$= 64 . (9b)^4 . 24^2 . b^4(a - 1)^3(a - 3)$$
$$= 64 . k^4(h^2 - 4mh).$$

VINCENZO G. CAVALLARO

MEMORIA SULLA RECENTE GEOMETRIA DEL TRIANGOLO

Sommario. — **Teoremi sulla configurazione determinante i punti Ω, Ω'. — Gruppi di nuovi triangoli. — (Triang. ortogonali reciproci. — Triangoli annessi ai brocardiani ortogonali. — Triang. Iperbrocardiani e loro aggiunti. — Autobrocardiani e loro adiacenti, ecc.). — Gruppi notevoli di formule e teoremi rimarchevoli sul triangolo. — Nuove caratteristiche espressioni sull'angolo di** Brocard. — **Relazioni areolari dei vari triangoli. — Altri notevoli teoremi e altri gruppi di formule nuove fondamentali. — Introduzione del triangolo dei centri dei quadrati e dei piedi delle simediane e teoremi corrispondenti. — Uso dell'angolo di** Brocard. — **Altri teoremi e formule nuove, ecc.**

I. Noi considereremo la configurazione riferentesi alla determinazione dei *punti di* Brocard col procedimento che abbiamo generalizzato nella nota dal titolo « *Sopra una generalizzazione dei punti di* Brocard » inserita nel *vol.* XXIII di questa *Rivista* e studieremo gli elementi che in siffatta configurazione compariscono o che vengono determinati con opportuni processi (*).

Sieno M, N, P i punti medi dei lati $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ del triangolo fondamentale ABC che cimentiamo alla costru-

(*) Questa memoria si può intendere come la continuazione di quella già pubblicata nel fasc. di Ottobre, 1911; ma del resto ne è indipendente. I gruppi di formule più che servire pel calcolo della misura di un certo ente onde indagare i legami di questo con gli altri enti sono importantissime sotto altri punti di vista e presentano un aspetto regolare e notevole veramente caratteristico. L'ente da esse formule misurato ne é la loro interpretazione geometrica. Per maggior chiarezza abbiamo posto le fig. 1 e 2 che si possono riguardare come le componenti della fig. 3, che comprende tutti gli elementi studiati. Il lettore dal procedimento del discorso rileverà quale di esse convenga consultare per intendere ciò che si sta trattando.

zione e conduciamo le *mediatrici* a questi lati. Sieno inoltre CC_1, AA_1, BB_1 le perpendicolari condotte rispettivamente dai vertici C, A, B ai lati CA, AB, BC e denotiamo con x_a, x_b, x_c, i punti in cui queste perpendicolari incontrano le predette mediatrici nell'ordine dei loro piedi M, N, P sopra fissato. Sappiamo che le circonferenze $x_a(x_a C)$, $x_b(x_b A)$, $x_c(x_c B)$ concorrono nel punto Ω per il quale è $\Omega AB = \Omega BC = \Omega CA = \omega$. Similmente conduciamo dai vertici C, A, B le perpendicolari CC_2, AA_2, BB_2 ai lati CB, AC, BA e denotiamo con y_a, y_b, y_c i

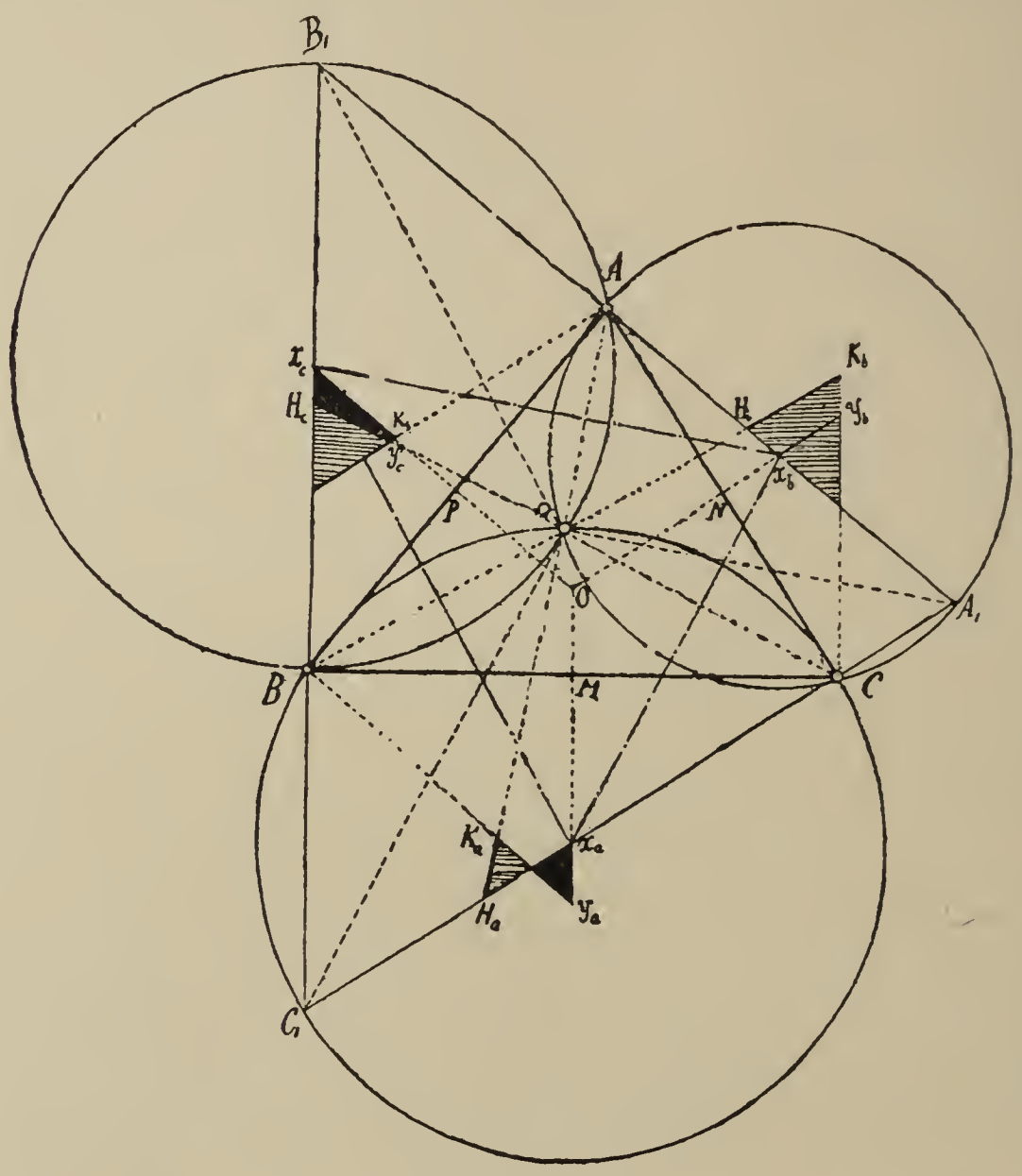


Fig. 1.

punti in cui queste perpendicolari incontrano le predette mediatrici in modo che le coppie di punti (x_a, y_a), (x_b, y_b), (x_c, y_c) giacciano ciascuna su di una stessa mediatrice. Le circonferenze $y_a(y_a B)$, $y_b(y_b C)$, $y_c(y_c A)$ s'incontrano in Ω' ed è $\Omega' CB = \Omega' BA = \Omega' AC = \omega$. (v. fig. 1-2).

II. **Alcune denominazioni.** Allo scopo di rendere più facile la enunciazione dei possibili teoremi che possono discendere dal nostro studio è utile introdurre talune denominazioni, proprio come abbiamo fatto nella memoria « *Teoremi rimarchevoli sul triangolo e la terna dei triangoli brocardiani ortogonali connessa a questo triangolo* ».

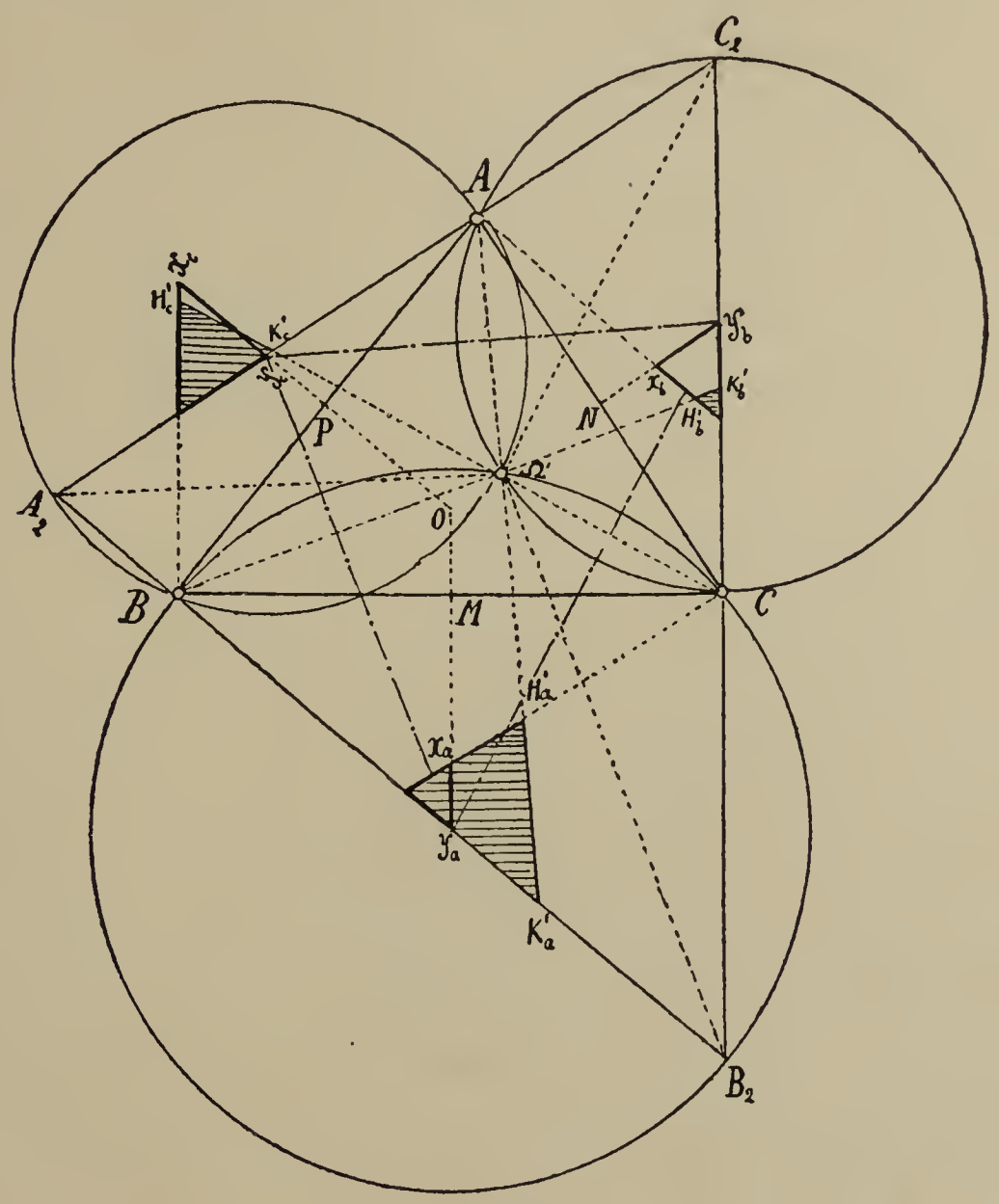


Fig. 2.

Prolunghiamo le perpendicolari che contengono i *centri brocardiani* x_a , x_b , x_c relativi alla determinazione d'Ω e così otterremo il triangolo $A_1 B_1 C_1$ i cui vertici staranno sulle *circonferenze aggiunte* di centri x_a , x_b , x_c . Se prolunghiamo le perpendicolari che contengono i centri brocardiani y_a , y_b , y_c dell'altra terna di circonferenze aggiunte, relative alla determinazione d'Ω', otterremo il triangolo $A_2 B_2 C_2$ i cui vertici

staranno su quest'ultime circonferenze. Sieno z_a, z_b, z_c i *vertici secondari* dei triangoli *ortogonali brocardiani* $x_a y_a z_a$, $x_b y_b z_b$, $x_c y_c z_c$ e consideriamo i triangoli $z_a BC_1$, $z_a B_2 C$; $z_b CA_1$, $z_b AC_2$; $z_c AB_1$, $z_c BA_2$ che denomineremo *triangoli annessi ai brocardiani ortogonali*, mentre i due $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$ sopra considerati li denomineremo *triangoli ortogonali reciproci* del fondamentale ABC. Le congiungenti i vertici di ABC col punto Ω incontrino in H_a, H_b, H_c rispettivamente le perpendicolari dei vertici che contengono i centri brocardiani x_a, x_b, x_c ed in K_a, K_b, K_c le perpendicolari dei vertici che contengono i centri brocardiani y_a, y_b, y_c e consideriamo i triangoli $z_a H_a K_a$, $z_b H_b K_b$, $z_c H_c K_c$. L'identico procedimento si faccia pel punto Ω' e si mettano gli apici alle H e K, otterremo l'altra terna di triangoli $z_a H'_a K'_a$, $z_b H'_b K'_b$, $z_c H'_c K'_c$ che insieme alla prima terna costituirà la coppia di terne di *triangoli iperbrocardiani dei punti* Ω, Ω'.

Oss.: Riguardo ai triangoli annessi è utile fare qualche distinzione. I tre $z_a BC_1$, $z_b CA_1$, $z_c AB_1$ i cui vertici A_1, B_1, C_1 stanno sulle circonferenze aggiunte che servono a determinare Ω si diranno annessi relativi ad Ω; gli altri tre, per conseguenza, annessi relativi ad Ω'. E così, più generalmente, avremo occasione di dire che *un dato elemento* è *relativo ad un dato elemento* quando se ne presenterà il caso durante lo studio e di più avremo occasione di dire che un dato elemento è *corrispondente o relativo* ad un dato lato od angolo del triangolo fondamentale quando la posizione dell'elemento nella configurazione, rispetto a quell'angolo o a quel lato, è tale da rendere chiara siffatta denominazione. Insomma useremo tutti quei modi di dire che facilitano l'enunciazione delle verità, pur rimanendo logicamente ben determinati conformemente al simbolismo adoperato.

III. **I triangoli ortogonali reciproci e i triangoli annessi di brocardiani ortogonali sono simili al fondamentale cui appartengono.**

I vertici A_1, B_1, C_1 ed A_2, B_2, C_2 sono omologhi dei vertici A, B, C del fondamentale.

Consideriamo il triangolo ortogonale reciproco $A_1B_1C_1$ relativo ad Ω e uniamo i suoi vertici con questo punto. Osser-

viamo che l'angolo $\Omega AB = \omega$ è uguale all'angolo $\Omega B_1 B$ giacchè

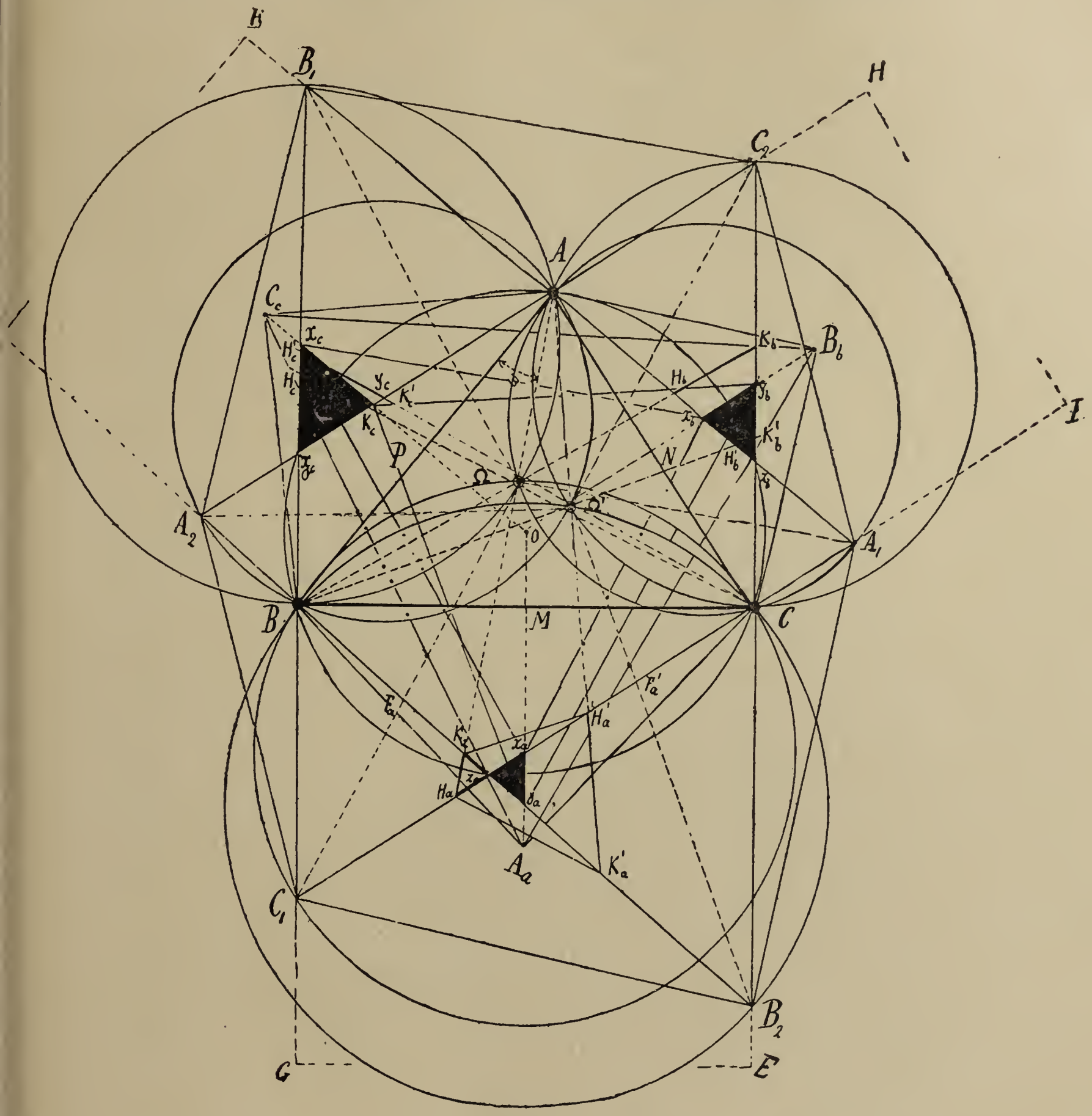


Fig. 3.

sono inscritti nel cerchio x_c (x_c B) ed insistono sullo stesso arco BΩ della circonferenza di tal cerchio. Analogamente si

dimostra l'uguaglianza degli angoli ΩBC, ΩC_1C; ΩCA, ΩA_1A. Le medesime conclusioni d'uguaglianza d'angoli valgono quando si consideri $A_2B_2C_2$ relativo ad Ω' e si unisce questo punto con i suoi vertici. Adunque

Il triangolo ortogonale reciproco che corrisponde ad un dato punto di Brocard *del fondamentale ha questo stesso punto per uno dei due suoi punti di* Brocard. In altri termini *dei quattro punti di* Brocard *appartenenti ai triangoli ortogonali reciproci* $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$ *due di essi sono i punti di* Brocard *del fondamentale.*

Molto chiaramente si vede la validità del teorema

Le rette che uniscono uno dei due punti di Brocard *del fondamentale ai vertici di questo triangolo sono rispettivamente perpendicolari alle rette che uniscono quel punto di* Brocard *ai vertici omologhi del triangolo ortogonale reciproco corrispondente al medesimo punto.* Consegue che

L'angolo determinato dalle rette che uniscono uno dei vertici del triangolo fondamentale ai due punti di Brocard *a questo corrispondenti uguaglia l'angolo conveniente determinato dalle rette che uniscono questi stessi punti ai vertici dei triangoli ortogonali reciproci che sono omologhi a quel vertice del fondamentale.* In altri termini

I circoncerchi dei triangoli $\Omega\Omega'A$, $\Omega\Omega'B$, $\Omega\Omega'C$ *passeranno pei punti d'incontro delle rette che uniscono* Ω, Ω' *ai vertici omologhi dei reciproci, rispettivamente.*

IV. **Triangoli ortogonali reciproci.**

Noi dovremo, per facilitare le ricerche, riassumere in quadri certe formule preliminari, che danno elementi dei triangoli in considerazione e che ci serviranno molto nel seguito.

Avremo i seguenti gruppi di formule

$$\begin{array}{lll} CC_1 = a\operatorname{cosec}\gamma & AA_1 = b\operatorname{cosec}\alpha & BB_1 = c\operatorname{cosec}\beta \\ CA_1 = b\operatorname{ctg}\alpha & AB_1 = c\operatorname{ctg}\beta & BC_1 = a\operatorname{ctg}\gamma \end{array} \quad [1]$$

$$\begin{array}{lll} CC_2 = b\operatorname{cosec}\gamma & AA_2 = c\operatorname{cosec}\alpha & BB_2 = a\operatorname{cosec}\beta \\ CB_2 = a\operatorname{ctg}\beta & AC_2 = b\operatorname{ctg}\gamma & BA_2 = c\operatorname{ctg}\alpha \end{array} \quad [2]$$

Quindi

$$A_1C_1 = a\operatorname{cosec}\gamma + b\operatorname{ctg}\alpha \quad B_1A_1 = b\operatorname{cosec}\alpha + c\operatorname{ctg}\beta \quad C_1B_1 = c\operatorname{cosec}\beta + a\operatorname{ctg}\gamma \quad [3]$$

$$B_2C_2 = b\operatorname{cosec}\gamma + a\operatorname{ctg}\beta \quad C_2A_2 = c\operatorname{cosec}\alpha + b\operatorname{ctg}\gamma \quad A_2B_2 = a\operatorname{cosec}\beta + c\operatorname{ctg}\alpha$$

Le formule che ci danno la somma dei lati omologhi si deducono dalle [3] e sono

$$A_1B_1 + A_2B_2 = \frac{a\sin\alpha + b\sin\beta + c\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}$$

$$B_1C_1 + B_2C_2 = \frac{b\sin\beta + c\sin\gamma + a\sin(\beta+\gamma)}{\sin\beta\sin\gamma} \qquad [4]$$

$$C_1A_1 + C_2A_2 = \frac{c\sin\gamma + a\sin\alpha + b\sin(\gamma+\alpha)}{\sin\gamma\sin\alpha}$$

Con lievi cambiamenti di segno in queste notevoli formule si deducono quelle relative alle differenze dei lati omologhi. Se sommiamo membro a membro le [4], otterremo

$$= \frac{a\sin\alpha[\sin(\beta+\gamma)+\sin\beta+\sin\gamma] + b\sin\beta[\sin(\gamma+\alpha)+\sin\gamma+\sin\alpha] + c\sin\gamma[\sin(\alpha+\beta)+\sin\alpha+\sin\beta]}{\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma} \qquad [5]$$

Questa formula ci dà il perimetro complessivo Σ dei due triangoli e si vede la sua forma simmetrica e l'importante interpretazione geometrica.

Ciò posto, se Δ, Q_1, Q_2 sono simboli rappresentativi delle aree dei triangoli ABC, $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$, rispettivamente, noi abbiamo, in grazia del primo teorema del § III:

$$Q_1 = \frac{1}{a^2}(c\,\mathrm{cosec}\,\beta + a\,\mathrm{ctg}\,\gamma)^2\Delta\,,\quad Q_2 = \frac{1}{a^2}(a\,\mathrm{cosec}\,\beta + c\,\mathrm{ctg}\,\gamma)^2\Delta \qquad [6]$$

Noi potremmo, in base allo stesso primo teorema del § III, calcolare, in funzione degli elementi del fondamentale, vari altri elementi degli ortogonali reciproci; ma ci siamo limitati e ci limitiamo a quelle formule in se stesse notevoli, atte ad essere suscettibili di importanti combinazioni con altre formule, onde indagare le proprietà sia metriche che geometriche cui godano, possibilmente, i vari elementi della nostra configurazione rimarchevole.

Osserviamo che, se indichiamo con h_{a1}, h_{b1}, h_{c1}, le altezze di $A_1B_1C_1$ uscenti rispettivamente da A_1, B_1, C_1 e con h_{a2}, h_{b2}, h_{c2} quelle relative al triangolo $A_2B_2C_2$ uscenti dai vertici omologhi, il calcolo di queste altezze va fatto semplicemente confrontando alcuni triangoli. Il triangolo BCC_1, ad esempio, è

simile a quello che si ottiene conducendo l'altezza h_{a1}, onde, rammentando le [1] e [2], da introdurre convenientemente nelle varie proporzioni che si stabiliscono dalla simiglianza dei predetti triangoli e degli altri opportunamente da scegliersi, noi ricaviamo le formule che ci forniscono i valori delle altezze, come segue

$$h_{a1} = a + b\,\frac{\operatorname{ctg}\alpha}{\operatorname{cosec}\gamma}\,,\quad h_{b1} = b + c\,\frac{\operatorname{ctg}\beta}{\operatorname{cosec}\alpha}\,,\quad h_{c1} = c + a\,\frac{\operatorname{ctg}\gamma}{\operatorname{cosec}\beta} \qquad [7]$$

$$h_{a2} = a + c\,\frac{\operatorname{ctg}\alpha}{\operatorname{cosec}\beta}\,,\quad h_{b2} = b + a\,\frac{\operatorname{ctg}\beta}{\operatorname{cosec}\gamma}\,,\quad h_{c2} = c + b\,\frac{\operatorname{ctg}\gamma}{\operatorname{cosec}\alpha}\,,$$

poi

$$(h_{a1} - a)(h_{b1} - b)(h_{c1} - c) = (h_{a2} - a)(h_{b2} - b)(h_{c2} - c) =$$

$$= abc\,\frac{\operatorname{ctg}\alpha\operatorname{ctg}\beta\operatorname{ctg}\gamma}{\operatorname{cosec}\alpha\operatorname{cosec}\beta\operatorname{cosec}\gamma} = abc\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma\,,\ \text{cioè} \qquad [8]$$

In ciascuno dei due triangoli ortogonali reciproci è costante il prodotto dei fattori che si ottengono sottraendo da ciascuna altezza un lato conveniente del fondamentale, ed è uguale al prodotto dei lati di questo pel prodotto dei coseni dei suoi angoli.

V. **Sui triangoli annessi ai brocardiani ortogonali.**

Noi abbiamo già calcolato nelle formule [1] e [2] i valori di uno dei lati di questi triangoli e poichè essi sono simili al fondamentale, ricaveremo semplicemente i valori dei rimanenti lati, ma noi riassumeremo qui sotto le formule comprendenti tutti i lati:

$$\left.\begin{array}{lll}
\mathrm{C\,A_1} = b\operatorname{ctg}\alpha & \mathrm{A\,B_1} = c\operatorname{ctg}\beta & \mathrm{B\,C_1} = a\operatorname{ctg}\gamma \\
z_b\,\mathrm{A_1} = c\operatorname{ctg}\alpha & z_c\,\mathrm{B_1} = a\operatorname{ctg}\beta & z_a\,\mathrm{C_1} = b\operatorname{ctg}\gamma \\
z_b\,\mathrm{C} = a\operatorname{ctg}\alpha & z_c\,\mathrm{A} = b\operatorname{ctg}\beta & z_a\,\mathrm{B} = c\operatorname{ctg}\gamma \\
\mathrm{B\,A_2} = c\operatorname{ctg}\alpha & \mathrm{C\,B_2} = a\operatorname{ctg}\beta & \mathrm{A\,C_2} = b\operatorname{ctg}\gamma \\
z_c\,\mathrm{A_2} = b\operatorname{ctg}\alpha & z_a\,\mathrm{B_2} = c\operatorname{ctg}\beta & z_b\,\mathrm{C_2} = a\operatorname{ctg}\gamma \\
z_c\,\mathrm{B} = a\operatorname{ctg}\alpha & z_a\,\mathrm{C} = b\operatorname{ctg}\beta & z_b\,\mathrm{A} = c\operatorname{ctg}\gamma
\end{array}\right\} \qquad [9]$$

Dalle [9] seguono molte notevoli proprietà e prima di tutto quella per cui

I sei triangoli annessi sono a terna rispettivamente uguali.

Sieno p_{a1} , p_{b1} , p_{c1} ; p_{a2} , p_{b2} , p_{c2} i perimetri dei triangoli in discorso e d_{a1} , d_{b1} , d_{c1} ; d_{a2} , d_{b2} , d_{c2} i prodotti dei lati (l'indice del simbolo, reso maiuscolo, aggevola intendere a quale dei triangoli si riferisce, giacchè ne esprime un vertice). Abbiamo

$$\begin{aligned} p_{a1}=p_{a2}&=(a+b+c)\operatorname{ctg}\alpha=2p\operatorname{ctg}\alpha & d_{a1}=d_{a2}&=abc\operatorname{ctg}^3\alpha \\ p_{b1}=p_{b2}&=(a+b+c)\operatorname{ctg}\beta=2p\operatorname{ctg}\beta & d_{b1}=d_{b2}&=abc\operatorname{ctg}^3\beta \\ p_{c1}=p_{c2}&=(a+b+c)\operatorname{ctg}\gamma=2p\operatorname{ctg}\gamma & d_{c1}=d_{c2}&=abc\operatorname{ctg}^3\gamma \end{aligned} \quad [10]$$

Poi, per combinazione, seguono le formule

$$\begin{aligned} \Sigma p_{a1}=\Sigma p_{a2}&=2p(\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}\beta+\operatorname{ctg}\gamma)\,, \\ \Sigma d_{a1}=\Sigma d_{a2}&=abc(\operatorname{ctg}^3\alpha+\operatorname{ctg}^3\beta+\operatorname{ctg}^3\gamma) \end{aligned} \quad [11]$$

$$d_{a1}:p_{a1}=d_{a2}:p_{a2}=\frac{abc}{a+b+c}\operatorname{ctg}^2\alpha=2\mathrm{R}r\operatorname{ctg}^2\alpha$$

$$d_{b1}:p_{b1}=d_{b2}:p_{b2}=\frac{abc}{a+b+c}\operatorname{ctg}^2\beta=2\mathrm{R}r\operatorname{ctg}^2\beta \quad [12]$$

$$d_{c1}:p_{c1}=d_{c2}:p_{c2}=\frac{abc}{a+b+c}\operatorname{ctg}^2\gamma=2\mathrm{R}r\operatorname{ctg}^2\gamma$$

giacchè si sa, da altre considerazioni che $abc:(a+b+c)=2\mathrm{R}r$, dove R, r sono i raggi del circoncerchio e dell'incerchio del fondamentale [v. un mio lavoro sui raggi, ecct.],

Adunque le formule [9], [10], [12] ci dichiarano che

x) *Il rapporto di similitudine esistente nella simiglianza dei triangoli annessi ai brocardiani ortogonali col fondamentale è dato dalla cotangente dell'angolo del fondamentale dipendente dalla scelta del triangolo annesso.* Per conseguenza

y) *Il perimetro di un annesso uguaglia quello del fondamentale per la cotangente di un angolo di questo convenientemente scelto*, ecct.

z) *In ogni triangolo annesso ai brocardiani ortogonali il rapporto tra il prodotto dei lati alla loro somma uguaglia il rettangolo che ha per dimensioni i raggi del circoncerchio e dell'incerchio relativi al fondamentale per il doppio del quadrato della cotangente di un suo angolo convenientemente scelto.*

Se nella prima relazione [11] introduciamo la risaputa formula del BROCARD $\operatorname{ctg}\omega = \operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\gamma$ [ALASIA. *Geom. del triangolo* pag. 166] otteniamo la notevole formula

$$\operatorname{tang}\omega = 2p : \Sigma p_{a1} \qquad [13]$$

che noi chiameremo *espressione perimetrica dell'angolo di* BROCARD, epperò

La tangente dell'angolo di BROCARD ω *è uguale al rapporto tra il perimetro del fondamentale e la somma dei perimetri della terna di triangoli annessi relativi ad uno dei due punti di* BROCARD.

VI. Sieno D_{a1}, D_{b1}, D_{c1} ; D_{a2}, D_{b2}, D_{c2} simboli rappresentativi delle aree dei sei triangoli annessi, e rammentiamoci del teorema x) del § V. Avremo, introducendo la notissima formula $\Delta = \frac{1}{2} bc \operatorname{sen}\alpha$, ecc..

$$D_{a1} = D_{a2} = \Delta \operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{2} bc \cos^2\alpha \operatorname{cosec}\alpha = \frac{1}{2} bc \cos\alpha \operatorname{ctg}\alpha$$

$$D_{b1} = D_{b2} = \Delta \operatorname{ctg}^2\beta = \frac{1}{2} ca \cos^2\beta \operatorname{cosec}\beta = \frac{1}{2} ca \cos\beta \operatorname{ctg}\beta \qquad [14]$$

$$D_{c1} = D_{c2} = \Delta \operatorname{ctg}^2\gamma = \frac{1}{2} ab \cos^2\gamma \operatorname{cosec}\gamma = \frac{1}{2} ab \cos\gamma \operatorname{ctg}\gamma ,$$

e per somma, badando alle [12] e notando che $\Delta = pr$

$$\Sigma D_{a1} = \frac{1}{2Rr}\left(\frac{d_{a1}}{p_{a1}} + \frac{d_{b1}}{p_{b1}} + \frac{d_{c1}}{p_{c1}}\right)\Delta = \frac{1}{2}\frac{p}{R}\left(\frac{d_{a1}}{p_{a1}} + \frac{d_{b1}}{p_{b1}} + \frac{d_{c1}}{p_{c1}}\right) \qquad [15]$$

VII. Sieno E_{a1}, E_{b1}, E_{c1} ; E_{a2}, E_{b2}, E_{c2} simboli rappresentativi delle aree dei triangoli ex-inscritti agli annessi nell'ordine sopra fissato e ci corrispondano i simboli r_{a1}, r_{b1}, r_{c1} ; r_{a2}, r_{b2}, r_{c2} rappresentativi dei raggi degli incerchi relativi ai medesimi annessi. Avremo (teor. x, § V).

$$r_{a1} = r_{a2} = r \operatorname{ctg}\alpha = \frac{\Delta}{p} \operatorname{ctg}\alpha = \frac{bc}{a+b+c} \cos\alpha$$

$$r_{b1} = r_{b2} = r \operatorname{ctg}\beta = \frac{\Delta}{p} \operatorname{ctg}\beta = \frac{ca}{a+b+c} \cos\beta \qquad [16]$$

$$r_{c1} = r_{c2} = r \operatorname{ctg}\gamma = \frac{\Delta}{p} \operatorname{ctg}\gamma = \frac{ab}{a+b+c} \cos\gamma$$

Se vogliamo le formule delle aree E, è utile ricorrere alla proprietà « Il prodotto dei lati di un triangolo diviso per il diametro dell'incerchio a questo corrispondente dà l'area del triangolo ex-inscritto al triangolo considerato » [vedi ALASIA in Pitagora a. XVII pag. 23]. Dunque

$$E_{a1}=E_{a2}=d_{a1}:2r\operatorname{ctg}\alpha=abc\operatorname{ctg}^3\alpha:\frac{2\Delta}{p}\operatorname{ctg}\alpha=\frac{abc(a+b+c)}{4\Delta}\operatorname{ctg}^2\alpha$$

$$E_{b1}=E_{b2}=d_{b1}:2r\operatorname{ctg}\beta=abc\operatorname{ctg}^3\beta:\frac{2\Delta}{p}\operatorname{ctg}\beta=\frac{abc(a+b+c)}{4\Delta}\operatorname{ctg}^2\beta \quad [17]$$

$$E_{c1}=E_{c2}=d_{c1}:2r\operatorname{ctg}\gamma=abc\operatorname{ctg}^3\beta:\frac{2\Delta}{p}\operatorname{ctg}\gamma=\frac{abc(a+b+c)}{4\Delta}\operatorname{ctg}^2\gamma$$

Osserviamo che se E è l'area del triangolo ex-inscritto del fondamentale si ha (Teo. x)

$$E_{a1}=E\operatorname{ctg}^2\alpha\ ,\quad E_{b1}=E\operatorname{ctg}^2\beta\ ,\quad E_{c1}=E\operatorname{ctg}^2\gamma \qquad [18]$$

onde, per le [12] $E=abc(a+b+c):4\Delta$ e siccome per l'enunciata proprietà, è anche $E=abc:2r$ se ne inferisce

$$abc:4\Delta=\frac{abc}{a+b+c}\cdot\frac{1}{2r}\ ,$$

ma abbiamo avuto qui occasione di dire che $\dfrac{abc}{a+b+c}=2Rr$ onde $abc:4\Delta=R$, come è risaputo. Le [17] diventano allora

$$E_{a1}=2Rp\operatorname{ctg}^2\alpha\ ,\quad E_{b1}=2Rp\operatorname{ctg}^2\beta\ ,\quad E_{c1}=2Rp\operatorname{ctg}^2\gamma \qquad [19]$$

e, se rammentiamo le [12], sarà

$$E_{a1}\cdot\frac{p_{a1}}{d_{a1}}=E_{b1}\cdot\frac{p_{b1}}{d_{b1}}=E_{c1}\cdot\frac{p_{c1}}{d_{c1}}=\frac{p}{r}\ ,\quad \text{cioè} \qquad [20]$$

In ciascuno dei triangoli annessi è costante il prodotto dell'area del suo triangolo ex-inscritto per il rapporto tra la somma e il prodotto dei suoi lati e la costante è fornita dal rapporto tra il semiperimetro e il raggio dell'incerchio relativi al fondamentale.

Oss. : Siccome è risaputo (vedi il mio già cit. lav. sui raggi, ecct.) che $abc(a+b+c)=8Rr_a r_b r_c$ le [17] diventano

$$E_{a1} = 2\,\frac{R\,r_a\,r_b\,r_c}{\Delta}\,\mathrm{ctg}^2 z\ ,\quad E_{b1} = 2\,\frac{R\,r_a\,r_b\,r_c}{\Delta}\,\mathrm{ctg}^2 \beta\ ,$$

$$E_{c1} = 2\,\frac{R\,r_a\,r_b\,r_c}{\Delta}\,\mathrm{ctg}^2 z \qquad [21]$$

VIII. **Triangoli iperbrocardiani dei punti Ω, Ω' e loro aggiunti.**

I triangoli iperbrocardiani relativi ad uno dei due punti di Brocard *sono rispettivamente simili ai triangoli iperbrocardiani relativi al rimanente punto.*

Che i triangoli $z_a H_a K_a$, $z_b H_b K_b$, $z_c H_c K_c$ sono rispettivamente simili ai triangoli $z_a H'_a K'_a$, $z_b H'_b K'_b$, $z_c H'_c K'_c$ è cosa ovvia, giacchè, considerando i due $z_a H_a K_a$, $z_a H'_a K'_a$, vediamo che in ciascun d'essi gli angoli sono $\alpha, 90-\omega, 90+\omega-z$. Con altre parole si ha che

I punti delle quaterne $(K_a , H_a , K'_a , H'_a)$, (K_b , H_b , K'_b, H'_b), $(K_c , H_c , K'_c , H'_c)$ *sono conciclici.*

Ai triangoli iperbrocardiani che a coppia corrispondono ai lati del fondamentale si connettono vari triangoli. In primo luogo ci occuperemo di quelli che per la simiglianza con gli iperbrocardiani offrono mezzo per far determinare gli elementi di quest'ultimi in grazia della possibile conoscenza degli elementi dei primi. Consideriamo i triangoli iperbrocardiani che corrispondono al lato a : $z_a H_a K_a$, $z_a H'_a K'_a$. Ai vertici H_a , K_a del primo si connettono i triangoli $H_a AA_1$, $K_a AA_2$ simili tra di loro perchè simili ciascuno all'iperbrocardiano $z_a H_a K_a$; ai vertici H'_a , K'_a del secondo si connettono i triangoli $H'_a AA_1$, $K'_a AA_2$ anch'essi simili tra di loro ed all'iperbrocardiano $z_a H'_a K'_a$. Lo stesso si osserva sugli altri triangoli iperbrocardiani che a coppia corrispondono agli altri due lati del fondamentale.

I quattro triangoli che nel modo esposto si connettono ai vertici della coppia di iperbrocardiani corrispondente ad uno dei lati del fondamentale, li denomineremo *triangoli aggiunti agli iperbrocardiani corrispondenti a quel lato.*

Adopereremo le lettere W, V per simboli rappresentativi delle aree degli iperbrocardiani e per le aree dei loro aggiunti; indici ed apici opportunamente scelti, rispondenti al simbolismo già adoperato, servono ad indicare a quale triangolo quell'area si riferisce.

Così, per gli iperbrocardiani, noi rappresenteremo le aree dei triangoli $z_a H_a K_a$, $z_a H'_a K'_a$ corrispondenti al lato a con i simboli W_a , W'_a epperò i simboli W_b , W'_b ; W_c , W'_c esprimeranno le aree delle coppie $z_b H_b K_b$, $z_b H'_b K'_b$; $z_c H_c K_c$, $z_c H'_c K'_c$ che corrispondono ai lati b, c rispettivamente. Per gli aggiunti metteremo alla V l'indice identico al vertice dell'iperbrocardiano, ma minuscolo e per apice un piccolo segno rettilineo che serve a denotare a quale dei due iperbrocardiani quel triangolo aggiunto è connesso. Perciò i simboli V_{ha} , V_{ka} ; V'_{ha} , V'_{ka} rappresenteranno le aree dei triangoli $H_a AA_1$, $K_a AA_2$; $H'_a AA_1$, $K'_a AA_2$, rispettivamente, ecct. Ciò posto, noi passeremo ad intraprendere lo studio della determinazione delle

IX. Formule essenziali degli iperbrocardiani e dei loro aggiunti.

Noi calcoleremo (e intendiamo dire sempre in funz. degli elem. del fondamentale) gli elementi essenziali degli aggiunti; poi dedurremo quelli degli iperbrocardiani basandoci sulla loro simiglianza con i primi. Dobbiamo richiamare, per tale scopo, una proprietà. Abbiamo visto in una *Nota* inserita nel *Periodico di Matematica* che

Le rette che uniscono i vertici del fondamentale con uno dei due punti di Brocard *incontrano le perpendicolari ai lati, uscenti da quei vertici e che contengono i centri brocardiani delle circonferenze aggiunte atte alla determinazione di quel punto, in punti che distano da quei vertici, in segmenti delle perpendicolari, del doppio della distanza del punto di* Lemoine *corrispondente al lato al quale si é condotta la perpendicolare, ordinatamente.*

Siano s_a , s_b , s_c le distanze del punto di Lemoine dai lati a, b, c e per quanto si è detto potremmo, con ordine, scrivere in quadri le varie formule però, vogliamo, per aggevolare l'ulteriore calcolo, passare a determinare qualche elemento dell'iperbrocardiano $z_a H_a K_a$ e del suo aggiunto $K_a AA_2$ connesso al vertice K_a .

Si ha (prop. ultima) $BK_a = 2s_c$, $BA_2 = c\,\mathrm{ctg}\,\alpha$ (for. [2]) onde $K_a A_2 = 2s_c + c\,\mathrm{ctg}\,\alpha$ $AA_2 = c\,\mathrm{cosec}\,\alpha$,

$$AK_a = \sqrt{c^2 + 4s^2_c} = 2s_c\,\mathrm{cosec}\,\omega = c\,\mathrm{sec}\,\omega .$$

Abbiamo poi, evidentemente, $V_{ka} = \frac{1}{2}(2s_c + c\,\mathrm{ctg}\,\alpha)c$. Ora osservando che $z_a K_a = z_a B - K_a B = c\,\mathrm{ctg}\,\gamma - 2s_c$, si ha

$$H_a K_a = \frac{(c\,\mathrm{ctg}\,\gamma - 2s_c)\sqrt{c^2+4s_c^2}}{2s_c + c\,\mathrm{ctg}\,\alpha} =$$

$$= \frac{c\sec\omega\,(c\,\mathrm{ctg}\,\gamma - 2s_c)}{2s_c + c\,\mathrm{ctg}\,\alpha} = \frac{2s_c\,\mathrm{cosec}\,\omega\,(c\,\mathrm{ctg}\,\gamma - 2s_c)}{2s_c + c\,\mathrm{ctg}\,\alpha}$$

$$z_a H_a = c\,\mathrm{cosec}\,\alpha\,\frac{c\,\mathrm{ctg}\,\gamma - 2s_c}{c\,\mathrm{ctg}\,\alpha + 2s_c}, \quad W_a = \frac{c}{2}\,\frac{(c\,\mathrm{ctg}\,\gamma - 2s_c)^2}{c\,\mathrm{ctg}\,\alpha + 2s_c}$$

Ma noi ritorneremo a scrivere queste formule nei quadri qui sotto insieme ad altre, che con procedimento analogo vengono determinate. In ciascun gruppo comprenderemo le formule che ci danno i lati e l'area di un iperbrocardiano e dei due triangoli simili aggiunti, ad esso corrispondenti.

$$\left.\begin{array}{ll}
K_a A = \begin{cases}\sqrt{c^2+4s_c^2}\\ 2s_c\,\mathrm{cosec}\,\omega\\ c\sec\omega\end{cases} & H_a A = 2s_c\,\mathrm{cosec}\,\omega\left(1 + \frac{c\,\mathrm{ctg}\,\gamma - 2s_c}{c\,\mathrm{ctg}\,\alpha + 2s_c}\right)\\
K_a A_2 = 2s_c + c\,\mathrm{ctg}\,\alpha & H_a A_1 = c\,\mathrm{cosec}\,\alpha\left(1 + \frac{c\,\mathrm{ctg}\,\gamma - 2s_c}{c\,\mathrm{ctg}\,\alpha + 2s_c}\right)\\
A A_2 = c\,\mathrm{cosec}\,\alpha & A A_1 = b\,\mathrm{cosec}\,\alpha\\
z_a K_a = c\,\mathrm{ctg}\,\gamma - 2s_c & W_a = \frac{c}{2}\,\frac{[c\,\mathrm{ctg}\,\gamma - 2s_c]^2}{c\,\mathrm{ctg}\,\alpha + 2s_c}\\
z_a H_a = c\,\mathrm{cosec}\,\alpha\,\frac{c\,\mathrm{ctg}\,\gamma - 2s_c}{c\,\mathrm{ctg}\,\alpha + 2s_c} & V_{ka} = \frac{c}{2}\,[c\,\mathrm{ctg}\,\alpha + 2s_c]\\
K_a H_a = 2s_c\,\mathrm{cosec}\,\omega\,\frac{c\,\mathrm{ctg}\,\gamma - 2s_c}{c\,\mathrm{ctg}\,\alpha + 2s_c} & V_{ha} = \frac{1}{2}\,c^2 b\,\frac{\mathrm{ctg}\,\alpha + \mathrm{ctg}\,\gamma}{c\,\mathrm{ctg}\,\alpha + 2s_c}\,\mathrm{cosec}\,\alpha
\end{array}\right\} [22]$$

$$\left.\begin{array}{ll}
H'_a A = \begin{cases} \sqrt{b^2+4s^2_b} \\ 2s_b \operatorname{cosec}\omega \\ b\sec\omega \end{cases} & \\
H'_a A_1 = 2s_b + b\operatorname{ctg}\alpha & z_a K'_a = bc\operatorname{cosec}\alpha \dfrac{b\operatorname{ctg}\beta - 2s_b}{b\operatorname{ctg}\alpha + 2s_b} \\
AA_1 = b\operatorname{cose}\alpha & H'_a K'_a = 2s_b \operatorname{cosec}\omega \dfrac{b\operatorname{ctg}\beta - 2s_b}{b\operatorname{ctg}\alpha + 2s_b} \\
K'_a A = 2s_b \operatorname{cosec}\omega\left(1+\dfrac{b\operatorname{ctg}\beta-2s_b}{b\operatorname{ctg}\alpha+2s_b}\right) & W'_a = \dfrac{b}{2}\dfrac{[b\operatorname{ctg}\beta-2s_b]^2}{b\operatorname{ctg}\alpha+2s_b} \\
K'_a A_2 = b\operatorname{cosec}\alpha\left(1+\dfrac{b\operatorname{ctg}\beta-2s_b}{b\operatorname{ctg}\alpha+2s_b}\right) & V'_{ha} = \dfrac{b}{2}[b\operatorname{ctg}\alpha+2s_b] \\
AA_2 = c\operatorname{cosec}\alpha & V'_{ka} = \dfrac{1}{2}b^2c\dfrac{\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}\beta}{b\operatorname{ctg}\alpha+2s_b}\operatorname{cosec}\alpha
\end{array}\right\} [23]$$

$$\left.\begin{array}{ll}
H'_b B = \begin{cases} \sqrt{c^2+4s^2_c} \\ 2s_c \operatorname{cosec}\omega \\ c\sec\omega \end{cases} & z_b H'_b = c\operatorname{ctg}\gamma - 2s_c \\
 & z_b K'_b = c\operatorname{cosec}\beta \dfrac{c\operatorname{ctg}\gamma - 2s_c}{c\operatorname{ctg}\beta + 2s_c} \\
H'_b B_1 = 2s_c + c\operatorname{ctg}\beta & \\
BB_1 = c\operatorname{cosec}\beta & H'_b K'_b = 2s_c \operatorname{cosec}\omega \dfrac{c\operatorname{ctg}\gamma - 2s_c}{c\operatorname{ctg}\beta + 2s_c} \\
K'_b B = 2s_c\operatorname{cosec}\omega\left(1+\dfrac{c\operatorname{ctg}\gamma-2s_c}{c\operatorname{ctg}\beta+2s_c}\right) & W'_b = \dfrac{c}{2}\dfrac{[c\operatorname{ctg}\gamma-2s_c]^2}{c\operatorname{ctg}\beta+2s_c} \\
K'_b B_2 = c\operatorname{cosec}\beta\left(1+\dfrac{c\operatorname{ctg}\gamma-2s_c}{c\operatorname{ctg}\beta+2s_c}\right) & V'_{hb} = \dfrac{c}{2}[c\operatorname{ctg}\beta+2s_c] \\
BB_2 = a\operatorname{cosec}\beta & V'_{kb} = \dfrac{1}{2}c^2a\dfrac{\operatorname{ctg}\beta+\operatorname{ctg}\gamma}{c\operatorname{ctg}\beta+2s_c}\operatorname{cosec}\beta
\end{array}\right\} [24]$$

$$\left.\begin{array}{ll}
K_b B = \begin{cases} \sqrt{a^2+4s^2_a} \\ 2s_a \operatorname{cosec}\omega \\ a\sec\omega \end{cases} & z_b K_b = 2s_a - a\operatorname{ctg}\alpha \\
 & z_b H_b = a\operatorname{cosec}\beta \dfrac{2s_a - a\operatorname{ctg}\alpha}{2s_a + a\operatorname{ctg}\beta} \\
K_b B_2 = 2s_a + a\operatorname{ctg}\beta & \\
BB_2 = a\operatorname{cosec}\beta & H_b K_b = 2s_a \operatorname{cosec}\omega \dfrac{2s_a - a\operatorname{ctg}\alpha}{2s_a + a\operatorname{ctg}\beta} \\
B_1 H_b = ac\dfrac{\operatorname{cosec}^2\beta}{2s_a + a\operatorname{ctg}\beta} & W_b = \dfrac{a}{2}\dfrac{[2s_a - a\operatorname{ctg}\alpha]^2}{2s_a + a\operatorname{ctg}\beta} \\
BH_b = 2s_a\dfrac{\operatorname{cosec}\beta\operatorname{cosec}\omega}{2s_a + a\operatorname{ctg}\beta}c & V_{kb} = \dfrac{a}{2}[2s_a + a\operatorname{ctg}\beta] \\
BB_1 = c\operatorname{cosec}\beta & V_{hb} = \dfrac{1}{2}c^2a\dfrac{\operatorname{cosec}^2\beta}{2s_a + a\operatorname{ctg}\beta}
\end{array}\right\} [25]$$

$$\left.\begin{array}{ll}
H'_c\,C = \begin{cases} \sqrt{a^2+4s^2_a} \\ 2s_a \operatorname{cosec}\omega \\ a\sec\omega \end{cases} & z_c\,H'_c = 2s_a - a\operatorname{ctg} a \\
H'_c\,C_1 = 2s_a + a\operatorname{ctg}\gamma & z_c\,K'_c = a\operatorname{cosec}\gamma\,\dfrac{2s_a - a\operatorname{ctg} a}{2s_a + a\operatorname{ctg}\gamma} \\
CC_1 = a\operatorname{cosec}\gamma & H'_c\,K'_c = 2s_a\operatorname{cosec}\omega\,\dfrac{2s_a - a\operatorname{ctg} a}{2s_a + a\operatorname{ctg}\gamma} \\
K'_c\,C_2 = ab\,\dfrac{\operatorname{cosec}^2\gamma}{2s_a + a\operatorname{ctg}\gamma} & W'_c = \dfrac{a}{2}\,\dfrac{[2s_a - a\operatorname{ctg} a]^2}{2s_a + a\operatorname{ctg}\gamma} \\
K'_c\,C = 2s_a\,\dfrac{\operatorname{cosec}\gamma\operatorname{cosec}\omega}{2s_a + a\operatorname{ctg}\gamma}\,b & V'_{hc} = \dfrac{a}{2}\,[2s_a + a\operatorname{ctg}\gamma] \\
CC_2 = b\operatorname{cosec}\gamma & V'_{kc} = \dfrac{1}{2}\,b^2 a\,\dfrac{\operatorname{cosec}^2\gamma}{2s_a + a\operatorname{ctg}\gamma}
\end{array}\right\} [26]$$

$$\left.\begin{array}{ll}
K_c\,C = \begin{cases} \sqrt{b^2+4s^2_b} \\ 2s_b \operatorname{cosec}\omega \\ b\sec\omega \end{cases} & z_c\,K_c = b\operatorname{ctg}\beta - 2s_b \\
 & z_c\,H_c = b\operatorname{cosec}\gamma\,\dfrac{b\operatorname{ctg}\beta - 2s_b}{b\operatorname{ctg}\gamma + 2s_b} \\
K_c\,C_2 = 2s_b + b\operatorname{ctg}\gamma & H_c\,K_c = 2s_b\operatorname{cosec}\omega\,\dfrac{b\operatorname{ctg}\beta - 2s_b}{b\operatorname{ctg}\gamma + 2s_b} \\
CC_2 = b\operatorname{cosec}\gamma & \\
H_cC = 2s_b\operatorname{cosec}\omega\left(1 + \dfrac{b\operatorname{ctg}\beta - 2s_b}{b\operatorname{ctg}\gamma + 2s_b}\right) & W_c = \dfrac{b}{2}\,\dfrac{[b\operatorname{ctg}\beta - 2s_b]^2}{b\operatorname{ctg}\gamma + 2s_b} \\
H_c\,C_1 = b\operatorname{cosec}\gamma\left(1 + \dfrac{b\operatorname{ctg}\beta - 2s_b}{b\operatorname{ctg}\gamma + 2s_b}\right) & V_{kc} = \dfrac{b}{2}\,[b\operatorname{ctg}\gamma + 2s_b] \\
CC_1 = a\operatorname{cosec}\gamma & V_{hc} = \dfrac{1}{2}b^2 a\,\dfrac{\operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\gamma}{b\operatorname{ctg}\gamma + 2s_b}\operatorname{cosec}\gamma
\end{array}\right\} [27]$$

X. **Analisi sulle formule ultime.** [Gruppi [22], ..., [27]].

Le formule ricavate nei gruppi [22], ..., [27] acquistano l'importante interpretazione geometrica dei loro simboli in base a quella tale proprietà sul triangolo. Di più non hanno il solo ufficio di rappresentare, anche con formule curiose e notevoli, i valori di certi elementi degli iperbrocardiani e dei loro aggiunti in funzione di quelli del fondamentale, giacchè mostrano i legami che tra questi stessi elementi esistono. Noi osserviamo

x) Proprietà deduttiva delle aree W **e** V. — È notevole che le formule che ci forniscono le aree W′ e quelle che ci forniscono le aree V′ si deducono rispettivamente dalle formule analoghe che ci forniscono le aree W e V, come segue

W'_a e V'_{ha} si deducono risp. da W_c e V_{kc} mut. in queste γ in α
W'_b e V'_{hb} » » » » W_a e V_{ka} » » » α » β
W'_c e V'_{hc} » » » » W_b e V_{kb} » » » β » γ

Sotto altro modo si vede la reciproca deduzione delle rimanenti aree V.

y) Teoremi sulle aree V **degli aggiunti** — Indichiamo con S_a, S_b, S_c le aree dei triangoli che hanno per basi a, b, c e per vertice opposto il punto di Lemoine di ABC. Avremo

$$V_{kb} + V'_{hc} = 2as_a + \frac{1}{2}a^2(\operatorname{ctg}\beta+\operatorname{ctg}\gamma) = 4S_a + \frac{1}{2}a^2(\operatorname{ctg}\beta+\operatorname{ctg}\gamma)$$

$$V_{kc} + V'_{ha} = 2bs_b + \frac{1}{2}b^2(\operatorname{ctg}\gamma+\operatorname{ctg}\alpha) = 4S_b + \frac{1}{2}b^2(\operatorname{ctg}\gamma+\operatorname{ctg}\alpha) \quad [28]$$

$$V_{ka} + V'_{hb} = 2cs_c + \frac{1}{2}c^2(\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}\beta) = 4S_c + \frac{1}{2}c^2(\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}\beta)$$

epperò

La somma delle aree di due convenienti triangoli aggiunti agli iperbrocardiani corrispondenti ad un lato del fondamentale, per effetto che hanno per basi i diametri delle circonferenze aggiunte corrispondenti a quel lato, è uguale all'area del triangolo anticomplementare di quello che, avendo per base quel lato, abbia per vertice opposto il punto di Lemoine *aumentata del semiprodotto del quadrato dello stesso lato per la somma delle cotangenti degli angoli del fondamentale a questo adiacenti.*

Poi è, per somma,

$$\sum_{a,b,c} V_k + \sum_{a,b,c} V'_h = 4\Delta + \frac{1}{2}\Big\{a^2(\operatorname{ctg}\beta+\operatorname{ctg}\gamma) + b^2(\operatorname{ctg}\gamma+\operatorname{ctg}\alpha) + c^2(\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}\beta)\Big\}, \quad [29]$$

cioè

In ogni triangolo la somma dei prodotti del quadrato di un lato per la somma delle cotangenti degli angoli a questo adia-

centi esprime il doppio dell'eccesso dell'area di sei convenevoli triangoli aggiunti all'area del triangolo anticomplimentare del fondamentale.

Oss. : D'ora in poi diremo *convenienti triangoli aggiunti*, per brevità di linguaggio. L'indice dinota poi quale è e che posizione occupa siffatto triangolo rispetto alla configurazione cui appartiene.

Le formule che esprimono l'area della differenza areolare degli aggiunti sono :

$$\begin{aligned} V_{kb} - V'_{hc} &= \frac{1}{2} a^2 (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma) \\ V_{kc} - V'_{ha} &= \frac{1}{2} b^2 (\operatorname{ctg}\gamma - \operatorname{ctg}\alpha) \\ V_{ka} - V'_{hb} &= \frac{1}{2} c^2 (\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\beta) \end{aligned} \qquad [30]$$

epperò

La differenza di due convenienti triangoli aggiunti aventi per basi i diametri delle cinconferenze aggiunte corrispondenti ad un lato del fondamentale, uguaglia il semiprodotto del quadrato di quel lato per la differenza delle cotangenti degli angoli a questo adiacenti.

z) **Formule notevoli esprimenti rapporti d'aree.**

$$\frac{W_a}{W'_b} = \frac{c\operatorname{ctg}\beta + 2s_c}{c\operatorname{ctg}\alpha + 2s_c} \quad \frac{W_b}{W'_c} = \frac{a\operatorname{ctg}\gamma + 2s_a}{a\operatorname{ctg}\beta + 2s_a} \quad \frac{W_c}{W'_a} = \frac{b\operatorname{ctg}\alpha + 2s_b}{b\operatorname{ctg}\gamma + 2s_b} \qquad [31]$$

$$\frac{W_a}{V_{ka}} = \left(\frac{c\operatorname{ctg}\gamma - 2s_c}{c\operatorname{ctg}\alpha + 2s_c}\right)^2 \quad \frac{W_b}{V_{kb}} = \left(\frac{2s_a - a\operatorname{ctg}\alpha}{2s_a + a\operatorname{ctg}\beta}\right)^2 \quad \frac{W_c}{V_{kc}} = \left(\frac{b\operatorname{ctg}\beta - 2s_b}{b\operatorname{ctg}\gamma + 2s_b}\right)^2$$

$$\frac{W'_a}{V'_{ha}} = \left(\frac{b\operatorname{ctg}\beta - 2s_b}{b\operatorname{ctg}\alpha + 2s_b}\right)^2 \quad \frac{W'_b}{V'_{hb}} = \left(\frac{c\operatorname{ctg}\gamma - 2s_c}{c\operatorname{ctg}\beta + 2s_c}\right)^2 \quad \frac{W'_c}{V'_{hc}} = \left(\frac{2s_a - a\operatorname{ctg}\alpha}{2s_a + a\operatorname{ctg}\gamma}\right)^2$$

Queste formule presentano una certa simmetria rispetto alla posizione dei triangoli : consideriamo le tre della prima orizzontale ; esse mostrano la proprietà seguente

Fissato uno dei lati del fondamentale, si formino i due binomi che si ottengono sommando, al prodotto di quel lato per la cotangente di ciascun angolo ad esso adiacente, il doppio della

distanza del punto di LEMOINE *da quel lato : il rapporto di questi due binomi dà il rapporto delle aree dei due triangoli iperbrocardiani convenienti corrispondenti agli altri due lati e relativi uno al punto* Ω, *l'altro al punto* Ω'.

u) **Rapporto delle aree V.** — Si deducono, sempre dai gruppi di formule [22],...,[27] le relazioni

$$\frac{V_{ka}}{V'_{hb}} = \frac{c\,\mathrm{ctg}\,\alpha + 2s_c}{c\,\mathrm{ctg}\,\beta + 2s_c} \quad \frac{V_{kb}}{V'_{hc}} = \frac{a\,\mathrm{ctg}\,\beta + 2s_a}{a\,\mathrm{ctg}\,\gamma + 2s_a} \quad \frac{V_{kc}}{V'_{ha}} = \frac{b\,\mathrm{ctg}\,\gamma + 2s_b}{b\,\mathrm{ctg}\,\alpha + 2s_b} \qquad [32]$$

le quali, come vedesi, sono le inverse di quelle della prima orizzontale delle [31], epperò

$$W_a V_{ka} = W'_b V'_{hb}\,,\ W_b V_{kb} = W'_c V'_{hc}\,,\ W_c V_{kc} = W'_a V'_{ha} \qquad [33]$$

e poi

$$W_a W_b W_c V_{ka} V_{kb} V_{kc} = W'_a W'_b W'_c V'_{ha} V'_{hb} V'_{hc} \qquad [34]$$

Queste relazioni mostrano fatti notevoli che si possono facilmente intendere.

XI. **Sopra altri triangoli.** Ai triangoli iperbrocardiani si connettono altri triangoli, dei quali vogliamo indagare qualche proprietà, ammesso che ne abbiano e che ciò ci riesca possibile. Uniamo, come mostra la figura, i punti di BROCARD con i vertici del fondamentale cui appartengono e con i vertici dei triangoli ortogonali reciproci e consideriamo i triangoli che hanno i vertici in K_a, H_a ; K'_a, H'_a ; K_b, H_b ; K'_b, H'_b ; K_c, H_c ; K'_c, H'_c e per uno dei loro vertici i punti di BROCARD. Abbiamo così dodici triangoli, e quelli che corrispondono al simbolismo del vertice A sono $\Omega K_a F_a$, $\Omega H_a C_1$; $\Omega' K'_a B_2$, $\Omega' H'_a F'_a$ e li diremo *triangoli di vertice* Ω, Ω' *aggiunti agli iperbrocardiani corrispondenti al lato a,* ecct.

Ciò posto, noi sappiamo pel terzo teorema del § III che le rette ΩA, ΩA_1 ; ΩC, ΩC_1 sono perpendicolari. Segue che *le due coppie d'angoli* $C\Omega A_1$, $C_1\Omega H_a$; $B\Omega' A_2$, $B_2\Omega' H'_a$ *sono costituite da angoli uguali.* Ma vi è di più : *Gli angoli di ciascuna coppia sono uguali a quelli dell'altra.* Infatti considerando i triangoli $C\Omega H_a$, $B\Omega' K'_a$, osserviamo che l'angolo in H_a del primo è uguale all'angolo in K'_a del secondo ; l'angolo $H_a C\Omega$ del primo è uguale all'angolo $K'_a B\Omega'$ del secondo, come com-

plementi dell'angolo di Brocard ω, epperò risultano uguali gli angoli $C\Omega H_a$, $B\Omega' K'_a$ il che basta a confermare l'enunciata proprietà.

E se rammentiamo poi che i due triangoli iperbrocardiani relativi al lato a sono simili tra loro ne inferiamo che *i quattro triangoli di vertice* Ω, Ω' *aggiunti agli iperbrocardiani e corrispondenti al lato a sono simili tra loro.*

Oss.: Le identiche conclusioni si hanno riferendoci ai rimanenti lati del fondamentale. Al § VIII vedemmo che gli angoli di uno dei triangoli iperbrocardiani relativi al lato a sono α, $90-\omega$, $90+\omega-\alpha$. Ora considerando il triangolo $\Omega' K'_a B_2$ notiamo che l'angolo $\Omega' B_2 K'_a = \omega$ e l'angolo

$$\Omega' K'_a B_2 = 180 - (90+\omega-\alpha) = 90-\omega+\alpha ;$$

consegue che l'angolo

$$K'_a \Omega' B_2 = 180 - (\omega+90-\omega+\alpha) = 90-\alpha ,$$

epperò $K'_a \Omega' B_2 = CAA_1 = BAA_2$.

Ora, siccome ciò vale per gli altri triangoli, ne ricaviamo il teorema.

L'angolo conveniente di uno dei quattro triangoli di vertice Ω, Ω' *aggiunti agli iperbrocardiani e corrispondenti ad uno dei lati del fondamantale, uguaglia uno dei due angoli uguali che le perpendicolari uscenti dal vertice opposto formano con i lati del fondamentale concorrenti in quel vertice.*

Proposizione. *Gli elementi dei dodoci triangoli di vertice* Ω, Ω' *aggiunti agli iperbrocardiani si possono esprimere per mezzo degli elementi del fondamentale cui appartengono.*

Basta, per il calcolo da eseguirsi su tutti i triangoli, conoscere i lati di un solo di essi e qualche altro elemento degli altri, ad es. un lato. Che del triangolo $\Omega C_1 H_a$ si possono calcolare i lati, non è cosa difficile, ma dobbiamo dedurli o dalla considerazione di altri triangoli e per differenza di segmenti calcolati o calcolabili. È risaputo dalla Geom. del triangolo [v. Alasia, 324] che i segmenti che uniscono i punti di Brocard ai vertici del triangolo cui appartengono sono espressi dalle formule

$$\Omega A = \frac{b^2 c}{n^2} \ , \ \Omega B = \frac{c^2 a}{n^2} \ , \ \Omega C = \frac{a^2 b}{n^2} \ ;$$

$$\Omega' A = \frac{c^2 b}{n^2} \ , \ \Omega' B = \frac{a^2 c}{n^2} \ , \ \Omega' C = \frac{b^2 a}{n^2}$$

dove $n^2 = \sqrt{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}$.

Si può dunque determinare ΩC_1 e poi ΩH_a ecct. Con lievi modificazioni si può vedere qualche procedimento speciale onde calcolare l'area di quel triangolo. Così, ad esempio, del triangolo rettangolo $C\Omega C_1$ si conoscono i cateti in funzione degli elementi del fondamentale onde si determinerà il valore della altezza relativa all'ipotenusa epperò, siccome tale altezza è altezza di $\Omega C_1 H_a$ rispetto al lato $C_1 H_a$, si determinerà l'area di quest'ultimo triangolo, ecct. Ma noi tralasceremo questo calcolo che ci condurrà forse a formule laboriose e poco istruttive.

La coppia di triangoli dei centri brocardiani. I triangoli $x_a x_b x_c$, $y_a y_b y_c$ che hanno i vertici nei centri brocardiani di ABC li diremo *triangoli dei centri brocardiani*. L'uno corrisponderà ai centri brocardiani relativi alla determinazione di uno dei due punti di Brocard, l'altro corrisponderà, per conseguenza, ai centri brocardiani relativi alla determinazione del rimanente punto.

Consideriamo il triangolo $x_a x_b x_c$ (v. fig.) ed osserviamo, ad esempio, che il lato $x_b x_c$ è asse del segmento ΩA e ciò perchè $x_b x_c$ è la retta dei centri x_b , x_c delle circonferenze aggiunte e ΩA è la corda dei punti d'incontro. Lo stesso è a dirsi pei rimanenti lati di $x_a x_b x_c$ e però le rette $x_b x_c$, $x_c x_a$, $x_a x_b$ sono rispettivamente assi dei segmenti ΩA, ΩB, ΩC.

Ciò posto, osserviamo che l'angolo in x_c del triangolo $x_a x_b x_c$ è supplementare dell'angolo $B\Omega A$ che è uguale a $\pi - \beta$ onde ang. x_c = ang. β. Analogamente si vede che è

$$\text{ang. } x_b = \text{ang. } \alpha \ ; \ \text{ang. } x_a = \text{ang. } \gamma$$

e che il ragionamento or ora fatto pel triangolo $x_a x_b x_c$ vale identicamente pel triangolo $y_a y_b y_c$. Concludiamo che *La coppia di triangoli dei centri brocardiani sono simili al triangolo fondamentale cui appartengono.*

Oss.: Precedentemente abbiamo dato i valori dei segmenti $x_b A$, $x_c A$, ecct. ; $\frac{1}{2} \Omega A$, ecct. in funzione degli elementi del

fondamentale così che potremmo calcolare senza difficoltà i lati e l'area dei triangoli qui considerati e qualche segmento di figura.

Uniamo il circoncentro O di ABC con i vertici di $x_a\, x_b\, x_c$ e queste congiungenti sono assi dei lati di ABC. L'angolo $x_a\, O\, x_c$ è uguale a $\pi - \beta$ cioè è supplementare dell'angolo in B = all'ang. in x_c di $x_a\, x_b\, x_c$, onde l'angolo esterno $x_c\, O\, l$ del triangolo $x_c\, O\, x_a$ è uguale ad ang. $x_a\, x_c\, O$ + ang. $O\, x_c\, x_b$ che insieme danno l'angolo in x_c ; ma è ang. $x_c\, O\, l$ = ang. $x_a\, x_c\, O + x_c\, x_a\, O$, onde $x_c\, x_a\, O = x_b\, x_c\, O$.

In modo analogo si proverebbe che

$$\text{ang. } x_b\, x_c\, O = \text{ang. } x_a\, x_b\, O.$$

Insomma *Il circoncentro del triangolo fondamentale è uno dei due punti di* Brocard *del triangolo* $x_a\, x_b\, x_c$.

Ma si vede facilmente che anche O è uno dei due punti di Brocard relativi ad $y_a\, y_b\, y_c$, percio.

Dei quattro punti di Brocard *che corrispondono alla coppia di triangoli dei centri brocardiani due di essi coincidono nel circoncentro del fondamentale.*

XII. **Formule notevoli e teoremi.**

La configurazione geometrica che stiamo studiando è così importante che ogni formula esprimente il valore di un dato elemento di essa è una funzione semplice e notevole degli elementi del fondamentale. Ora calcoleremo le aree di un insieme di triangoli e poi combinando quest'aree vedremo che caratteristiche funzioni li rappresentano esprimendo vari teoremi rimarchevoli sul triangolo. Quando a primo membro di una formula comparisce una terna di lettere esprimente un triangolo di figura, lo si intenda anche quel simbolo come rappresentante l'area di tal triangolo. Avremo

$$\text{BCC}_1 = \frac{1}{2}\, a^2 \operatorname{ctg} \gamma \quad \text{ACA}_1 = \frac{1}{2}\, b^2 \operatorname{ctg} \varkappa \quad \text{ABB}_1 = \frac{1}{2}\, c^2 \operatorname{ctg} \beta \tag{35}$$

$$\text{BCB}_2 = \frac{1}{2}\, a^2 \operatorname{ctg} \beta \quad \text{ACC}_2 = \frac{1}{2}\, b^2 \operatorname{ctg} \gamma \quad \text{ABA}_2 = \frac{1}{2}\, c^2 \operatorname{ctg} \varkappa$$

$$\mathrm{BCC_1} \pm \mathrm{BCB_2} = \frac{1}{2}\, a^2\,(\mathrm{ctg}\,\gamma \pm \mathrm{ctg}\,\beta)\,,$$

$$\mathrm{ACA_1} \pm \mathrm{ACC_2} = \frac{1}{2}\, b^2\,(\mathrm{ctg}\,\alpha \pm \mathrm{ctg}\,\gamma)\,, \qquad [36]$$

$$\mathrm{ABB_1} \pm \mathrm{ABB_2} = \frac{1}{2}\, c^2\,(\mathrm{ctg}\,\beta \pm \mathrm{ctg}\,\alpha)$$

$$\mathrm{BCC_1} \,.\, \mathrm{ACA_1} \,.\, \mathrm{ABB_1} = \mathrm{BCB_2} \,.\, \mathrm{ACC_2} \,.\, \mathrm{ABA_2} \qquad [37]$$

I triangoli rettangoli delle formule [35] hanno, a coppia, un cateto comune rappresentato da uno dei lati del fondamentale e per ipotenuse i diametri delle circonferenze aggiunte corrispondenti a quel lato che contengono i centri brocardiani; li diremo, per brevità di linguaggio, *triangoli rettangoli aggiunti corrispondenti ai lati del fondamentale.* Ciò posto abbiamo i teoremi

x) *La somma o la differenza delle aree dei due triangoli rettangoli aggiunti corrispondenti ad uno dei lati del fondamentale uguaglia il semiprodotto del quadrato di quel lato per la somma o la differenza delle cotangenti degli angoli del fondamentale ad esso adiacenti.*

y) *Il prodotto delle aree dei tre triangoli rettangoli aggiunti che hanno per ipotenuse i diametri delle tre circonferenze aggiunte atte alla determinazione d'uno dei due punti di* Brocard, *è costante.*

I triangoli $\mathrm{BC}z_\mathrm{a}$, $\mathrm{CA}z_\mathrm{b}$, $\mathrm{AB}z_\mathrm{c}$ si ottengono in doppio modo per differenza di certi triangoli che risultano evidenti dalla figura; rammentando le [14] e le [35] possiamo scrivere

$$\mathrm{BC}z_\mathrm{a} = \frac{1}{2}\, a^2\,\mathrm{ctg}\,\gamma - \Delta\,\mathrm{ctg}^2\,\gamma = \frac{1}{2}\, a^2\,\mathrm{ctg}\,\beta - \Delta\,\mathrm{ctg}^2\,\beta$$

$$\mathrm{CA}z_\mathrm{b} = \frac{1}{2}\, b^2\,\mathrm{ctg}\,\alpha - \Delta\,\mathrm{ctg}^2\,\alpha = \frac{1}{2}\, b^2\,\mathrm{ctg}\,\gamma - \Delta\,\mathrm{ctg}^2\,\gamma \qquad [38]$$

$$\mathrm{AB}z_\mathrm{c} = \frac{1}{2}\, c^2\,\mathrm{ctg}\,\beta - \Delta\,\mathrm{ctg}^2\,\beta = \frac{1}{2}\, c^2\,\mathrm{ctg}\,\alpha - \Delta\,\mathrm{ctg}^2\,\alpha$$

Poi, per somma, segue

$$\Sigma\mathrm{BC}z_\mathrm{a} = \frac{1}{2}\,\{a^2\,\mathrm{ctg}\,\gamma + b^2\,\mathrm{ctg}\,\alpha + c^2\,\mathrm{ctg}\,\beta\} - \Delta\,(\mathrm{ctg}^2\alpha + \mathrm{ctg}^2\beta + \mathrm{ctg}^2\gamma) \qquad [39]$$

e dalle [38] s'inferisce che

L'area del triangolo che ha per base un lato del fondamentale e per vertice opposto il vertice secondario del triangolo brocardiano ortogonale corrispondente a quel lato uguaglia il semiprodotto del quadrato di quel lato per la cotangente di uno degli angoli ad esso adiacenti meno il prodotto dell'area del fondamentale per il quadrato della cotangente di quell'angolo.

Le congiungenti A, B, C col circoncentro O di ABC passano rispettivamente per z_a , z_b , z_c :

$$AC z_a = \frac{1}{2} b^2 \operatorname{ctg}\beta \quad BC z_b = \frac{1}{2} a^2 \operatorname{ctg} a \quad CB z_c = \frac{1}{2} a^2 \operatorname{ctg} a$$

$$AB z_a = \frac{1}{2} c^2 \operatorname{ctg}\gamma \quad BA z_b = \frac{1}{2} c^2 \operatorname{ctg}\gamma \quad CA z_c = \frac{1}{2} b^2 \operatorname{ctg}\beta \,, \qquad [40]$$

poi, dalle [35] e [40] seguono

$$BCC_1 + BCB_2 + BC z_b = \frac{1}{2} a^2 (\operatorname{ctg} a + \operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\gamma) = \frac{1}{2} a^2 \operatorname{ctg}\omega$$

$$CAA_1 + CAC_2 + CA z_a = \frac{1}{2} b^2 (\operatorname{ctg} a + \operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\gamma) = \frac{1}{2} b^2 \operatorname{ctg}\omega \qquad [41]$$

$$ABB_1 + ABA_2 + AB z_b = \frac{1}{2} c^2 (\operatorname{ctg} a + \operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\gamma) = \frac{1}{2} c^2 \operatorname{ctg}\omega .$$

Le [40] e le [41] mostrano che

x) In ogni triangolo il semiprodotto del quadrato di un lato per la cotangente dell'angolo opposto esprime l'area di uno dei due triangoli uguali che, avendo per base quel lato, abbiano per vertice opposto uno dei due vertici secondari che appartengono ciascuno ai due triangoli brocardiani ortogonali corrispondenti agli altri due del fondamentale.

y) Se alla somma delle aree dei due triangoli rettangoli aggiunti corrispondenti ad uno dei lati del fondamentale si aggiunge quella del triangolo rettangolo che ha per base quel lato e per vertice opposto il vertice secondario di uno dei due triangoli brocardiani ortogonali relativi agli altri due lati, otterremo un numero che uguaglia il semiprodotto del quadrato dello stesso lato per la cotangente dell'angolo di Brocard.

XIII. Altre formule notevoli e teoremi.

Ci serviranno pel seguito le relazioni

$$\operatorname{ctg}\omega = \frac{1}{4\Delta}(a^2+b^2+c^2)\ ,\ [\text{v. ALASIA l. cit. pag. 327}]\ ; \qquad [\lambda]$$

$$\frac{a}{h_a} = \operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\gamma\ ,$$

la quale si deduce molto facilmente insieme alle rimanenti due analoghe. Ciò posto, prendiamo a considerare le [41] e, indicando con $\Sigma(9)$ la somma delle aree dei nove triangoli che compariscono a primo membro delle tre relazioni costituenti quel gruppo, abbiamo per la prima delle $[\lambda]$

$$\Sigma(9) = \frac{1}{2}\left(a^2+b^2+c^2\right)\operatorname{ctg}\omega = \frac{1}{8}\left(a^2+b^2+c^2\right)^2\frac{1}{\Delta}\ ,$$

$$\Delta\,.\,\Sigma(9) = \frac{1}{8}\left[a^2+b^2+c^2\right]^2\ , \qquad \text{così} \quad [42]$$

Il prodotto dell'area del fondamentale per la somma $\Sigma(9)$ *dell'area dei nove triangoli, uguaglia l'ottava parte della somma dei quadrati dei lati del fondamentale.*

Le [28] e [29] per effetto delle $[\lambda]$ divengono

$$\begin{aligned} V_{kb} + V'_{hc} &= 4S_a + \frac{1}{2}\frac{a^3}{h_a} \\ V_{kc} + V'_{ha} &= 4S_b + \frac{1}{2}\frac{b^3}{h_b} \qquad [43] \\ V_{ka} + V'_{hb} &= 4S_c + \frac{1}{2}\frac{c^3}{h_c} \end{aligned}$$

$$\sum_{a,b,c} V_k + \sum_{a,b,c} V'_h = 4\Delta + \frac{1}{2}\left(\frac{a^3}{h_a}+\frac{b^3}{h_b}+\frac{c^3}{h_c}\right) =$$

$$\frac{2}{3}\left(a h_a + b h_b + c h_c\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{a^3}{h_a}+\frac{b^3}{h_b}+\frac{c^3}{h_c}\right) \qquad [44]$$

epperò

La somma delle aree di sei convenienti triangoli aggiunti agli iperbrocardiani è uguale all'area del triangolo anticomplementare del fondamentale aumentata della semisomma dei rap-

porti del cubo di ciascun lato di quest'ultimo all'altezza di questo corrispondente a quel lato.

Richiamiamo ora alcune formule esposte e trovate nello studio sui triangoli brocardiani ortogonali, qui citato e, subendo un lieve cambiamento di segno per effetto della nuova configurazione, scriviamole in base a questa configurazione.

Se $\Phi_1 = x_a\, y_a$, $\Phi_2 = x_b\, y_b$, $\Phi_3 = x_c\, y_c$ sono i *lati principali dei triangoli ortogonali brocardiani* $x_a\, y_a\, z_a$, $x_b\, y_b\, z_b$, $x_c\, y_c\, z_c$ di area Δ_1, Δ_2, Δ_3 trovammo

$$\Phi_1 = \frac{1}{2}\, a\, (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma) \qquad \Delta_1 = \frac{1}{4}\, \Delta\, (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma)^2$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{2}\, b\, (\operatorname{ctg}\gamma - \operatorname{ctg}\alpha) \qquad \Delta_2 = \frac{1}{4}\, \Delta\, (\operatorname{ctg}\gamma - \operatorname{ctg}\alpha)^2 \qquad [45]$$

$$\Phi_3 = \frac{1}{2}\, c\, (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha) \qquad \Delta_3 = \frac{1}{2}\, \Delta\, (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha)^2$$

Denominammo ivi *triangoli brocardiani derivati* i triangoli $x_a\, y_a\, B = x_a\, y_a\, C$, $x_b\, y_b\, C = x_b\, y_b\, A$, $x_c\, y_c\, A = x_c\, y_c\, B$ e ne indicammo con P_1 , P_2 , P_3 l'area. Si trovò

$$P_1 = \frac{1}{8}\, a^2\, (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma) \ ,$$

$$P_2 = \frac{1}{8}\, b^2\, (\operatorname{ctg}\gamma - \operatorname{ctg}\alpha) \ , \ P_3 = \frac{1}{8}\, c^2\, (\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha) \qquad [46]$$

e poi

$$\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma = 2\sqrt{\frac{\Delta_1}{\Delta}} \ ,$$

$$\operatorname{ctg}\gamma - \operatorname{ctg}\alpha = 2\sqrt{\frac{\Delta_2}{\Delta}} \ , \ \operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha = 2\sqrt{\frac{\Delta_3}{\Delta}} \qquad [47]$$

$$\operatorname{ctg}\omega = \frac{1}{\Delta}\left\{ P_1 \sqrt{\frac{\Delta}{\Delta_1}} + P_2 \sqrt{\frac{\Delta}{\Delta_2}} + P_3 \sqrt{\frac{\Delta}{\Delta_3}} \right\} \qquad [48]$$

che è una *caratteristica espressione areolare dell' angolo di* Brocard.

Ciò posto, considerando le [9] e le prime [45] abbiamo, come può risultare da altre considerazioni,

$$CB_2 - BC_1 = 2\Phi_1 \ , \ AC_2 - CA_1 = 2\Phi_2 \ , \ AB_1 - BA_2 = 2\Phi_3 \ ,$$

epperò

$$V_{kb} - V'_{hc} = a\Phi_1 \ , \ V_{kc} - V'_{ha} = b\Phi_2 \ , \ -V_{ka} + V'_{hb} = c\Phi_3 \quad [49]$$

ove si considerano le [30]. Adunque

La differenza delle aree di due convenienti triangoli aggiunti agli iperbrocardiani aventi per basi i diametri delle circonferenze aggiunte relative ad un lato del fondamentale, è uguale al prodotto di quel lato per il lato principale del brocardiano ortogonale corrispondente al medesimo lato.

(Continua).

CRONACHE E RIVISTE

FISICA

Thirion J. — **La Physique Solaire depuis trois siècles.** (Revue des questions scientifiques III Série T. XIX).

Riccò A. — **Risultati recenti degli studi solari.** (Atti della società italiana per il progresso delle Scienze. III R.).

Il sole per la sua bellezza ha sempre attratto l'attenzione dei popoli che vissero sotto un limpido cielo: fu cantato dai poeti, giganteggiò nella fantasia degli artisti, e ne furono studiati i movimenti, i caratteri fisici anche nei tempi antichi. Già Virgilio ed Ovidio nelle loro opere parlano delle macchie solari; ma lo studio regolare delle proprietà fisiche del sole, di cui dobbiamo ora occuparci, risale ai tempi di Galileo. Siccome l'ordine storico delle scoperte sulla fisica solare si confonde con quello dell'invenzione e del perfezionamento degli strumenti che le resero possibili, si può dividere questo riassunto in quattro parti che si intitoleranno: Il *Cannocchiale*, lo *Spettroscopio integrante*, lo *Spettroscopio analizzatore*, lo *Spettrografo*.

Il *Cannocchiale*. — I corpi celesti nascondono i loro segreti colla debolezza della loro luce, il Sole li nasconde in un eccesso di luce, sicchè per osservarlo convenne sulle prime scrutarlo al sorgere, o al tramonto, o traverso una nube leggera, e con questi artifizi Galileo osservò fino al 1612 le *macchie* solari; ma ci si avvide ben presto che con un vetro opaco si poteva osservare direttamente al cannocchiale il « ministro maggior della natura », e con questo metodo si scoprì che il *nucleo* oscuro delle macchie è circondato da una *penombra* radiata, e da regioni brillanti che si dissero *facole*. Poi si pensò di proiettare l'immagine del sole su uno schermo di carta bianca, e disegnarne la superficie colle sue continue trasformazioni.

Col sistema della proiezione Galileo, ed il suo rivale

P. Scheiner poterono accertarsi che le macchie, le quali prima si credevano corpi oscuri, interponentisi tra il sole e la terra, erano invece inerenti alla superficie solare, e ruotavano con essa, come le nubi della nostra atmosfera ruotano attorno alla terra: dall'osservazione delle macchie dedussero che il sole doveva compire una rotazione attorno a sè stesso in 27 giorni, e che il suo asse doveva essere inclinato di 7° circa sull'eclittica. Si accorsero pure che le macchie si trovavano di preferenza confinate in due zone, poste simmetricamente rapporto all'equatore, tra i 5° ed i 35° di latitudini. Scheiner le chiamò, e si chiamano tuttora, *zone reali*. Wilson pensò nel 1769 che le macchie fossero crateri apertisi sulla superficie solare, Herschel notò che le facole sono parti sollevate della fotosfera, e che questa presenta l'aspetto di una specie di fitta rete, dalle maglie della quale si sollevano delle *granulazioni* brillanti, come facole piccolissime. Dopo l'invenzione della fotografia, senza peraltro abbandonare il primo metodo, si introdusse anche l'uso di sostituire alla carta bianca, su cui si proiettava l'immagine solare, una lastra sensibile alla luce. La prima fotografia del sole fu ottenuta nel 1845 da Fizeau e Foucault, e nel 1857 De-La-Rue costruiva a Kew in Inghilterra un apparecchio permanente chiamato *fotoeliografo* per la fotografia giornaliera del sole e delle sue macchie.

Verso la metà del secolo XIX due importanti scoperte furono dovute alla statistica dei fenomeni osservati nel sole. Schwabe di Dessau aveva incominciato nel 1826 la statistica delle macchie solari, senza uno scopo ben determinato; ma, nell'accumular materiale, si potè accorgere, e poi persuadere che il numero annuale delle macchie presenta un *periodo di 11 anni circa*. Per tre anni le macchie aumentano progressivamente, restano stazionarie un anno o due, e poi diminuiscono nei sei o sette anni seguenti. — L'ultimo massimo di frequenza delle macchie si ebbe nel 1906: la diminuzione che fu lenta fino al 1909 è divenuta rapidissima nel 1910 e 1911. — Carrington (1853-1861) estese il metodo di Scheiner, per calcolare la rotazione solare, ad un gran numero di macchie trovantisi a latitudini differenti, e mostrò come il Sole *non ruota attorno a sè stesso come un corpo solido*: la durata della rotazione equa-

toriale è di 25 giorni circa, alla latitudine di 20° aumenta di 18h, a 35° è di giorni 26 1/2. Spörer diede, per calcolar la rotazione diurna ω delle macchie, la formola empirica

$$\omega = 12^0,92 + 13^0,74 \cos 2\lambda ,$$

ove λ rappresenta la latitudine. Egli notò inoltre che nelle epoche di massima le macchie si trovano a latitudini vicine a 16°, poi si avvicinano all'equatore, e contemporaneamente diminuiscono; ma poco avanti che si sia al minimo, esse incominciano a mostrarsi a 30 o 35 gradi, per ridiscendere gradatamente, nel mentre che aumentano, e ripetere poi la stessa cascata. Questa legge è nota sotto il nome di *legge di Spörer*.

Siamo debitori al Wolf di Zurigo ed al suo successore Wolfer di una statistica di macchie solari, che incomincia dal 1749, e che si continua anche nell'epoca attuale per il concorso di molti osservatori. Una ventina di stazioni (centro a Zurigo) cooperano a questa statistica con osservazioni visuali, Londra, Dehra Dun (India) e isola Maurizio vi cooperano con fotografie. Sono celebri le superbe fotografie ottenute da Jansen a Meudon, nelle quali si vedono non solo le macchie e le facole; ma altresì le granulazioni in tutti i più minuti particolari.

Le macchie si raggruppano, nè questo avviene senza legge. Il Brunner dell'osservatorio di Zurigo ha trovato che, quando si forma in una certa regione un gruppo di macchie, queste si respingono fra loro nella fase iniziale: dopo 7 o 8 giorni i movimenti divergenti cessano, se non si hanno recrudescenze nell'attività del gruppo. Il senso prevalente degli spostamenti è quello della rotazione solare, ma nell'epoca di maximum i gruppi nei quali dominano i movimenti propri negativi, sembrano relativamente più numerosi. L'intensità degli spostamenti appare proporzionale alla rapidità ed intensità dello sviluppo dei gruppi ed indipendente dalla fase dell'attività solare e dalla latitudine dei gruppi stessi.

Dopo le promettenti scoperte sulle macchie era naturale domandarsi se queste influissero sul magnetismo e sulla meteorologia terrestre: J. Lamont e E. Sabine trovarono per il magnetismo un periodo undicennale, trovarono inoltre che alla grandezza e frequenza delle macchie solari corrisponde

frequenza e grandezza delle variazioni del magnetismo terrestre, ed anche frequenza e splendore delle aurore boreali; al passaggio di una macchia per il meridiano centrale, corrisponde *con un ritardo di quasi due giorni* una tempesta magnetica. W. Lockyer ha scoperto per la pressione barometrica di Bombay, Batavia, Capetown, Adelaide, Durban, Sydney un andamento affatto analogo all'undicennale delle macchie solari, con questo, che ai massimi corrispondono i minimi, e viceversa. La relazione sarebbe invertita per l'America meridionale. Klein trovò maggior frequenza di cirri (nubi alte) nelle epoche di massimo delle macchie solari, ed anche nel pianeta Giove a tale epoca sembra vi sia maggior frequenza di nubi.

Parlando di meteorologia è naturale la domanda: Qual è la quantità di calore che il sole fa arrivare sulla terra in direzione normale, in un minuto su un centimetro quadrato, o come si dice da Pouillet in poi: qual'è la *costante solare?* I valori calcolati oscillano tra 1,763 e 2,5 piccole calorie. Il prof. Bemporad ha date alle ricerche di questo genere un nuovo impulso (V. cronache del n. 141 e corr. 1922 in 1,922). Egli ha studiato recentemente la variazione di assorbimento dell'atmosfera terrestre, ed ha trovato che i coefficienti di assorbimento maggiori si hanno proprio nei giorni di maggior trasparenza dell'aria negli strati superiori.

Il nuovo indirizzo delle ricerche pireliometriche varrà anche a determinar meglio la temperatura del Sole, della quale per ora grazie agli studi di Scheiner, Ångström ed Amerio si può esser certi che è compresa fra 5000° e 7000°: il margine è grande; ma alcuni anni addietro era compreso tra 1500° (Violle) e 10 milioni di gradi (Waterston).

Lo *spettroscopio integrante*. — Se fu un problema difficile vincere i raggi troppo intensi del sole, più difficile fu quello di sottrarsi alla sua luce diffusa, che ci nasconde di giorno lo scintillar delle stelle, e che ci avrebbe fatto ignorare l'esistenza di un'*atmosfera solare*, se la Luna non avesse cospirato con noi per immergerci, in rare circostanze, in una notte artificiale, che sorprendesse il sole al di sopra dell'orizzonte. Fino al principio del secolo XIX si erano potuti osservare, durante i

fuggitivi momenti della totalità delle eclissi di sole quei fenomeni che si dissero *protuberanze*, *cromosfera*, *corona*, *raggi*: le osservazioni delle eclissi del 1842, del 1851 e del 1860 fecero prevalere l'idea che questi fenomeni fossero connessi col sole, piuttosto che dovuti a riflessi lunari; ma fu necessaria, per troncare ogni questione, l'analisi spettrale. Si può osservare allo spettroscopio la luce emessa in complesso da tutta una superficie illuminante, oppure quella emessa da una sola regione della sorgente: per spettroscopio integrante si intende la spettroscopia applicata all'esame della luce globale della sorgente, che nel nostro caso è il Sole.

Newton per il primo riuscì a proiettare su uno schermo, per mezzo di un prisma, lo spettro della luce globale della fotosfera: gli parve continuo. Più tardi nel 1802 Wollaston l'osservò in migliori condizioni, e scorse alcune linee oscure, che rompevano la continuità dello spettro. In fine Fraunhofer mostrò che queste linee oscure erano numerossime, d'intensità e di larghezza varia. Ne scelse alcune, distribuite in tutte le regioni dello spettro, affinchè servissero come linee di riferimento, e le designò colle prime lettere dell'alfabeto. Ora se ne conoscono più di 20000. D'onde venivano queste linee oscure, e quale era il loro significato? La risposta fu data da Bunsen e Kirchhoff nel 1861, nella loro celebre memoria sull'*Assorbimento dei gas incandescenti.* Secondo questi nuovi concetti (Ångström lo aveva intraveduto nel 1853) la luce emessa dalla fotosfera doveva contenere la serie completa delle radiazioni visibili; ma arrivarci dopo aver traversato un'atmosfera gassosa incandescente la *cromosfera*, nella quale si produceva l'assorbimento elettivo.

Veramente le linee di Fraunhofer sono ad un tempo quelle dello *spettro di assorbimento* e quelle dello *spettro di emissione* dei gas e dei vapori che entrano nella costituzione dell'atmosfera solare (1). Il contrasto le può far sembrare oscure, o luminose. In generale dell'insieme delle radiazioni emesse da una

---

(1) Per quanto non le spetti più l'importanza di una volta, rammentiamo le leggi di Kirchoff: Quando non intervengano altre forme di energia che la termica e la raggiante, vale tra il potere assorbente

sorgente luminosa, un mezzo gassoso interposto — per un fenomeno di risuonanza — assorbe a profitto della sua temperatura, quelle radiazioni sopra tutto che è capace di emettere, e per compenso vi sostituisce il suo proprio irraggiamento. Se questo è meno intenso di quello della sorgente, le linee sembrano oscure, e si ha lo spettro di assorbimento; ma l'insieme delle linee relativamente oscure, nate per l'intromissione del gas, si può considerare sotto un doppio aspetto: *spettro di assorbimento del mezzo*, ed è perciò che le linee sono oscure; ne è *spettro di emissione*, ed e perciò che queste linee non sono che relativamente oscure. Se un gas fa parte di un mezzo assorbente, in cui la densità, la temperatura, l'intensità luminosa possono variare da una regione all'altra, e irraggia la sua luce con un'intensità più grande di quella delle radiazioni corrispondenti della sorgente, il contrasto è invertito: le linee del suo spettro spiccano sullo spettro generale, non già come linee oscure, ma come *tratti brillanti*, con il colore ed al posto che loro è proprio, si dice allora che queste linee sono *invertite*.

Intanto Bunsen e Kirchhoff ci misero sulla strada per fare l'analisi chimica dell'atmosfera solare. Basta confrontare sistematicamente le linee di Fraunhofer colle linee bril-

---

A di un corpo, il suo potere emissivo E, il potere emissivo del corpo assolutamente nero *e*, la relazione

$$E = A\,e$$

per ciascuna lunghezza d'onda λ, a ciascuna temperatura T (scala assoluta) E, A, *e* sono tutte e tre funzioni di λ e di T. La funzione $e(\lambda, T)$ rappresenta una delle più importanti leggi della natura, e quindi il suo studio è stato oggetto di moltissime ricerche teoriche e sperimentali, le quali, se non sono riuscite ancora a precisarla, si può dire che a ciò si sono molto avvicinate.

L'inversione dello spettro che si riguardò un tempo come conseguenza della legge di Kirchoff, si considera ora come un fatto sperimentale da spiegarsi col principio di risuonanza, qualunque sia la specie dell'energia che si cambia in energia raggiante e viceversa. (V. Puccianti L., *Alcune osservazioni critiche ed esperienze nuove relative ai fondamenti della spettroscopia celeste.* — Nuovo Cimento, Giugno 1905).

lanti dello spettro di emissione delle sostanze terrestri, ridotte allo stato di gas incandescenti: fanno parte del mezzo solare assorbente quelle sostanze le cui linee spettrali di emissione figurano fra le linee di assorbimento di Fraunhofer. Questo lavoro di identificazione, ci ha rivelato nell'atmosfera del sole la presenza allo stato di vapori incandescenti di un gran numero dei nostri elementi chimici: ferro, idrogeno, sodio, calcio, magnesio, nichel, titanio. L'identificazione non è ancora compiuta, nè sappiamo quali sorprese ci riserbano queste ricerche. Digià al principio si attribuì ad una sostanza ipotetica, chiamata *elio*, una delle linee di Fraunhofer, che non si ritrovava in alcuno degli spettri di emissione delle sostanze conosciute allora nei nostri laboratori. Poi l'elio fu estratto da Ramsay da un minerale raro, la clevite, e dal Palmieri fu riconosciuto nelle sublimazioni del Vesuvio: nella clevite e fra i gas delle solfatara di Pozzuoli Nasini ed Anderlini trovarono anche il *coronio* che si credeva speciale della corona solare.

Nella enorme fornace solare la materia si trova in condizioni ben differenti da quelle che possiamo crearle nei nostri laboratori: forse vi è frequente la *dissociazione* (1) degli elementi

---

(1) Rammentiamo a proposito di dissociazione che l'atomo di Uranio perdendo due particelle α, si trasforma in un atomo di Uranio X, questo, perdendo una particella β si trasforma in un atomo di Ionio, e così via, finchè si arriva come prodotto finale all'atomo di Piombo. Si richiedono circa 5000 anni perchè la metà degli atomi di una certa quantità di Uranio sia disgregata, ed anche per ognuno degli altri atomi di corpi radioattivi è calcolata la sua *costante di tempo*. Questo nei limiti delle nostre esperienze; ma nella fornace Solare il fenomeno deve essere più celere e più generico.

Il concetto che ci si può formare dei fenomeni radioattivi viene così esposto in un recente articolo del Ruterford (*Journal of the Soc. of Ch. Ind.* XXX).

Gli atomi degli elementi chimici sono come sistemi solari in miniatura, con un nucleo positivo (analogo ai raggi α) intorno al quale girano gli elettroni (analoghi ai raggi β) con una velocità vertiginosa, come i pianeti attorno al sole: per quanto piccolo sia il volume occupato da un atomo materiale (0,07 millimicron) gli elettroni sono di di-

chimici in elementi più semplici, dissociazione alla quale ci hanno abituato le metamorfosi dei corpi radioattivi, e che può esser la causa di certe variazioni che si osservano nelle linee spettrali.

Nelle linee spettrali del Sole fu osservato per la prima volta il fenomeno di Döppler-Fizeau. È noto che quando una sorgente di moto ondulatorio si avvicina, con velocità pa-

---

mensioni talmente minuscole che hanno, per eseguire le loro evoluzioni, tanto spazio quanto ne ha la terra e gli altri pianeti nella loro rivoluzione attorno al sole. Allo zero assoluto tutto questo mondo in miniatura è ridotto all' immobilità ; quando la temperatura si innalza, i movimenti interni delle particelle incominciano, poi si accelerano, e può avvenire che una, o parecchie tra esse, a ognuna delle loro rivoluzioni, subiscano un aumento brusco e momentaneo di velocità, che si traduce in un urto, od una induzione sull' etere ambiente, da cui una produzione di onde eteree periodiche, le quali si propagano all'esterno dell'atomo, sotto forma di calore irradiante, o di luce. Il vapore di sodio riscaldato dà una luce gialla, sempre eguale, di frequenza ben determinata (500 000 miliardi di vibrazioni al secondo); è verosimile che tale luce sia prodotta dalle pulsazioni periodiche di uno dei corpuscoli interni all' atomo dell' idrogeno, che compirebbe pertanto le sue rivoluzioni colla medesima frequenza : si tratterebbe di un pianeta il cui anno è abbastanza corto in confronto di quelle della terra. Gli elettroni piú vicini al centro dell' atomo hanno una velocità angolare più grande ancora, ed alle alte temperature creeranno nell' etere nel quale nuotano, delle vibrazioni periodiche ancora più frequenti, corrispondenti all' azzurro, al violetto all' ultravioletto. Gli elettroni più lontani dal centro girano invece con delle velocità angolari più deboli ed in condizioni speciali di temperatura, daranno origine a radiazioni calorifiche rosse ed infra-rosso. Ci si spiega così come, messo in vibrazione dal calore, un elemento chimico, p. s. l' atomo di ferro, possa vibrare contemporaneamente secondo ritmi molto diversi, dando più di 120 righe nello spettro della sua luce ; più di 120 *note* luminose : ciascuna di queste note è prodotta separatamente dall' evoluzione di un corpuscolo : godendo i differenti corpuscoli una certa libertà all' interno dell'atomo. Ad altissime temperature non è difficile la perdita, per parte dell' atomo, di alcuni di questi elettroni, da cui il cangiamento delle righe prodotte nello spettro, e la trasformazione di un elemento nell' altro.

ragonabile a quella di propagazione, ad un osservatore, le onde emesse sembrano più brevi; se si tratta di una sorgente di luce, questa sposterà le sue linee verso il violetto, il contrario avviene nel caso di un allontanamento. Nel sole si osservò uno spostamento delle linee spettrali verso il violetto da uno dei bordi, verso il rosso dall'altro, e siccome da questo spostamento si puo' dedurre la velocità radiale della sorgente, il fenomeno di Döppler-Fizeau somministrò ad Adams ed altri un nuovo metodo per studiare il complesso problema della rotazione del sole.

Lo spostamento delle linee spettrali per altro può essere dovuto anche ad un aumento di pressione: a pag. 457 di queste cronache è riprodotto lo spostamento delle linee sotto forti pressioni.

Lo *spettroscopio analizzatore.* — Si può applicare la fenditura dello spettroscopio ad una piccolissima parte dell'immagine reale del sole, data dall'obiettivo del canocchiale, ed esplorare le varie parti del sole; si ha allora lo spettroscopio analizzatore. Durante l'eclisse del 1871 l'astronomo americano Young dispose appunto la fenditura del suo spettroscopio tangente all'immagine del sole, nel momento in cui si stabiliva il secondo contatto del borbo lunare. Lo spettro dell'esile falce della fotosfera, si presentava ai suoi occhi colle solite linee oscure; ma all'istante del contatto, le linee divennero *brillanti* su un fondo oscuro, e si mantennero tali per due o tre secondi: il fenomeno fu detto dagli inglesi *flash* e dagli italiani *pioggia di righe lucide.* Poi il *flash* si potè fotografare, Comas Sola nel 1905 lo cinematografò, Hale ed Adams, sono riusciti a fotografarlo anche senza eclissi. Secondo Kirchhoff al di sopra della fotosfera vi deve esser *uno strato formato da una miscela di quasi tutti i gas e vapori costituenti il sole*, la quale, per essere all'esterno, è meu calda della fotosfera, e *esercita assorbimento* sulla luce solare, cosicchè nel suo spettro vediamo migliaia di linee oscure. Allorquando nell'eclisse la luna sta per coprire il sole, e ne lascia vedere una sottile falce, lo spettro di questa è ancora continuo, colle righe oscure; ma poi, avanzando l'eclisse, la falce si riduce ad un esile filetto, costi-

tuito solamente dalla base della cromosfera, base che fu detta *strato invertente*, *strato assorbente*, e *velo oscuro:* questa base è pure sempre a temperatura altissima, e quindi la sua luce, vista direttamente e sola, si mostra quella dei gas e vapori incandescenti; e pertanto il suo spettro è formato da archi o righe lucide, le quali appariscono istantaneamente, quando tutta la fotosfera è coperta, e durano pochissimi secondi, finchè anche lo strato invertente viene pure nascosto dalla luna. Sir N. Lockyer, la cui grande esperienza nelle eclissi e la cui grande autorità in fisica solare è altamente apprezzata, ritiene che lo strato invertente non sia limitato a 1″ o 2″ d'altezza; ma che l'assorbimento, cui debbonsi le linee oscure della fotosfera, abbia luogo a diverse altezze per i diversi gas e vapori del sole.

Con un processo analogo si può durante la totalità studiare a delle altezze di più in più elevate lo spettro della cromosfera, la quale varia da 8000 a 80000 km. Lo spettro va gradatamente impoverendosi di linee brillanti, finchè negli strati superiori non si trovano in generale che le linee dell'idrogeno, dell'elio e del calcio, che sono i *gas permanenti* della cromosfera. Le linee sono spesso storte e spostate, e non è raro che accusino dei movimenti la cui velocità radiale può arrivare a parecchie centinaia di km. al secondo. Alla sua superficie terminale la cromosfera è, in parecchi punti, frastagliata da elevamenti mobili e cangianti, che rammentano lo spettacolo d'una foresta incendiata, di cui ogni albero alimenti una fiamma capricciosa.

Quà e là quest'agitazione tumultuosa si inasprisce, e si vedono sorgere immensi getti di materia incandescente, i cui vortici prodigiosi, rosei come la cromosfera, si innalzano a delle altezze di 200 mila e 500 mila Km. Sono le *protuberanze*: queste contengono, come la cromosfera, del pulviscolo. La *società degli spettroscopisti Italiani*, fondata nel 1872, ha per iscopo lo studio delle protuberanze. Esse hanno lo stesso periodo undicennale di frequenza come le macchie. Anche gli spostamenti in latitudine delle zone di massima produzione delle protuberanze seguono, come dimostrò il Prof. Riccò, una legge analoga, ma non identica a quella di Spörer per le macchie. Grazie sopra

tutto al Riccò la società degli spettroscopisti possiede una collezione di disegni della cromosfera con le protuberanze che si estende a 40 anni, nei quali le osservazioni in media sono fatte in quattro giorni su cinque. Una società per l'osservazione e disegno delle protuberanze ha il suo centro a Catania.

Tutte le protuberanze contengono come la cromosfera dei corpuscoli solidi, incandescenti, che brillano, e danno uno spettro continuo, e diffondono la luce della fotosfera. Alcune sono formate *principalmente* di ammassi di queste polveri solide, il loro spettro continuo più brillante ha acquistato ad esse il nome di *protuberanze bianche.*

Nel crepuscolo della totalità la massa rossa delle protuberanze campeggia sul fondo bianco d'argento della *corona*, vaghissima aureola che circonda il globo nero della luna, e prolunga ciò che si è convenuto di chiamare atmosfera solare, a delle altezze prodigiose. Si è potuta costatare la sua estenzione fino a 15 o 20 milioni di Km. e non possiamo dire che qui si arresti: è forse l'insufficienza dei nostri mezzi d'osservazione che le impone questo limite. Comunque l'estensione visibile della corona, al momento dell'eclisse totale, l'aspetto calmo o agitato, la forma, il numero, l'orientamento e l'estensione dei *raggi* della corona, che la solcano e le danno talvolta l'aspetto d'un intreccio di code di comete, variano molto, e queste variazioni sono in stretta relazione con quelle dell'attività solare, rivelate dalla periodicità undicennale delle macchie. Hansky ha mostrato che all'epoca dei massimi i raggi o pennacchi coronali spiccano da ogni parte del Sole e la corona prende aspetto stelliforme, nelle epoche di minima, nelle quali l'attività solare si riduce alle regioni equatoriali, i pennacchi partono soltanto dalle dette regioni, e la corona prende l'aspetto di due lunghe ali equatoriali. Tale p. e. è l'aspetto della corona nelle fotografie del Worthington, ottenute nell' eclisse del 28 Aprile decorso.

Queste variazioni in dipendenza dalle macchie solari, si possono avvicinare alle variazioni che Bosler ha dimostrato per le comete, molto più che la costituzione fisica della corona — per quel poco che se ne è potuto conoscere durante le eclissi — è analoga a quella delle code cometarie, in quanto

come esse presenta una luminescenza sua propria, e contiene gas e corpuscoli liquidi e solidi respinti a grandi distanze dalla *pressione della luce solare*. Fu riassunto a pag. 263-266 del n. 141 della Rivista come si spiegano la pressione della luce sui corpuscoli solidi e sui gas, ed i fenomeni di luminescenza delle code cometarie: tale spiegazione si applica anche alla corona del sole. Forse quella fascia che ricinge il sole, e che talvolta percepiamo come luce zodiacale è un estremo lembo della corona, ed ha delle analogie colla parte periferica delle code delle comete.

L'intensità luminosa della corona è $^1/_9$ di quelle della luna piena: che la corona ruota insieme al sole fu dimostrato da Young e Harknes con lo spettroscopio.

Se lo spettroscopio integrante ci ha iniziato allo studio teorico della fotosfera, l'analizzatore ce ne ha fatto conoscere lo strato invertente e gli altri che si continuano poi nella corona, e di più ci ha aiutato, per un'ipotesi feconda di Deslandres, a scandagliare a varie profondità l'atmosfera solare, per mezzo delle linee di Fraunhofer. Si prenda di mira lo spettro di una facola, e si studino le righe H e K del calcio, ci si accorge che esse sono doppiamente invertite: sulla linea oscura di assorbimento si disegna una linea più fine, brillante nel cui mezzo è una finissima linea nera che divide longitudinalmente le prime due, e ricorda le famose linee di Apelle e Protogene. La striscia oscura, più larga, della riga H è designata con H_1, quella brillante (a cui l'oscura serve di cornice) con H_2 l'interna (fine ed oscura) con H_3: analogamente si fa per la riga K. Deslandres ha supposto che le linee oscure H_1 o K_1 appartengano agli strati profondi della cromosfera (strato invertente), le linee brillanti H_2 o K_2 agli strati intermedi, e le linee nere centrali H_3 o K_3 agli strati superiori di questo mezzo. Di linee doppiamente invertite, in questa ipotesi, ve ne debbono essere molte, ed ognuna sarà a noi rivelatrice dei mutamenti che si possono verificare nei differenti strati della cromosfera. Vedremo fra poco l'applicazione dell'ipotesi di Deslandres.

Si può applicare lo spettroscopio all'analisi delle *macchie solari*, ed a tale scopo si sta eseguendo un grande atlante fo-

tografico dello spettro delle macchie solari all'osservatorio del Monte Wilson con un colossale spettrografo, congiunto al Tower-Telescope, o telescopio a torre, ideato da Hale. La torre è di 46 m. la distanza focale dell'obbiettivo è nove metri, l'immagine che si ottiene del sole ha un diametro di 17 cm. Dallo studio dello spettro delle macchie è risultato: 1) L'identificazione fatta da Olmsted di molte righe costituenti i *Flutings (colonnati, persiane)* dello spettrc delle macchie, confrontandoli con quelli dell'ossido di titanio, dell'idruro di magnesio, dell'idruro di calcio; — 2) Il rinforzarsi di righe del vapor acqueo nelle macchie, trovato dal Cortie; — 3) La spiegazione dei cambiamenti delle righe spettrali nelle macchie, come dovuti a temperatura men alta di quella della fotosfera.

Lo spettro delle macchie è molto simile a quella della stella *Sirio*, come è stato confermato da recenti studi eseguiti all'Osservatorio Onth Kensington, sotto la direzione del Lockyer (1).

---

(1) All'osservatorio di M. Wilson, Adams, studiando lo spettro delle stelle ha costatato in certe stelle che hanno alcune linee più lucenti delle altre e che si dicono a line rinforzate (enhaced), uno spostamento più o meno grande delle linee verso l'estremo rosso dello spettro. Lo spostamento è massimo nello spettro di Sirio, minimo in quello di Arturo. Adams mette lo spostamento costatato in rapporto colla pressione che regna nelle atmosfere stellari, al livello da cui provengono queste radiazioni luminose. (V. più avanti le ricerche del Rossi). Lo spettro di linee rinforzate in Sirio indicherebbe una pressione 12 volte più grande di quella che esiste sullo strato invertente del Sole: è verosimile che in Sirio la luce sia emessa da strati profondi, e che questa stella non possegga fotosfera propriamente detta; ma che sia formata di gas incandescenti a densità costantemente crescente verso l'interno. Lo spettro di Arturo indicherebbe al contrario la formazione di una vera fotosfera nella quale, come per il Sole, i diversi elementi chimici sono presenti allo stato gassoso. Procione è ad uno stato intermediario tra Sirio ed il Sole; se queste deduzioni sono esatte, la pressione vi equivale a sette volte quella che esiste nello strato invertente del Sole.

Lo *spettrografo.* — L'eclisse del 1868 è celebre nella storia della fisica solare, perchè in essa si applicò per la prima volta sistematicamente lo spettroscopio allo studio della cromosfera e delle protuberanze, e perchè in quell'occasione Janssen e Lockyer scopersero simultaneamente il modo di osservare le *protuberanze del contorno solare* a sole libero, senza aver bisogno di aspettare i rari e brevissimi istanti delle eclissi totali di sole.

Se si dispone la fenditura dello spettroscopio tangente all'immagine del sole, la luce che passa dall'apertura si decompone in due, una a spettro discontinuo, e l'altra a spettro continuo con linee d'assorbimento. Quest'ultima è dovuta alla luce solare diffusa dall' atmosfera terrestre, l'altra è emessa dal segmento di cromosfera o di protuberanza compresa nello spazio della fenditura. Il prisma disperde in una lunga e debole striscia la luce diffusa, e condensa la luce della cromosfera in alcune righe brillanti, che rimarrebbero vinte soltanto, se la fenditura si aprisse in piena luce solare. Fissando p. e. la riga rossa dell'idrogeno nello spettro di una protuberanza e disegnandola, mentre si sposta la fenditura parallelamente a sè stessa, si ottiene il disegno della protuberanza, o meglio della distribuzione dell'idrogeno in essa. Se, invece dell'occhio dell'osservatore, si pone nel piano focale una lastra sensibile alla luce, e si fotografano su essa le immagini provenienti dai successivi spostamenti della fenditura dello spettroscopio, si ottiene una fotografia in luce monocromatica della distribuzione — sulla protuberanza — del gas incandescente a cui appartiene la riga scelta.

Lo spettroscopio munito di camera fotografica prende il nome di *spettrografo.* Ma, siccome le righe dello spettro sono relativamente oscure, si può prendere di mira una qualunque di esse; anzi, se presenta il doppio invertimento, si prenderà di mira una delle tre strisce, e percorrendo tutta la superficie del sole si potrà studiare in *ogni tempo e su tutto il disco solare, la distribuzione e le forme del movimento di ognuna delle sostanze che entrano nella composizione della cromosfera, separatamente negli strati bassi, nei medi ed in quelli superiori.*

In tal modo la potenza d'analisi dello spettroscopio è combinata con la fedeltà delle immagini fotografiche nello spettreliografo, che fu ideato da Deslandres e da Hale: l'osservatorio di quest'ultimo al M. Wilson è centro delle ricerche spettreliografiche, eseguite da una quindicina di stazioni sparse in Europa, Asia, America, e tra esse tiene un posto di onore la stazione del Riccò (Catania).

Gli *spettreliogrammi* sono molto più ricchi in particolari che non le fotografie della fotosfera, prese in luce globale. Essi ci mostrano *disseminate da pertutto*; anche in vicinanza delle macchie, *le facole*, ed al disopra di loro in tutta la cromosfera delle nubi incandescenti che da Hale sono state dette *flocculi*. Flocculi sono anche dette altre nubi brillanti come queste, ma più piccole, certo collegate coi grani della fotosfera.

Miss Ware ha misurato all'osservatorio del Monte Wilson i movimenti dei flocculi, e ne ha dedotto che i flocculi di calcio hanno velocità decrescenti dall'equatore solare ai poli, quasi come le macchie; i flocculi d'idrogeno hanno una velocita angolare uniforme, almeno fino alle latitudini eliografiche $\pm 40^0$. Anche Adams, studiando la luce della riga H_γ (C) dell'*idrogeno*, trovò per questo una *velocità vicina a quella di un corpo rotante tutto d'un pezzo*, fino alla latitudine di 75^0. Da queste ricerche convien concludere che la rotazione del sole avviene per strati sovrapposti.

Alla fine del maggio del 1908 Hale scoprì su una serie di immagini, prese ad intervalli molto vicini, *l'andamento a spirale* d'un grosso flocculo cupo, che finì coll'ingolfarsi nel centro del vortice. La sua velocità era di 100 Km. al secondo. Altre prove vennero a confermare l'esistenza di vortici attorno alle macchie, e con ciò a far prevedere l'esistenza del fenomeno di Zeeman nella luce emessa dalle macchie, e cioè sdoppiamento delle linee dello spettro, con polarizzazione delle linee scomposte. Tale effetto si ottiene appunto nei laboratori sottoponendo la sorgente luminosa ad un campo magnetico.

Come tutti i corpi incandescenti, la fotosfera deve emettere *elettroni*, i quali ionizzano l'atmosfera solare, ed i vortici che vi si formano, portano con loro la materia elettrizzata, dando origine a *correnti di convezione*, e creando un campo

magnetico, la cui intensità è proporzionale alla velocità del vortice. Questo campo deve produrre l'effetto di Zeeman sulla luce, ed infatti Hale potè costatarlo nella *luce emessa dalle macchie*; di qui si dedusse che, per rendere sensibile la loro azione su questa luce, le particelle elettrizzate dovevano avere una velocità grandissima; anzi, siccome l'effetto di Zeeman è dovuto a movimento di elettroni, bisogna pensare che nei vortici sia grandissima la *prevalenza delle particelle elettrizzate negativamente* su quelle elettrizzate positivamente.

Hale ha notato che spesso sul sole si hanno *macchie nei due emisferi con rotazione opposta*, e ritiene che internamente siano comunicanti tra loro. Ciò concorda coll'ipotesi di Bigelow e di Emden della esistenza di una specie di canali che mettono in comunicazione l'emisfero boreale coll'australe e che sarebbero terminati alle macchie, nei due emisferi, con rotazioni opposte, come sono opposte le correnti di Ampère alle due estremità o poli di una calamita. Talchè questi canali sarebbero come degli immensi elettromagneti, ed il sole conterrebbe un fascio di tali magneti, e quindi esso stesso sarebbe una colossale calamita coll'asse corrispondente circa all'asse di rotazione: i pennacchi polari della corona solare ne sarebbero un effetto ed una prova.

Inoltre P. Phox e G. Abetti hanno fatto rilevare una frequenza di macchie o regioni solari attive *abbinate,* con longitudine presso a poco uguale, e latitudini opposte; ed essi come pure Buss hanno trovato che fra le dette macchie, o regioni attive, anche all'esterno, sulla superficie del sole si manifestano fenomeni speciali, eruttivi, che ne dimostrano la connessione ed azione reciproca. Il moto vorticoso rende anche ragione dei movimenti divergenti costatati dal Brunner nei *gruppi di macchie.*

Siccome esiste una relazione tra le macchie ed il magnetismo terrestre, come abbiamo detto nel primo par., si potrebbe pensare che p. e. le tempeste magnetiche fossero dovute alle macchie solari, considerate quali selenoidi od elettromagneti. Ma già abbiamo notato che tra il passaggio di una macchia per il meridiano centrale del sole ed una tempesta magnetica vi è *l'intervallo di quasi due giorni*, mentre le onde elettro-

magnetiche impiegano poco più di 8 minuti per venire dal sole a noi; di più Hale ha trovato che i detti solenoidi solari hanno un campo magnetico molto ristretto; infatti il fenomeno di Zeeman, che è ben distinto nelle righe dei vapori bassi e pesanti del ferro, lo è meno in quelle del magnesio, è nullo in quelle dell'idrogeno, gas leggero e più alto. Si dovrà piuttosto ammettere col Birkeland che le macchie solari emettano raggi catodici, che, arrivati alla terra, verranno succhiati dai poli magnetici terrestri, con produzione di aurore boreali e perturbazioni magnetiche concomitanti.

Gli elettroni emessi dal sole colpiranno naturalmente tanto meglio la terra, quanto più la regione solare da cui partono è vicina al centro del disco, poichè allora percorreranno giusto la retta o raggio vettore che unisce il centro del sole colla terra. La velocità con cui gli elettroni sono respinti dal sole per la repulsione della luce e per la pressione di radiazione agente sulle cariche elettriche è circa 300 volte minore di quella di propagazione della luce, e coinciderebbe colla differenza di quasi due giorni tra il passaggio della macchia e la tempesta magnetica.

Gli strati superiori della cromosfera, studiati da Deslandres all'osservatorio di Neudon, per mezzo delle righe K_3 del calcio, e H_γ (riga C di Fraunhofer) dell'idrogeno hanno rivelato un nuovo fenomeno: delle linee nere e spesso molto lunghe, la cui importanza cresce coll'altezza degli strati osservati, solcano immagini d'aspetto generale più semplice e meno ingombrato da flocculi brillanti. Deslandres li ha chiamati *filamenti*. Digià Hale e Ellermann li avevano segnalati nel 1903 e 1908, col nome di flocculi neri, in alcuni fotgrammi in cui eran confusi gli strati medio e superiore; ma dalle osservazioni di Meudon risulta che i filamenti sono caratteristici degli strati elevati della cromosfera. La loro area totale sorpassa quella delle macchie; persistono qualche volta durante parecchie rotazioni del sole, come le macchie, ma non corrispondono ad esse, come i flocculi corrispondono alle facole: i filamenti si mostrano pertutto anche a latitudini elevate, dove si ragruppano talora secondo una curva che contorna l'uno o l'altro dei poli; ma che non è un parallelo. Nei filamenti

si manifestano, secondo il principio di Döppler, dei movimenti, come indizi di vortici con asse orizzontale, analoghi ai turbini orizzontali dei nostri temporali, ed anche analoghi alle onde del mare.

Degli *allineamenti* meno definiti, e d'apparenza discontinua accompagnano spesso i filamenti, e corrono talvolta da un estremo all'altro del disco. Si incrociano in tutti i sensi; ma con una tendenza a seguire delle direzioni privileggiate, che tagliano la superficie in poligoni contigui più o meno regolari. Queste osservazioni rammentano le esperienze di Bérnard sui fenomeni che avvengono in un fine strato liquido riscaldato alla base e raffreddato alla superficie libera: si stabiliscono delle correnti di convezione, in regime permanente, che tendono a dividere il liquido in piccoli vortici elementari, la cui contiguità dà alla superficie libera del liquido l'apparenza d'un alveare di api. Nei contorni di due vortici vicini i movimenti sono concordanti e verticali: sono verticali e di senso inverso al centro. La rete di filamenti e allineamenti negli strati alti della cromosfera, e la rete di flocculi negli strati medi sarebbero indizi della segmentaziome della massa fluida della cromosfera in vortici. Delle velocità ascendenti e discendenti se ne son potute già calcolare: p. e. Saint-John ha recentemente trovato che i vapori i quali producono la linea K_3 hanno una velocità discendente di Km. 1,14 al secondo e quelli della riga K_2 una velocità ascendente di Km. 1,96. Se questo avvicinamento si mostrasse fecondo nell'interpetrazione dei fenomeni solari, è probabile che troverebbe applicazione in meteorologia, e contribuirebbe al progresso dello studio della dinamica della nostra atmosfera.

Rossi R. — **On the pressure displacement of spectral lines.** (Ph. Magazine Apr. 1911).

Varie sono le teorie escogitate sul fenomeno dello spostamento delle linee dello spettro ottenuto colla pressione. Schuster per il primo ha detto che bisognerebbe chiarire se questo spostamento sia dovuto solo alla pressione, cioè alla vicinanza semplice delle molecole, oppure alla vicinanza di molecole vibranti col medesimo periodo. Fitz Gerald e Larmor, considerando l'atomo come un oscillatore elettromagnetico, trova-

rono che un aumento di capacità specifica induttiva, causerebbe uno spostamento delle linee spetrali; mentre Richardson, arrivò alla medesima conclusione considerando le vibrazioni forzate che si svegliano in un atomo per la vicinanza di altri atomi. Humpreys invece non crede che un cambiamento nella capacità specifica di un gas sia la causa principale dello spostamento di pressione.

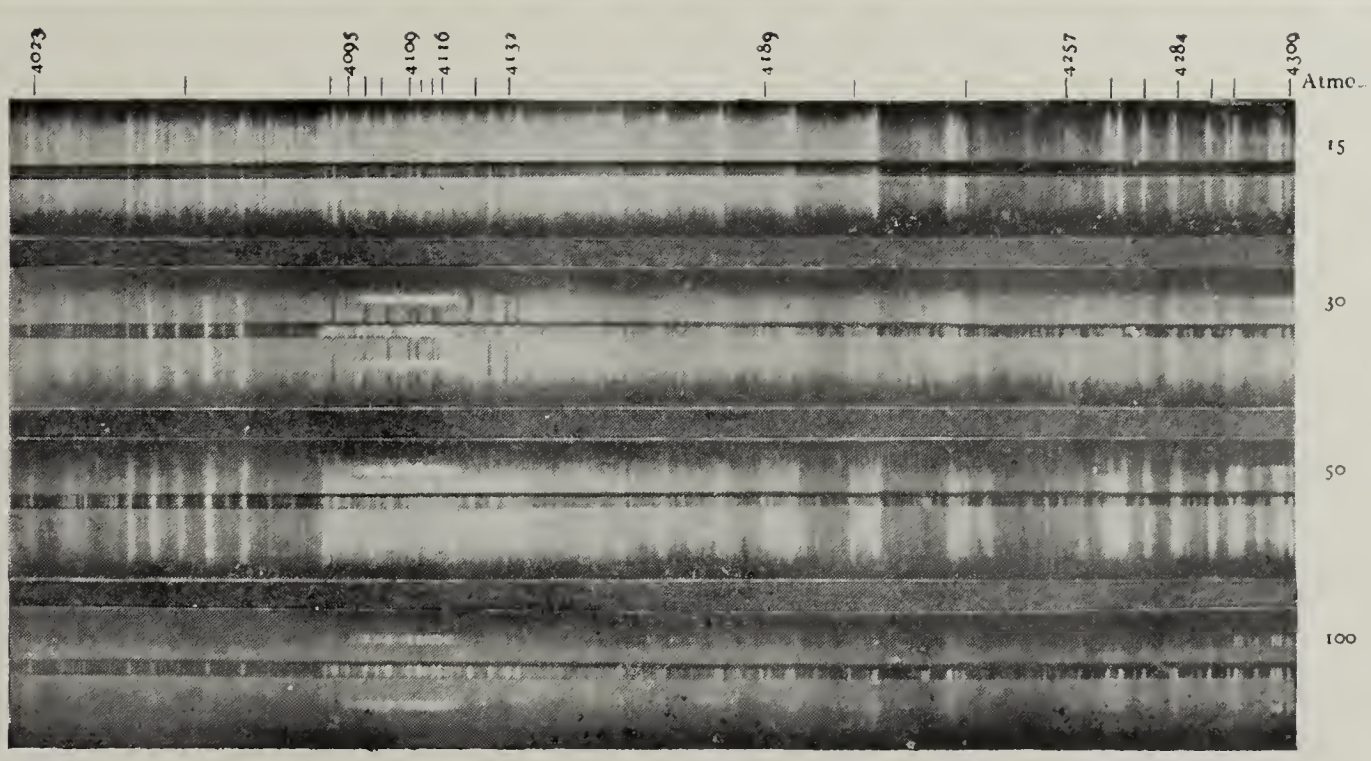
Hale Kent ed Anderson eseguirono esperienze sullo spettro di differenti gas sotto pressione: quest' ultimo trovò maggiori spostamenti nell' anidride carbonica che nell' aria; ma, come dice Humphreys, i suoi risultati non erano decisivi in merito all' effetto della capacità specifica induttiva sullo spostamento di pressione.

L'A. è noto per altri studi del genere eseguiti all'Università di Manchester, sotto la direzione del Rutherford: egli ha mostrato in altra memoria che il fenomeno di Zeeman, costatato nelle righe dei fluoruri alcalino terrosi, non è dovuto alla pressione, e che lo spostamento delle linee avviene verso il rosso per il fluoruro di bario, verso il violetto per i due altri floruri.

Nel presente lavoro rende conto delle esperienze eseguite per misurare lo spostamento delle linee dello spettro di un arco di ferro acceso nell' aria ed in uno accesso nell' anidride carbonica sotto pressione. Gli sono risultati in media i seguenti spostamenti, espressi in millesimi di Ångström.

nell' aria	nell' anidride carbonica	
67,5	67,1	a 15 atmosfere
124,2	113,7	a 30 atmosfere
184,3	188,6	a 50 atmosfere

Si è verificato qualche invertimento di più e la tendenza a una maggior larghezza e diffusione della linee nell' anidride. Ma per quanto si può dedurre dai risultati ottenuti su questi due gas, si deve dire che la capacità induttiva specifica è di una importanza secondaria nella causa dello spostamento delle linee spettrali. Tale spostamento non è un effetto di densità; è dovuto alla pressione totale del gas irradiante, cioè alla compattezza in numero degli atomi, senza distinzione del loro genere.


4023
4095
4109
4116
4132
4189
4257
4284
4300
Atmo.
15
30
50
100

Rossi R. -- **The Effect of Pressure upon Arc Spectra. — Titanium.** (Proc. of the Roy. Soc. Vol. 83).

Id. — **The Effect of Pressure on the arc Spectrum of vanadium.** (The Astroph. Journal Vol. 34).

Le lunghezze d'onda studiate sono comprese fra $\lambda = 4000$ e $\lambda = 4600$. Le medie degli spostamenti espresse in Ångström sono

Per il Titanio	Per il Vanadio	
0,060	0,042	a 15 atmosfere
0,105	0,082	a 30 „ „
0,182	0,132	a 50 „ „
0,344	0,245	a 100 „ „

Per il Titanio lo spostamento per un' atmosfera è 0,00365; per il Vanadio 0,00266. Alcune linee presentarono il fenomeno dell' inversione.

Siccome l'arco di Vanadio, a forti pressioni si accende con maggior difficoltà di quello del Titanio, riusciva arduo il fotografar l'arco a 100 atmosfere: si richiedeva un' esposizione di circa un'ora, ed in questo tempo lo spettro continuo dei poli di carbone annebbiava le lastre fotografiche. Pur tuttavia l'A. è riuscito ad ottenere bellissime fotografie di cui per gentil concessione riproduciamo quella riferentesi alle lunghezze

d'onda comprese fra $\lambda = 4033$ e $\lambda = 4309$: di fianco sono indicate le pressioni corrispondenti ad ognuna delle quattro strisce. Il nastro centrale di ogni striscia rappresenta il corrispondente dello spettro alla pressione ordinaria.

Come si vede dalla figura, per quanto il reticolo l'abbia un po' deturpata, le linee sono slargate e spostate verso la parte meno rifrangibile dello spettro.

Queste ricerche ad alte pressioni sono di importanza grandissima, e siamo lieti che sia un Italiano (perchè il Dott. Rossi è di Schio) che ha l'onore di spingerle così innanzi, al laboratorio del Ruterford.

GEOGRAFIA

Prof. Goffredo Iaia. « **Sul valore economico della Tripolitania** » Roma. Soc. Geografica. Italiana, 1911.

Molto a proposito, perchè di attualità palpitante, è venuta la recente pubblicazione « Sul valore economico della Tripolitania » del prof. Goffredo Iaia; egli, attenutosi a serie fonti scientifiche, aveva già inserito questo suo lavoro nel Bollettino della Società Geogr. Italiana alcuni anni or sono, nel 1905 (1): adesso, con notevoli aggiunte e con poche correzioni, ha fatto opera non dispregevole facendolo tornare alla luce, affinché l'opinione pubblica possa essere illuminata scientificamente sulla vera potenzialità economica di quella regione, alla quale è volta l'attenzione del mondo intero.

L'autore, oltre che avere una buona cultura del commercio tripolino e essersi tenuto lontano da un empirismo uggioso e facile, ha affrontato il nucleo del suo lavoro tenendosi quanto più gli è stato possibile al di là della politica e soffermandosi nel puro campo della Geografia economica; è ben questo il fulcro, che ci permette di parlarne in una rivista, come questa, che della scienza fa ampia professione.

Gli esploratori della Tripolitania, quelli almeno che se ne occuparono con intelletto geografico, compresi gli stranieri, sono una quarantina circa; giova, intanto, ricordare i nostri

(1) Cfr. Fasc. IX. pp. 653-677.

quali il Cora (1870), l' Haimann-Pastore (1881), il Camperio-Mammoli (1881), il Buonfanti (1881-83), il Robecchi-Bricchetti (1886), il Guiccardini (1888), il Bencetti (1896), il Rossi (1903 1904). Ma alcuni di essi, tuttavia, non ebbero scopo assolutamente geografico e scientifico, come, del resto, altri tedeschi, francesi o inglesi, incaricati di missioni commerciali e politiche: tra gli stranieri devono togliersi da tale categoria il Barth (1844-56), la missione di Ghadames capitanata dal Mircher (1862), il Rohlfs (1864-78), il Duveyrier (1859-62).

Il concetto del Rohlfs, dell' esploratore del Sahara, che la Tripolitania vada detta colonia italiana volse le menti di nostra gente alla regione africana, molto più che l' illustre tedesco aveva presentito che tale la Tripolitania sarebbe divenuta! Appunto dalla finalità diversa propostasi dagli esploratori rampolla l' incertezza delle nostre conoscienze sulla regione. Giustamente l'A. dice che, in ultima analisi, i criteri dominanti sono due: « Per alcuni la Tripolitania è una striscia misera di terra, prolungamento dello squallido Deserto, tagliata fuori da ogni traffico e da ogni beneficio della civiltà; per altri è la mucca lattaiola dell'Impero Turco, con un avvenire commerciale immenso ».

I geografi francesi, come il Leroy-Beaulieu (1), sono pessimisti in proposito: ottimisti, invece, quelli tedeschi fondati su quanto il Rohlfs ne scrisse; il Ricchieri (2), in Italia, afferma che lo sviluppo del commercio indigeno sará un fattore massimo del valore economico della terra, ed il Minutilli (3) dubita sulla potenzialità commerciale di quella zona africana. Nè va taciuto che, in ogni modo, lo stato positivo e reale del commercio tripolino va diminuendo: questo il fatto vero e sincero che gli economisti sorprendono sulle piazze del paese; ma è pur vero che gli arabi nelle oleifera Tripolina, più che assoggettarsi alla esattoria, recidono gli alberi al suolo.

Alla diminuzione del commercio concorre altresì il feno-

---

(1) Cfr. Leroy-Beaulien P.: L'Algerie et la Tunisie; pag. 586, Parigi, 1837.

(2) Cfr. La Tripolitania e l' Italia; pag. 29, Alighieri, Roma 1902.

(3) Cfr. La Tripolitania; edit. Bocca, Torino, 1902.

meno della emigrazione, che ha ridotto circa alla metà, e forse a qualcosa di più, la popolazione ; ma sulle cause della diminuzione vi sarebbe ancora da dire ! L'A. studia la Tripolitania dal punto di vista della produzione e del commercio locale, della emigrazione, e sotto l' aspetto del cointeressamento della regione al commercio transahariano.

Quanto alla produzione, egli stabilisce subito come non sia vero che « il deserto accecante cominci subito dopo la Mescia, il sobborgo di tripoli (1) ». In quelle località vanno rilevate varie zone differenti ; le riferiamo integralmente. :

a) la zona desertica sassosa (Hammada, o sassi grossi, e Serir, o sassolini), roccia nuda, bruciata dal sole, levigata dal vento, fuori di questione dal punto di vista della coltivazione;

b) la zona desertica sabbiosa (Edeien) ondulata di dune in condizioni non migliori della sassosa, quantunque qualche raro cespuglio di erba, qua e là, attesti nel sottosuolo la presenza dell' acqua ;

c) la zona desertica stepposa, oggi abbandonata, ma utilizzabile, perché, non essendo priva di vegetazione, l' acqua nel sottosuolo dovrebbe esservi in abbondanza ;

d) le zone produttive, dai palmeti, dalle cento colture, dall' erba alta e fitta, od oasi, ed i *talweg* degli *uadi* (2).

Queste ultime, per quanto non molto estese, potrebbero riacquistare il loro antico splendore dell' epoca romana (3) ; oggi, poco arate e lasciate al solo innaffiamento pluviometrico, dànno, tuttavia, un raccolto che può andare al 60 e all' 80 per orzo e grano (4). Anzi, nuove coltivazioni possono benissimo introdurvisi quali le ulive, i fichi, gli aranci ; il Rohlfs dice che nella terra di Gefara può darsi anche la cultura del

---

(1) Cfr. G. Iaia, op. cit. ; pag. 8.

(2) Cli Uadi si distinguono delle Oasi : cfr. Haenel G. « Die Morphologie und Hydrographie der Oäsen in der Sahara » Bunzlau, 1895.

(3) Laganà G. « Tripoli e i suoi dintorni » ; in Boll. Soc. Afric. di Italia : Napoli, anno XXIV, aprile 1905.

(4) Giannò S. « Il commercio della Tripolitania » ; in Boll. del Ministero di Agricoltura : Roma, marzo 1912. vol. 1.

cotone e del tabacco. L' alfa e lo struzzo (1) sono capaci di sviluppare il potenziale del commercio non indifferentemente, sopratutto l' alfa, detta pure sparto, un erba tenace, gialla, spontanea, di uso in Inghilterra e in Ispagna ; basti accennare che oggi gli indigeni la vengono tagliando razionalmente, senza più sradicarla.

L'A. si occupa, quindi, della possibilità di una forte emigrazione in quelle zone. Il Ricchieri, occupandosi della questione, aveva precedentemente ritenuto che la regione puó accogliere una notevolissima corrente migratoria (2) ; ma di tale opinione l' autore non riconosce l' intera portata e crede che quella capace di emigrazione sia la terza zona, la stepposa. Quest' ultima può, infatti, essere coltivata, se vi è l' acqua e il capitale ; quanto alla prima essa si ha in Tripolitania, sebbene il suo potenziale pluviometrico sia simile a quello di certe terre d' Italia non troppo favorite dalla precipitazione. Comunque, « le terre da colonizzare, dice Goffredo Iaia, vi sono. Vi è anche l' acqua ; ma a patto che per una metà dell' anno si sappia trattenerla [la precipitata, s' intende], raccoglierla in pozzi, e poi trarla dal sottosuolo, per utilizzarla, durante l' altra metà, nell' irrigazione ; a patto cioè che si abbiano capitali da impiegare. Senza di questi la zona stepposa rimarrà inospitale e deserta, ed il problema, di una immigrazione in Tripolitania, insoluto.

Quanto al resto tutti d' accordo. Una questione climatica non esiste. Per la zona litoranea, compresa la stepposa, si è accertato che il clima è semplicemente mediterraneo, cioè meno caldo di quanto si creda (temperatura massima in dicembre 22°.3, massima in giugno 42°.3), e quanto a salubrità, sempre tra i più salubri dell'Africa settentrionale, anche nella zona interna prospiciente il Sahara ».

Abbiamo voluto riferire le sue parole, perchè si compren-

---

(1) Cfr. Vivarez. M. « L' halfa. Ètude industrielle et botanique » ; Parigi, 1888. Wallraff W. I. « Geographische Verbreitungs-Geschichte und Kommerzielle Bedeutung der Halfa » In Deutsche Geogr. Blätter ; 1890, XII.

(2) Cfr. op. citata ; pag, 16.

desse meglio a quali condizioni è possibile aumentare la cultura agraria e quale sia il clima di quelle terre.

Quale possa essere la ricchezza mineraria della regione non si può dire ed affermare ancora, perchè non è stata effettuata alcuna esplorazione in via metodica e speciale: sembra vi siano fosfati, zolfo, marmo, ferro, nitrati, salnitro; ma che ciò sia assolutamente vero neppure è lecito ritenere. Nè conosciamo, inoltre, i risultati, cui può essere giunta la missione italiana, andatavi nell'aprile e rappresentata dagli ingegneri Sanfilippo e Rosselli e dal conte Sforza.

Molto più importante è la questione del commercio transahariano, poichè il Rohlfs disse già che il Sudan sarebbe appartenuto a chi avrebbe avuto Tripoli.

Si è affermato, però, che il concetto dello scrittore tedesco sarebbe rimasto vero, purchè l'Europa non fosse penetrata nell'Africa tropicale, come hanno fatto la Germania, la Francia e l'Inghilterra: dopo ciò, sembra che il commercio transahariano debba intendersi allontanato da Tripoli (1).

E ne allegano, a conforto, anche i dati delle statistiche commerciali ed economiche della città tripolina (2).

L'A., invece, sostiene che esse vadano spiegate tenendo presente che il mercato degli schiavi, importantissimo per tale commercio, è venuto a mancare, e che la rivoluzione a Bornu e ad una parte dell' Uadai non dà serio affidamento alle carovane, che vi si vogliano avventurare; queste a noi sembrano cause veramente perturbatrici e paralizzatrici di un commercio africano e conveniamo naturalmente con Goffredo Iaia! Va anche ricordato come la Compagnia del Niger, relativamente alla possibile influenza commerciale inglese, rilevava, qualche tempo fa, come, vari anni dopo l'inaugurazione della navigazione fluviale, la Nigeria settentrionale aveva una importazione da Tripoli maggiore di quella del 1851.

---

(1) Cfr. D'Attanaux B. Tripoli et les voies commerciales du Sudan » in Ann. de Géogr.; vol. V, pag. 193 e segg., 1895-96.

(2) Cfr. « Trade and economic state of Vilayet of Tripoli during the past fourty years » in « Diplom. and Cons. Reports. Misc. » n. 57 1902, Londra.

Osserva l'A. come questo fatto sia capitale per la sua tesi; e ci par vero: il commercio del Sudan, insomma, non verrà allontanato dallo specchio del Mediterraneo.

Ora, quale è la natura di quel commercio? Come non vi è un sistema monetario, esso è costituito specialmente dallo scambio: le carovane recano nel Sudan produzioni europee partendo da Tripoli, ma queste scambiano con i prodotti indigeni per l'Europa. Tale scambio le statistiche prospettano e lumeggiano; ma vi è anche il fatto che quei popoli indigeni non sono in ozio e producono anche essi le loro aziende commerciali: la provincia di Cano è molto produttiva e la città di Cano è industriosa; il centro del Sudan è attivo, fertile abbastanza.

« Ora, aggiunge l'autore, questa attività nella produzione e nel commercio, dalla quale quei paesi ripetono il benessere e la prosperità, è diretta a sopperire non ai bisogni dell'Europa, ma bensì ai bisogni ed alle richieste dell'Africa, e precisamente dell'Africa settentrionale, per ragioni geografiche, facili ad intendersi. La quale Africa settentrionale, è utile ricordarlo, è costituita da tante sezioni parallele all'equatore, anguste, diverse tra di loro, dal punto di vista della produzione: quali industriali, quali agricole, quali deserte. In una sezione si vive d'industria; in una seconda non si hanno che palme: una terza non accoglie che pastori; una quarta è ricca di sostanze alimentari. Onde quelle popolazioni non avendo a loro disposizione che prodotti uniformi ed insufficienti per vivere, devono ricorrere naturalmente agli scambi: le popolazioni delle zone agricole, ricche di cereali e di bestiame, con le popolazioni delle oasi, ricche di datteri, ma povere in cereali ed in materie grasse, e le une e le altre con quelle dei paesi industriali, costituendo tutte, alla lor volta, con queste relazioni, la ragione di essere delle tribù delle sezioni sterili, che perciò non vivono che del commercio di transito. In tal modo il commercio africano non può seguire forzatamente che vie tracciate dalla natura, quelle normali alle zone, dirette da nord a sud, tanto per queste cause economiche, quanto per cause fisiche. È noto in fatti che i rilievi, le dune e gli altri ostacoli naturali presentano, in generale, un orientamento meridiano, che

nell'insieme concorre al medesimo risultato, dal punto di vista del transito » (1).

Deve esservi, insomma, e c'è in realtà, lo scambio tra il Sudan e l'Africa settentrionale; tale corrente rappresenta un fatto che non può davvero negarsi.

L'A. esamina anche la questione dal punto di vista dei trasporti; noi, per non dilungarci troppo, rimandiamo al suo lavoro chi voglia avere un'idea di questo altro lato del problema (2).

In ogni modo, se il commercio centrosudanese si conterrà nel monopolio tripolino, parrebbe, a primo aspetto, che quello del Sudan orientale ed occidentale non potrebbe ripetere altrettanto. Qualche fatto, tuttavia, ci fa intendere come vadano simili aziende, quando vi concorrano ragioni politiche ed etniche; giova rifarci all'opera dello Iaia e riferirne testualmente.

« Quando i Francesi occuparono l'Algeria, le carovane abbandonarono la via naturale tra il Sudan occidentale e l'Algeria, che passa per le oasi di Timbuttù e di Tuat, per far capo o più ad occidente, al Marocco, o più ad oriente per Ghadames a Tripoli. E quando i Francesi occuparono anche la Tunisia, le carovane abbandonarono pel momento anche la via di Ghadames, perchè troppo vicina alla Tunisia, per quella più orientale di Murzuk. Similmente, quando gli Egiziani conquistarono il Darfur, il sultano dell'Uadai chiuse ogni comunicazione coi paesi posti sul Nilo e le carovane, che prima si dirigevano a Chartum, nel 1873 presero ad arrischiarsi per la via di Tripoli e di Bengasi: una prima con circa 250 cammelli, poi altre con un numero sempre maggiore di cammelli, tanto che qualche anno dopo erano oltre 800 i cammelli che componevano le carovane da e per l'Uadai; ed il via vai si faceva sempre più animato (il periodo corrisponde al massimo sviluppo del commercio di Tripoli, contemplato nel rapporto del console Jago) quando si arrestó, per lo stato di rivoluzione, in cui venne a cadere quel paese, come sopra è stato ricordato. Ancora: quando i Francesi con donativi e con missioni vollero richiamare le carovane verso i mercati algerini e tunisini, le tribú del Deserto non si

---

(1) Gfr. G, Iaia, op. cit., pag. 21.
(2) Cfr. op. cit., pag. 22 e segg.

lasciarono attirare e le carovane continuarono a far capo a Tripoli. Certo, il partito arabo, cementato dal vincolo religioso, potentissimo in tutta l'Africa centrale e settentrionale, ha tutto l'interesse di conservare nelle sue mani un commercio molto proficuo. » (1).

E, divenuta Tripoli italiana, penetrato anche là l'europeismo, che cosa avverrá?

Certo, la domanda sembra colpire; ma facilmente si risolve il quesito, per quanto sempre arduo, pensando che allora gli interessati sono gli Arabi stessi, i quali distribuitisi lungo le vie carovaniere non lasceranno introdursi novità nel transito commerciale.

Crede, quindi, l'A. che il Rohlfs possa aver ragione ancora nella sua affermazione relativa al Sudan per il possessore di Tripoli.

Goffredo Jaia si occupa, poi, nel suo studio, del valore economico del Sudan, poichè é stato affermato che esso sia scarso. Tale ancora sembra apparire da quanto possiamo desumere da quello che ci fanno conoscere l'Heawood (2) ed il Ricchieri (3). Se non che egli osserva che il Sudan, non essendo ancora bene esplorato, non ci appare tuttavia nella sua luce vera e generale: dall'elenco dei prodotti deduce sia una terra che contiene anche essa le sue ricchezze; e aggiunge come il commercio della regione, nella sua corrente di importazione a Tripoli, ci offre solo oggetti di valore: questo ultimo fatto egli ripone nelle difficili condizioni di trasporto, le quali permettono solamente la emigrazione di quanto ha un potenziale commerciale elevato. Le penne di struzzo, le pelli e l'avorio sono le principali esportazioni dalla terra in parola!

Comunque, il commercio transahariano deve essere curato, tutelato, perchè esso rimanga quale é col suo termine ultimo a Tripoli; e deve impedirsi che possa venire turbato, distratto. Nel 1899, quando l'Inghilterra e la Francia presero accordi per la divisione del Sahara, e ne esclusero la Tripolitania, fu af-

---

(1) Ivi, pag. 25.

(2) Heawood E.: « The commercial ressources of Tropical Africa » contenuto nel « Scottish Geographical Magazine » 1900, XVI.

(3) Op. citata; p. 27 e seg.

fermato che il commercio transahariano non sarebbe stato alterato, neppure indirettamente ; eppure l'Inghilterra ha posto il diritto del 10 % ad valorem in Cano per i prodotti con origine tripolitanica (1) : la Francia, inoltre, cerca di trarre partito dal commercio sudanese !

Ghadames é un nucleo commerciale importantissimo per posizione geografica, per intelligenza e pratica negli affari dei Ghadamesini; questo centro sfugge il territorio francese per le sue carovane !

Noi cediamo la parola allo stesso autore, perchè del fatto si abbia un'idea vera e sincera.

« Ora, osserva l'Iaia, perchè Ghadames, che geograficamente si troverebbe nell'*hinterland* della Tunisia (se si ammette che ciascun tratto di litorale, compreso tra due meridiani, debba portare con sè nell'interno il tratto delle diverse zone desertiche, compreso tra i medesimi meridiani), perchè, dunque, Ghadames fa venire le sue carovane da Timbuttù per una via, che, dopo toccate le oasi Tuat e di Tidikelt, viene a sbarrare a sud i possessi francesi, anche toccando in più punti le frontiere, senza oltrepassarle ; e perchè poi queste stesse carovane e le altre che vengono da Ghat, giunte a Ghadames, prendono la via di Tripoli, continuando cioè un percorso sud-ovest-nord-est, invece di seguire uno rettilineo e giungere ad esempio a Gabes: è naturale che questo *boicottaggio*, diró cosí, del territorio francese, dovesse preoccupare la Francia; e come essa dovesse fare del tutto, tanto per attirare in Algeria ed in Tunisia i mercanti e le carovane ghadamesine, quanto più tardi, dopo il 1899, per assicurare sbocchi in territorio proprio ai paesi venuti in suo possesso, con la spartizione dell'*hinterland* ».

Ed egli riferisce i fatti che valgono a dimostrare quanto la Francia abbia fatto per riuscire nello scopo: chi vuol conoscerlo questo conato non ha che a leggere quanto Goffredo Jaia ne scrive.

Così abbiamo terminato di parlare sullo stùdio del valore economico della Tripolitania in parola; noi, facendo qualche riserva, troviamo che il commercio transahariano é lumeggiato nei suoi vari aspetti per lo scopo prefissosi dall' autore e che

---

(I) Cfr. op. cit., pag. 29.

la disamina sul valore economico é condotta su fonti serie ed importanti. Ci auguriamo che la letteratura geografica della Tripolitania aumenti sempre di più per la migliore conoscenza di quelle terre ; e lo speriamo per il bene della scienza nostra, la quale, in tal modo, potrá avere nuovo impulso e nuovo vigore nello studio della corografia tripolina.

Intanto, crediamo far opera non inutile riferire la bibliografia, che troviamo nella classica opera « La Terra » di Giovanni Marinelli sulla Tripolitania (1) ; chi lo desidera, puó trarne vantaggio : s'intende che con ció non vogliamo offrire un quadro intero delle opere scritte su quella regione.

---

(1). In. vol. VI, p. II, pag. 156.

BIBLIOGRAFIA

Hornemann, Journal from Cairo to Mourzouk, London, 1802.

Della Cella, Viaggio da Tripoli di Barberia alle frontiere occidentali dell' Egitto ; Genova 1819.

Lyon G. F., A Narrative of travels in Northern Africa ; London, 1821.

Richtie, Denham, Clapperton, Narrative of travels and discoveries in Northern and Central Africa ; London, 1826.

Beechey F. W. e H. W., Proccedings of the expedition to explore the northern coast of Africa ; London, 1828.

Pezant A., Voyage en Afrique au royaume de Barcah et dans la Cyrénaïque ; Paris, 1840.

Richardson, Travels in the Great Desert of Sahara ; London, 1848.

Barth H., Wanderungen durch das Punische und Kyrenäische Küstenland ; Berlin, 1849.

Richardson, Narrative of a mission to Central Africa ; London, 1853.

Hoefer F., Reggenza di Tripoli (nell' Universo o Storia e descrizione di tutti i popoli, ecc.) ; Venezia, Antonelli, 1853.

Vogel E., Reise nach Central Africa (nelle Mitth. di Petermann, 1855).

Barth, Travels and discoveries in Northern and Central Africa ; London, 1857.

Vatonne, Mission de Ghadamès (1861) Rapport Offlciel ; Alger 1862.

Beurmann M., Reise von Bengasi nach Mursuk und von Mursuk nach Wan (nelle Mittheil. Suppl. 1862-63).

Duveyrier H., Exploration du Sahara; Les Tonaregs du Nord; Paris, 1864.

Rohlfes G., Reise durch Nord Afrika, ecc., Gotha, 1868.

Idem., Von Tripolis nach Alexandrien; Bremen, 1871.
Idem., Quer durch Afrika; Leipzig, 1874.
Largeau V., Le Sahara; Paris, 1877.
Idem., Le pays de Rirha, Paris, 1879.
Idem., Secoand voyage à Rhadamès; Paris 1879.
Nachtigal G., Von Tripolis nach Fezzan; Gotha. 1879.
Camperio, Gita nella Tripolitania (nell'Esploratore 1880).
Rohlfs G.. Neue Beiträge zur Entdeckung und Erforschung Africa's; Cassel, 1881.
Idem,, Kufra, ecc.; Leipzig, 1881. Trad. in Ital. dal Dr. G. Cora; Milano, Fr. Vallardi, 1887.
Brunialti A., Algeria, Tunisia, e Tripolitania; Milano, 1881.
Lupi E., La Tripolitania secondo le più recenti esplorazioni; Roma, 1885.
Haimann G., Cirenaica; Milano, 1886.
Fournel M., La Tripolitaine. Les routes du Soudan; Paris, 1887.
Borsari F., Geografia etnologica e Storia della Tripolitania, Cirenaica e Fezzan; Napoli, 1888.

Roma, novembre 1911.

Dott. Alberto Tulli.

Favaro A. G. — **I principali elementi del clima di Carloforte nel decennio 1900-09.** (A cura della R. Commissione Geodetica Italiana, Bologna 1911).

La stazione Astronomica Internazionale di Carloforte, istituita *per lo studio delle variazioni della latitudine,* in seguito ad accordi convenuti in occasione della conferenza Geodetica Internazionale tenuta a Stuttgart nel 1898, inaugurata dal Ciscato e Bianchi, è stata affidata successivamente a giovani osservatori, come il Carnera, Volta e Silva, Chionio e Favaro, i quali vi hanno portato, oltre le cognizioni acquistate nelle Università, l'ardore proprio della loro età, ed hanno fatto in modo che, nonostante le frequenti mutazioni, la stazione tenesse onoratamente il suo posto. Quest'anno la stazione è diventata governativa; ma conserva invariato il suo ordinamento scientifico.

Negli intervalli di tempo concessi dai lavori astronomici, l'attuale Direttore A. G. Favaro ha trovato modo di pubblicare il materiale meteorologico raccolto nel primo decennio di vita della stagione.

La latitudine dell'osservatorio è $+39°8'9''$, la long. Est Greenwich $33^m 15^s, 3$, l'altezza del barometro sul mare m. 18. quella dell'anemometro m. 12 sul suolo, m. 25 sul mare. La stazione ha sede nell'antica e robusta torre di S. Vittorio che sorge nell'isola di S. Pietro a circa 13 metri sul mare sopra l'altura trachitica presso la punta Spalmatoreddu, a SE di Carloforte e alla distanza di circa un chilometro dal centro della città. Al di là dei pochi metri di terreno circostante si stendono: verso tramontana il porto locale e lo stretto fra l'isola di S. Pietro e la Sardegna, che mette alla parte superiore del Mediterraneo: verso NE, E e SE lo stesso stretto e quello fra S. Pietro e S. Antioco con una minima larghezza di Km. $5\,^1/_2$: verso SSE un tratto largo circa Km. 3,600 comunicante con la parte inferiore del Mediterraneo: finalmente a S, SW, W e NW si ha il piano delle Saline dell'isola di S. Pietro, e al di là di esse, alla minima distanza poco maggiore di Km. 1, hanno piede le colline di altezze comprese fra 100 e 200 metri circa.

Nella scelta di questa località, fatta con pazienti studi dalla Presidenza della Commissione Geodetica Italiana in concorso colla Direzione dell'Ufficio centrale dell'Assoc. Geod. Internazionale si ebbe riguardo, come scrisse il ch.mo prof. Celoria (1), anche al punto di vista meteorologico e geosismico; alle fondate previsioni corrisposero appieno i fatti, poichè l'Osservatorio di Carloforte colle sue numerose serate di osservazione e con le poche e deboli registrazioni sismografiche ha dimostrato di godere di una posizione quasi impareggiabile.

Dalle osservazioni del decennio è risultata per Carloforte una temperatura media annua di $17°,08$ con una escursione dal minimo medio di $13°,65$ in Febbraio, ad un massimo medio di $24°,27$ in Agosto. Il minimo assoluto nel decennio fu di $+1°,7$ il 3 gennaio 1905, ed il massimo assoluto fu di $34°,8$ il 3 Luglio 1905. L'anno più freddo, secondo la media annua fu il 1904 ($16°,66$), il più caldo il 1905 ($17°,62$). L'escursione diurna ha una legge di variazione piuttosto regolare, ed una media

(1) Vedi *Processo verbale delle sedute della R. Comm. Geod, Ital.* tenute nel 1900. — Relaz. del Prof. Celoria a pag. 25.

di 3°,34. La precipitazione annua massima fu di mm. 576,3 nel 1901; l'anno col maggior numero di giorni con il cielo coperto fu il 1906, che ne ebbe 104. Il sismografo non registrò mai scosse di origine locale o vicina, e diede lievissime registrazioni per onde sismiche provenienti da epicentri che non appartenevano all'Africa settentrionale.

Il presente riassunto delle osservazioni meteoriche fatte nel decennio 1900-09, che fa meglio conoscere gli elementi climatologici stabilendone l'andamento medio o normale, gioverà a mettere ancor più in evidenza i loro caratteri principali: mitezza, andamento regolare e piccola escursione della temperatura, non troppo accentuata l'umidità, ventilazione copiosa, e quindi cielo limpido, numerosi i giorni sereni, scarsa la nebulosità e poca la precipitazione specialmente in estate.

Da Schio A. — **Tavole per l'andamento annuo della temperatura in Vicenza, tratte dal quarantennio 1866-1905.** (Memorie del R. Ist. Veneto di Sc. Lett. ed Arti, Vol. 28 n. 6).

Il direttore dell'Osservatorio Meteorologico dell'Accademia Olimpica di Vicenza presenta in 11 Tavole numeriche ed una grafica, un valido contributo allo studio del clima della pianura veneta. Ogni anno per la buona volontà di persone intelligenti compariscono i risultati del paziente lavoro quotidiano di osservazione prolungato per lo spazio intero della vita di studio di almeno una generazione, affinchè i nuovi venuti abbiano occasione di raccogliere in sintesi l'andamento del clima di una o più regioni, e farne scaturire le leggi della meteorologia. Dalle tavole del conte A. da Schio risulta che a Vicenza si ha una media *diurna* minima (+1°) il 20 Gennaio, massima (+24°,5) il 21 Luglio; la media delle massime dal 17 a 23 Luglio oltrepassa i 29°, la media delle minime scende al di sotto dello zero dal 10 Dicembre al 9 Febbraio, con una interruzione dal 17 al 21 Dicembre. La temperatura media dell'anno è 12°,67 la escursione totale nei 40 anni fu da —16° a +38°,2. L'anno più caldo fu il 1866, il più freddo il 1888.

Bianchi A. — **La temperatura dell'aria a Chiavari nel ventisettennio 1883-1910.** (Chiavari, Tip. Colombo 1911).

L'A. espone i risultati dei suoi 27 anni di osservazioni, e

gli auguriamo che possa seguitare a costatare la dolcezza del clima della sua patria ancora per molti e molti anni.

A chiavari la media *diurna* minima ($+7^0,6$) è nella seconda decade di Gennaio, la massima ($24^0 0$) la terza decade di Luglio la media delle minime ($+5^0,4$) e quella delle massime ($27^0,6$) coincidono colle precedenti.

La temperatura media dell'anno è $15^0,3$ l'escursione totale nei 27 anni fu da $-3^0,7$ (1883-1903-1910) a 36^0 (1905). L'anno più freddo, tenendo conto solo della media annua, fu il 1888: i più caldi furono il 1898 e 1899.

Millosevich. E. — **Determinazione delle coordinate astronomiche di Tripoli d'Africa.** (Relazione alla XIX seduta della R. Commissione Geodetica Italiana).

Le coordinate astronomiche di Tripoli furono determinate nel 1906, sotto gli auspici della R. Accademia dei Lincei, e coll'appoggio morale della R. Commissione geodetica Italiana. La stazione di Tripoli sorse presso la R. Scuola Tecnica Commerciale italiana di quella città. Le osservazioni simultanee dei lembi lunari e delle stelle furono eseguite dal Prof. Millosevich al cerchio meridiano di Roma C. R., e dal Dottor Bianchi a Tripoli con uno invertibile dei passaggi di Bamberg. A causa di difficoltà locali diverse, lo sviluppo del lavoro a Tripoli non fu quale l'osservatore Bianchi si era proposto; ad ogni modo però lo scopo principale della missione fu completamente raggiunto.

Le osservazioni di longitudine comprendono 18 serate, delle quali 12 fatte sul lembo occidentale della luna e 6 sull'orientale. La discussione di esse condusse al seguente valore della differenza delle longitudini strumentali: *Stazione di Tripoli ad Est del Collegio Romano* $2^m 48^s \pm 0,3$. Le osservazioni di latitudine, fatte con 14 coppie di selle in maggior parte fondamentali, condussero al valore (Stazione di Tripoli) $32^0\,53'\,52'',658 \pm 0,029$ (per il 1906,32). Quanto alle osservazioni azimutali esse dovettero limitarsi alla determinazione dell'azimut delle direzioni: Stazione-Faro di Tripoli, e Stazione-R. Consolato italiano. E si ottenne: Direzione: Stazione-Faro $304^0 53' 58'',4$ N-E: Direzione Stazione-Consolato $288^0 35',1$ N-E: di qui si dedussero le seguenti coordinate per il faro e pel consolato italiano.

Tripoli d'Africa

Faro	*R. Consolato Italiano*
(asta del parafulmine)	(asta della bandiera)
Long. E da Roma: $2^m47^s,28$	Long. E da Roma: $2^m47^s,90$
Latitudine (1906,32): 32°54'0".76	Lat. (1906,32): 32°53'53", 9

I risultati di latitudine debbono ritenersi di alta precisione: quelli di longitudine rappresentano quanto di meglio poteva dare il metodo impiegato, il solo possibile nelle circostanze della missione. Sfortunatamente due eccellenti occultazioni (*α Leonis* il 5 aprile e *μ Sagittarii* il 7 Giugno) già calcolate in precedenza, e che dovevano fornire un controllo della longitudine, si perderono in causa del cielo, che specie a Tripoli fu prevalentemente ostile alle osservazioni.

La carta aeronautica internazionale. La Commissione internazionale per la carta aeronautica, nella sua conferenza di Bruxelles (maggio 1911) deliberò che la carta abbia la scala di 1:200000. Ogni foglio comprenderà un fuso di un grado, così che ogni 24 fogli corrisponderanno ad un foglio della progettata carta della terra al milionesimo. La commissione raccomanda che le condutture elettriche ad alto potenziale sieno indicate mediante una serie di crocette rosse. In quella occasione il Sig. Peucker illustrò le ragioni per la convenienza di usare i colori (invece che col solito metodo della coloritura ipsometrica) secondo il loro valore naturale, ottico-fisiologico: con questo metodo i vari colori e le loro gradazioni danno subito all'aeronauta l'idea della forma e dell'elevazione del terreno. Il Sig. Berget instè sullo stesso argomento, e passò poi a parlare della *aerofotogrammetria* o *fotocartografia* (elaborazione delle carte geografiche da fotografie prese in pallone) inaugurata dal cap. Scheimpflung di Vienna. La rapidità della fotocartografia è tale che mentre cogli antichi procedimenti il rilievo di tutta l'Africa richiederebbe due secoli di tempo e un miliardo e mezzo di spesa, col nuovo metodo si otterrebbe invece lo stesso scopo in 20 anni con una spesa di 20 o 30 milioni.

Gli alti strati dell'Atmosfera. L'involucro atmosferico più vicino alla terra ha un'altezza media di 11 Km.: in esso

si formano le nubi ordinarie; si mantengono le correnti di aria ascensionali, che si formano alla superficie della terra, p. e. i turbini di fumo uscenti dai vulcani; ha luogo una diminuzione costante di temperatura, la quale arriva in alto ad un valore medio di -55^0: questo strato si chiama *troposfera*.

Al di sopra si ha uno strato che si eleva ad un altezza media di 74 Km. e che si chiama *stratosfera*. Esso è sede degli archi crepuscolari, ha una temperatura costante. Il limite fra troposfera e stratosfera è una funzione delle stagioni e della latitudine, e si può determinare, sia osservando l'altezza massima alla quale si formano le nubi, sia l'attezza degli archi crepuscolari inferiori, sia osservando il luogo ove si allargano le colonne di fumo uscenti dai vulcani. Al limite superiore di essa furono osservate dal 1882 al 1887 delle nubi luminose.

Tra 60 e 80 Km. l'atmosfera cambia in modo relativamente brusco: alla superficie di separazione tra i due strati possono avvenire anche dei fenomeni di riflessione del suono. Il Quervain spiega per mezzo della riflessione avvenuta a quell'altezza un caratteristico fenomeno osservato il 15 nov. 1908 dopo una esplosione di dinamite nei lavori per la ferrovia della Jungfrau. L'esplosione fu intesa su una distanza normale di 40 Km.; poi al di là di una zona di silenzio larga circa 100 Km. si notò una seconda zona di rumori cominciante a 140 Km. All'altezza di 75 Km. il suono avrebbe subito una riflessione. In questa zona che arriva a circa 200 Km. e nella quale si accendono le stelle cadenti, penetrano a volte le aurore polari a raggi. Secondo il Wegener (*Phys. Zeitsch.* 1911) essa sarebbe la *zona dell'idrogeno*; ma siccome la teoria cinetica dei gas ci dà per l'idrogeno una velocità superiore a quella critica per il nostro pianeta, non si può ammettere che esista nell'atmosfera nostra una regione nella quale *permane* l'idrogeno. Rammentiamo a questo punto quanto Stoney scriveva nell'*Astroph. Journal* del 1910 per spiegare come accada che nell'atmosfera di un pianeta certi gas permangono, mentre altri di minor densità sfuggono da esso.

Una molecola gassosa non può far ritorno nell'atmosfera di un pianeta, se l'abbandona con una velocità superiore ad un certo valore critico, quello cioè della velocità con cui ar-

riverebbe al punto che occupa partendo da una distanza infinitamente grande, per effetto della sola attrazione del pianeta. È solo nel caso in cui la molecola considerata abbia una velocità minore di quella critica, che essa, se non è esposta a collisioni, descriverà intorno al pianeta una elisse a guisa di satellite. Ma in realtà anche in tal caso potrà non più far ritorno, se la sua orbita è talmente oblunga da portarla nel dominio di altro corpo celeste. Naturalmente, sarà soltanto dagli strati più lontani dal pianeta, ove cioè l'atmosfera è assai rarefatta e rare le reciproche collisioni molecolari, che le molecole dotate di velocità abbastanza grandi e in direzioni opportune sfuggiranno nello spazio interplanetario.

Se l'atmosfera è costituita da un miscuglio di gas differenti, potrà accadere che la velocità media che anima le molecole di certi gas, superi il valore critico, e quella di altri resti invece al disotto di questo valore. I primi abbandoneranno il pianeta, mentre gli altri rimarranno a formarne l'atmosfera: i primi saranno i gas aventi una densità inferiore, gli altri quelli aventi una densità superiore ad un certo valore determinato.

È inteso, che ad un dato istante le varie molecole d'un determinato gas posseggono velocità differenti; ma il numero di quelle, la cui velocità ha un valore differente da quello che si assume per la velocità media, è tanto più piccolo quanto più grande è la differenza fra le due suddette velocità. In realtà dunque una molecola di qualsiasi gas, anche fra i più densi, può eventualmente avere una velocità maggiore della critica, e, in circostanze favorevoli, abbandonare l'atmosfera; ma il numero dei casi di tal genere sarà relativamente assai esiguo.

E istruttivo confrontare ciò che avviene nelle atmosfere di due pianeti di massa differente. Per quello di massa minore la velocità critica per le molecole è naturalmente più piccola che per l'altro; perciò, a parità delle altre condizioni, un gas abbastanza denso per rimanere nell'atmosfera del corpo di massa maggiore potrà prontamente sfuggire da quella del corpo di massa più piccola. Così il vapore acqueo, l'ossigeno ecc. permangono nell'atmosfera terrestre, mentre l'idrogeno e l'elio, che in piccola quantità vi si trovano, provenienti da sorgenti o da eruzioni ecc. sfuggono di continuo nello spazio; ed intanto

quegli stessi gas che formano l'atmosfera terrestre non possono essere trattenuti da una massa molto minore, come quella della luna, la quale appunto si ritiene priva d'ogni sensibile atmosfera.

Dopo queste considerazioni si dovrebbe piuttosto dire che verso i 75 Km. il numero di molecole dell'atmosfera di gravitazione diviene piccolo in confronto di quelle che sfuggono dalla terra, perchè dotate di velocità superiore a quella critica. Qui la rarefazione va celermente aumentando, è facile l'incontro colle radiazioni α, β e γ emesse dal sole coi seguenti fenomeni di ionizzazione, luminescenza ecc. ed è facile la penetrazione sotto forma di raggi dell'aurora boreale nelle parti di maggior rarefazione.

Al di sopra di questo punto si deve avere un altro involucro dello spessore di 300 Km., e che è sede: nella sua parte inferiore, delle aurore boreali e di quella luce azzurrognola che dopo la fine del crepuscolo rimane ancora nel cielo: nella parte superiore, dei noti archi polari. Caratteristica di questo strato, secondo il Wegener, è la riga spettrale 557. Il gas ignoto a cui appartiene questa riga si dovrebbe chiamare *geocoronio*, e *coroniosfera* tutto lo strato in cui esso si trova.

Come osserva giustamente la *Rivista Geografica Italiana*, per quanto questi studi lascino ancora da desiderare, in un quadro generale delle condizioni fisiche del globo, quale si dà in qualunque libro di geografia, non si possono trascurare i risultati di queste nuove ricerche.

Il Gegenschein o luminescenza che si vede durante la notte nella direzione opposta a quella del Sole, dovrebbe aver sede in uno degli ultimi strati dell'atmosfera, e si può pensare dovuto ad un efflusso delle molecole sfuggenti dalla terra, e spinte in direzione opposta al Sole dalla *pressione della luce*. Si riduce così ad un fenomeno analogo alla luminosità che presentano i gas della coda delle comete.

BIBLIOGRAFIA

Raymond G. — **Les merveilles du monde sidéral.** — G. Thomas, Paris (fr. 4,00).

Il procurarsi un cannòcchiale a montatura equatoriale non è più una cosa difficile e costosa come in altri tempi, i dilettanti che posseggono il loro equatorialino non sono una rarità, e naturalmente chi dispone del mezzo, vuol scrutare i segreti del cielo. Le stelle doppie e multiple, gli ammassi, le nebulose, ecc. sono delle vere meraviglie disseminate in ogni parte del cielo. Per trovarle il dilettante ha bisogno di un catalogo semplice, non voluminoso, e preciso. Ha pensato a provvederglielo M. Thomas, benemerito editore di opere di volgarizzazione astronomica. Egli ha indotto l'A. a pubblicare questo catagolo che si era composto per suo uso personale all' Osservatorio di Sanary (Var).

Bianchi E. — Di Legge A. — Loperfido A. — Millosevich E. — Reina V. — **Latitudine astronomica del punto trigonometrico di Monte Mario in Roma determinata negli anni 1904-905.** (A cura della R. Commissione Geodetica Italiana, Roma 1909).

Il punto trigonometrico della stazione è l'asse della torretta, ed è individuato da una targa di marmo e nella parte centrale di bronzo, targa murata con cemento nel mezzo del pavimento a terreno della torretta, e incisa con le parole: *Punto geodetico fondamentale Monte Mario. Origine delle longitudini italiane.*

Nelle singole memorie raccolte nel presente volume gli autori discutono con grande e riconosciuta competenza i dati di osservazione, e riferiscono i risultati da essi dedotti, non che gli elementi di riduzione sia al centro trigonometrico, che al polo medio. Da esse risulta come valore della latitudine ridotta al centro e al polo medio

$$41^\circ\ 55'\ 25'',53$$

con un errore medio minore di tre centesimi di secondo d'arco, e quindi con tutto il grado di precisione che si può desiderare.

E. Bianchi. — **La deviazione della verticale alla R. Specola al Collegio Romano. — Longitudine astronomica di C. Romano da M. Mario.** (Pubblicazione della R. Commissione Geodetica Italiana, Roma 1911).

Prendendo di mira quattro polari di riferimento, di grandezza e posizione differenti, l'azimut astronomico del punto di stazione a M. Mario sull'orizzonte del punto di stazione a Collegio Romano è risultato

$$321^{\circ}\,31'\,58'',81 \pm 0'',13 \text{ (per l'epoca 1910,31):}$$

e l'azimut astronomico del punto di stazione al Collegio Romano sull'orizzonte del punto di stazione a Monte Mario

$$141^{0}\,30'\,54'',89 \pm 0'15 \text{ (per l'epoca 1910,47).}$$

La lunghezza della geodetica che unisce i due punti è m. 3648,16 la longitudine astronomica della R. Specola al Collegio Romano (asse del cerchio meridiano da Monte Mario) torretta-segnale geodetico 6^{s}, 492 C. Romano ad E.

Riducendo al polo medio, si ottengono, come coordinate geodetiche del punto di stazione a Collegio Romano, con provenienza da Monte Mario: latitudine geodetica $41^{\circ}\,53'\,52'',98$; longitudine geodetica E $1'\,38'',50$: azimut geodetico della direzione Collegio Romano - Monte Mario (Nord-Est) $321^{\circ}\,32'\,0'',24$: componente della deviazione della verticale in meridiano (Nord) $+ 0'',74$; componente normalmente al meridiano (Est) $- 1'',89$; longitudine astronomica della R. Specola al Collegio Romano (asse del cerchio meridiano) da Monte Mario (torretta-segnale geodetico) 6^{s}, 510 C. Romano a Est.

Le longitudini di C. Romano da Vienna, Berlino, Parigi, Greenwich, facendo il medio dei valori che per esse derivano attraverso Padova rispettivamente e Milano sono:

da Vienna	15^{m}	26^{s}, 308	C. Romano	a	Ovest
da Berlino	3	39, 750	»		»
da Parigi	40	34, 113	»		Est
da Greenwich	49	55, 045	»		»

Di questo eccellente lavoro notiamo in modo speciale il Cap. VIII che espone in modo elegante un metodo per il calcolo della longitudine astronomica.

Antoniazzi e Silva. — **Misura diretta di una influenza perturbatrice locale sulla longitudine geografica dell'Osservatorio di Padova determinata nel 1875.**

La determinazione della longitudine di Padova da Milano, eseguita nel 1875, diede un resultato differente di $0^s,165$ da quello ottenuto recentemente. Gli Autori hanno trovato con delicate esperienze la causa di questa considerevole differenza; e fu l'impianto dello strumento dei passaggi per la determinazione dell'ora, eseguito su una terrazza a metà della torre d'Ezzellino. I raggi luminosi nella maggior parte dei casi costeggiando la parte superiore della torre, subivano una deviazione. Prima forse non si era mai pensato a costatare con esperienze che i muri posti in vicinanza degli strumenti dei passaggi hanno sulla luce un'influenza non trascurabile sulle osservazioni astronomiche.

G. Friedel. — **Leçons de Cristallographie.** — Hermann Paris 1911 (L. 10).

L'A. si propone, piuttosto che una teoria completa, l'esposizione delle nozioni necessarie allo studio della mineralogia; ma non trascura quelle parti che, pur non essendo di una utilità immediata nello studio dei cristalli, hanno importanza e valore educativo. P. e. sviluppa ampiamente lo studio delle proprietà vettoriali discontinue, perchè è per esse che la materia cristallizzata si distingue da quella amorfa. Un concetto chiaro di maglia e reticolato illumina tutta la teoria dei cristalli.

Lo studio geometrico delle direzioni particolari di piani e rette che rivelano le proprietà discontinue nel cristallo omogeneo termina col mostrare che la legge di Haüy è un caso particolare di quella di Bravais « *Le facce di un cristallo sono tanto più frequenti e sviluppate, quanto più è grande la loro densità reticolare* ». La teoria di Curie rende ragione delle forme poliedriche complesse nel capitolo che parla delle proprietà vettoriali dal punto di vista fisico. Il modo di raggruppamento e deformazione, l'isomorfismo e polimorfismo, sono trattati come aspetti diversi di un solo e medesimo fenomeno, secondo il concetto di Mallard. Lo svolgimento di questa parte ha una fisonomia tutta propria, ed è in gran parte

frutto delle ricerche personali del Friedel. I cristalli liquidi scoperti dal Lehmann, secondo l'A. sono ben altra cosa che la materia cristallizzata, e la denominazione che loro è stata data è conseguenza di conclusioni teoriche troppo affrettate; ma tutti i fenomeni veramente cristallini si possono considerare come determinati dalla periodicità della materia. Il libro termina con un'appendice ove si mostra che l'ipotesi della struttura fisica del cristallo non deve esser confusa con la teoria della struttura di Schoenflies: quest'ultima è una teoria matematica dei tipi generali di simmetria, che non fa alcuna ipotesi sulla struttura del cristallo, e si può conciliare con tutto quello che si vorrà immaginare a questo proposito, finchè si considererà il mezzo cristallino come periodico.

L. Tranchant. — **La photogravure simplifiée.** — Mendel Paris 1911 (L. 0,60). — Questo libretto è una guida utile á coloro che desiderano preparare da sè disegni e figure semplici e numerose per illustrare i propri lavori con economia e speditezza.

Di Vestea A. — **Determinazioni di Resistenza elettrica e Batteriologiche.** — (Tip. Municipale. Pisa).

L'A. dà il resoconto delle sue ricerche su alcuni pozzi che debbono servire a fornire l'acqua potabile alla città di Pisa. È noto che quanto più l'acqua è pura, tanto più offre resistenza elettrica; quando si *mineralizza*, la resistenza va diminuendo. Tra i pozzi studiati ve ne sono di vicini ad un fiume, il Serchio: orbene, quando il Serchio offriva una maggior conduttivitá elettrica, i pozzi vicini presentavano maggior resistenza; il contrario avveniva, quando la conduttività del Serchio diminuiva: e più precisamente quando la mineralizzazione del Serchio era maggiore di quella dei pozzi vicini, si aveva in questi una concentrazione; quando il Serchio possedeva una diluizione maggiore, diminuiva la mineralizzazione dei pozzi vicini. Lo strato di terreno posto tra il fiume ed i pozzi funzionava dunque come una cellula di Pfeffer, o meglio come un setto semipermeabile. L'acqua passava nel primo caso dal più diluito (pozzi) al meno diluito (fiume), lasciando più mineralizzato l'ambiente da cui partiva: nel secondo caso il più diluito era il fiume, e la corrente aveva luogo in senso inverso.

Estratti di Sommari di alcuni periodici ricevuti nel mese di Ottobre 1911.

Rend. R. Accad. dei Lincei. — N. 9.

Almansi. Sulle deformazioni finite dei solidi elastici isotropi. — *Garbasso e Vacca.* Su la diffusione del potenziale elettrostatico nell'aria. — *Quagliarello.* Ricerche chimico-fisiche sui liquidi animali. Sulla reazione chimica della bile. — *Crudeli.* Sopra le deformazioni finite. Le equazioni del De Saint-Venant. — *Calcagni e Bernardini.* Basicità degli acidi organici contenenti idrossili alcoolici. — *Colacicchi.* Azione delle aldeidi sui corpi pirolici. — *Francesconi e Scarafia.* Essenza della Santolina Chamaecyparissus L. — *Id. e Sernagiotto.* La Δ 1-5 di idrocuminaldeide. Il β fellandrene nell'assenza del Bupleurum fruticosum. — *Paravano e Sirovich.* L'analisi termica nei sistemi quaternari. — *Porlezza e Nozzi.* Nuovi studi sui gas dei soffioni boraciferi di Larderello. — *Politis.* Sopra uno speciale corpo cellulare trovato in due orchidee.

Atti della Soc. Ital. di Sc. naturali di Milano. — Vol. XLIX, fasc. 4.

Pugliesi E. Il cranio della Lucioperca Sandra Cuv. Morfologia e studi comparativi. — *Corti A.* Le galle della Valtellina. — *Cobau R.* Cecidi della Valle del Brenta.

Il Nuovo Cimento. — Ottobre, 1911.

Bordoni U. Contributo allo studio dell'influenza dello stato magnetico sopra i fenomeni termo-elettrici. — *Bernini A.* Sul Magnetismo susseguente del Ferro.

Bulletin of the American Mathematical Society. — Vol. XVIII, N. 1 e 2.

M. Bôcher. Opere di Carlo Sturm, pubblicate e non pubblicate. — *C. J. Keyser.* Rappresentazioni in uno spazio a quattro dimensioni. — *N. J. Lennes.* Dimostrazione di un teorema sul numero di termini di un determinante infinito. — *Cole F. N.* Ottavo Congresso della Società Matematica Americana. — *N. J. Lennes.* Condizione necessaria e sufficiente alla conversione di una certa classe di serie infinite. — *J. L. Coolidge.* Geometria Proiettiva. — Notizie, Pubblicazioni recenti.

Nouvelles Annales de Mathématiques. — 4 ser. t. XI, N. 9.

E. Turrière. Sur certaines surfaces gènèralisant la chainette de Coriolis. — *A. Proszynski.* Sur la résolution de l'équation intégrale à noyau symetrique. — *R. Bouvais.* Sur les triangles inscrits et circonscrits à une cartesienne. — *F. Egau.* Note sur les quadriques homofocales. — Correspondance; Certificat de Mathématiques gènérales; Solutions des quéstions proposées.

Bollettino della Società Fisico-Matematica di Tokio. — 2ª ser. vol. 6, N. 7.

S. Nakamura. Una camera per veduta panoramica completa.

Annaes Scientificos da Accademia Polytechnica do Porto. — Vol. VI, N. 2.

Orlando L. Quelques observations sur les groupes d'homograpies dans un plan. — *Lerch.* Sur quelques formules concernant les formes quadratiques binaires d'un descriminant négatif. — *Servais C.* Propriétés des tangentes commune a deux quadriques homofocales. — *Aubry A.* Sur l'histoire du calcul infinitesimal entre les années 1620 et 1660. — *Miranda R. J.* Uma linha ferrea notavel do Brazil. — *Pau C.* Una visita botanica al Riff. — *Hagashi T.* Correction of the proceding paper « On the criteriom for an extreme of a fonction of one real variable ». — *Pirondini G.* Essai d'une theorie analitique des lignes non euclidiennes.

Saggi di Astronomia popolare. — N. 10-11.

Boccardi G. Come si muove la Terra. — *Salet P.* Sur la coleur des etoiles. — *Maillard-Salin.* L'Horlogerie astronomique à l'Esposition de Turin. — *Boccardi J.* Conférences des Ephémérides.

Revue gén. de Chimie. — N. 18.

Fabre L. L'Enseignement de la Chimie dans l'Universités et les Ecoles Technologiques des Etats-Unis. — *Vandévelde A. J.* Codex alimentarius Néerlandais pubblié sur l'initiative de Congrès Néerlandais d'hygiène publique.

La Nuova Notarisia. — Aprile, Luglio, Ottobre 1911.

Mazza A. Saggio di Algologia Oceanica. — *De Toni.* Contribuzione alla storia delle raccolte di materiali scientifici. Intorno ad un codicetto con organismi marini essiccati della fine del secolo XVIII.

Revue des Questions scientifiques. — Octobre, 1911.

Gregoire V. Les recherches de Mendel et des mendelistes sur l'hérédité. — *Lebrun H.* Les idées d'un vieux Pasteur sur l'enseignement des sciences naturelles. — *Proost A.* Aéroplanes et sous-marins vivant. — *Boule P. R.* Le Sangage, ses anomalies anatomo-phisiologiques d'origine encéphalique.

Rivista Geografica Italiana. — Fasc. VIII.

Anfossi. La pioggia nell'alta valle del Gozzente. — *Lo Parco I.* « L'ultima Thule ». — *Ricci L.* Ricerche sul lago di Capo di Lago (Lago Moro) in Valcamonica.

La Technique Moderne. — N. 10.

Capart G. La protection des réseaux et installations électriques contre les surtensions. — *Barbillon L.* Régulation des groupes électrogènes. — *Escard G.* Procédés actuels de préparation des filaments métalliques pour lampes à incandescente. — *Marbec A.* L'institution des Navals Architects. — *Lefebvre L.* Les applications frigorifiques à bord des navires de guerre. — *Belot E.* Principes généraux de l'organisation systematique des machines et des usines. — *Doutre A.* La stabilisation automatique longitudinale des aéroplanes. — *Breuil P.* Étude d'un acier spécial de cémentation. — *Meunier L.* La fabrication des Extraits tanniques.

SCOSSE TELLURICHE NELL' OTTOBRE 1911



GRADI DELLA SCALA DI MERCALLI

★ Punti colpiti

I - Strumentale.
II - Molto leggera.
III - Leggera
IV - Sensibile o mediocre.
V - Forte.
VI - Molto forte.
VII - Fortissima.
VIII - Rovinosa.
IX - Disastrosa.
X - Disastrosissima.

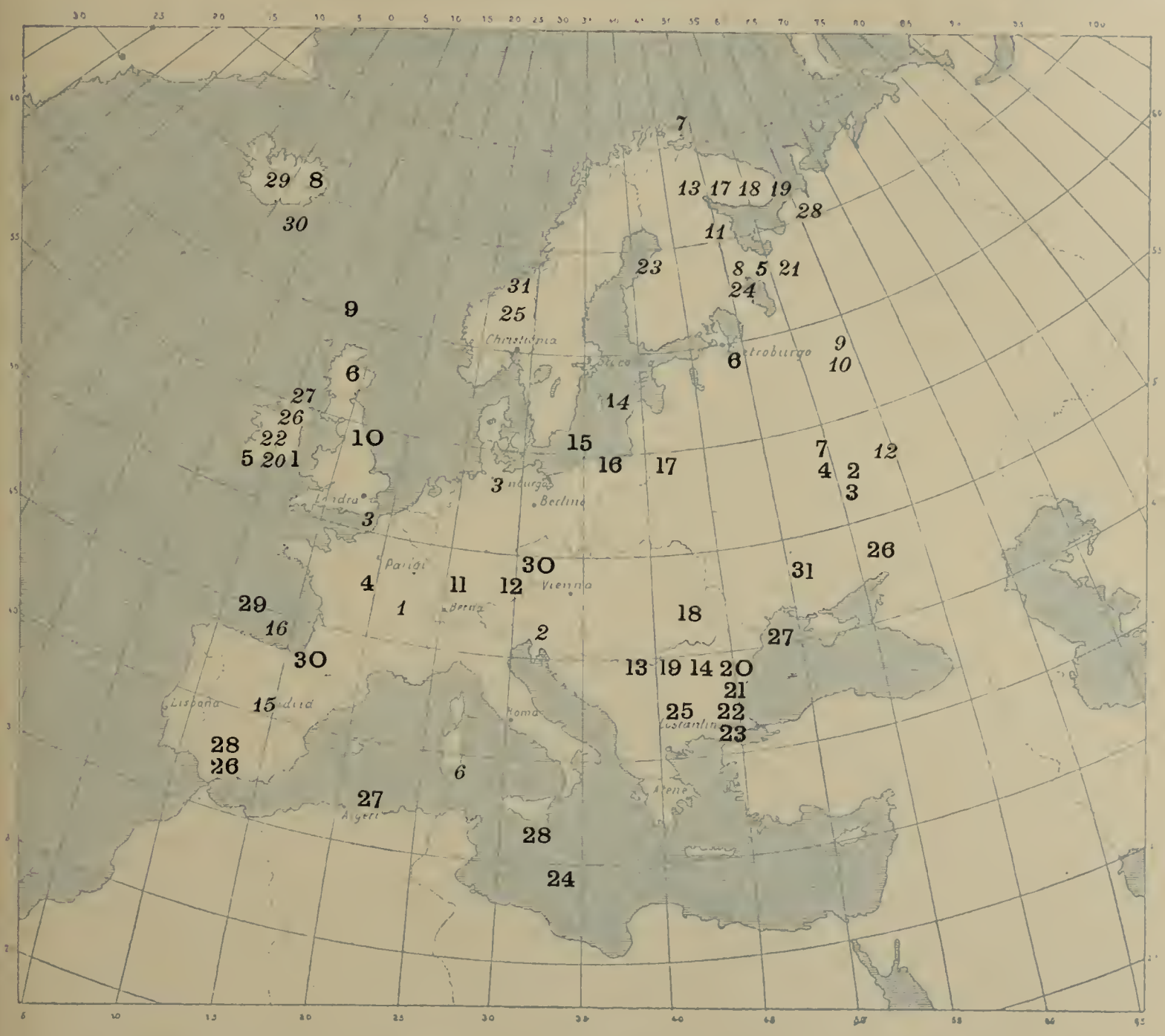
Il 5 a 4 h Messina IV. — Il 6 a 10 h 1/2 Montecassino III. — Il 7 a 11 h Catania I; a 12 h Linguaglossa sc. — L'8 a 2 h 1/2 Montecassino sc., a 5 h Siena IV; a 9 h 3/4 Montecassino sc. L'11 Pienza sc. — Il 12 a 19 h 3/4 Borgo Pace IV, a 22 h 1/4 Cascia sc. — Il 14 a 3 h Milo sc. — Il 15 a 10 h nei paesi del versante SE dell'Etna scossa rovinosa. — Il 16 a 2 h Bertinoro; a 21 h 1/2 Messina IV. — Il 17 a 17 h Mineo sc.; a 22 h 3/4 S. Martino in Pensilis sc. — Il 20 a 12 h 1/4 Messina sc. — Il 24 a 6 h 3/4 Riposto sc.; a 20 h 1/2 e 22 h 1/4 S. Alfio. — Il 27 a 21 h 1/4 Messina e Mileto sc. — Il 28 a 14 h 3/4 Catania I. — Il 29 a 5 h Messina III; a 7 h 3/4 Mineo V-VI. — Il 30 a 23 h Messina IV. — Il 31 a 22 h Norcia III.

Registrazioni. Il 7 a 11 h 1/2 Ischia, Roma e Moncalieri: a 12 h, 15 h 1/2 e 16 h 1/2 Catania V. — Il 9 a 11 h 1/2 Catania. — Il 10 a 4 h 1/4 Ischia, a 6 h 3/4 Catania, a 14 h 1/4 Rocca di Papa L. — L'11 tra 10 h e 10 h 1/4 Mineo, Catania, Ischia, Rocca di Papa, Roma V. — Il 13 a 3 h 3/4 in tutti gli osservatori L. — Il 14 a 3 h Catania e Mineo V; a 7 h 1/2 Domodossola e Ischia, a 13 h 3/4 Rocca di Papa, Ischia, Moncalieri e Padova L; a 12 h 3/4 Rocca di Papa V; a 18 h 1/4 Rocca di Papa V; a 17 h 3/4 Ischia, Moncalieri, Padova, Rocca di Papa e Roma L, ripetuta il 15 a 0 h 1/2. — Il 15 a 10 h Catania, Mineo, Messina, Ischia e Moncalieri V; a 13 h Ischia, Rocca di Papa, Roma e Moncalieri L. — Il 16 a 0 h 3/4 Ischia, Rocca di Papa, Roma, a 14 h 3/4 Padova L. — Il 17 a 9 h 3/4 Ischia e Domodossola L; a 13 h Rocca di Papa, Padova e Domodossola: a 22 h 3/4 Ischia, Rocca di Papa e Roma V. — Il 19 a 11 h 3/4 Rocca di Papa L. — Il 20 a 19 h in tutti gli osservatori L. — Il 22 a 23 h 1/2 in tutti gli osservatori V.

MASSIMI E MINIMI BAROMETRICI NELL'OTTOBRE 1911

C = ciclone
A = anticiclone

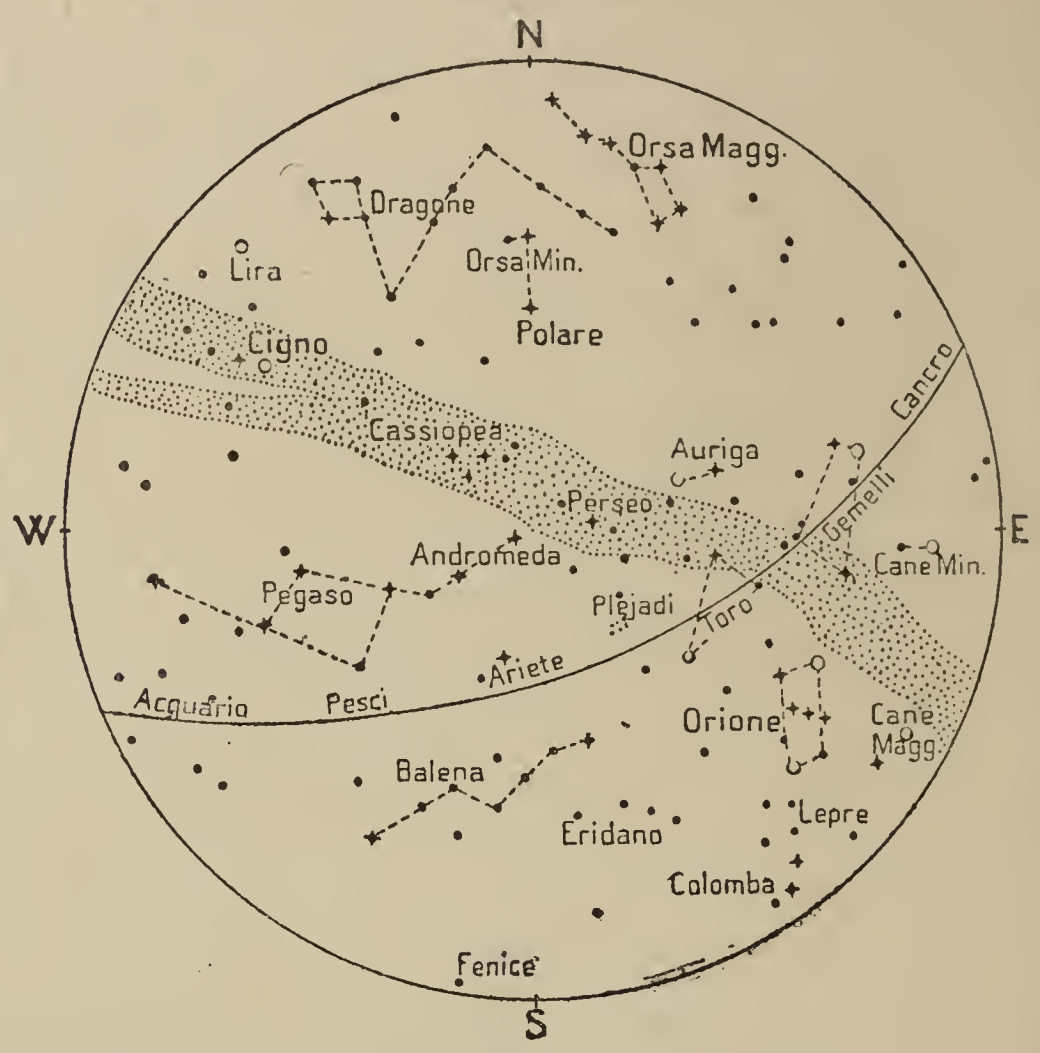
I numeri in *corsivo* indicano la data ed il luogo dei minimi; gli altri dei massimi



D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo
1	776	746C	6	770A	758C	11	776A	748	16	780A	759	21	768A	736C	26	763	737C
2	776	749C	7	774A	740C	12	772A	746	17	779A	756	22	767A	735C	27	760	734C
3	775	755C	8	774	752	13	771A	758	18	778A	755	23	767	740C	28	762	743C
4	773	757C	9	775A	740C	14	768A	753C	19	775A	755	24	766	735C	29	769	741C
5	771	751C	10	777A	742C	15	777A	757	20	771A	753C	25	762	738C	30	774A	731
															31	775A	740

Dal primo al 3 ciclone con vari centri sull'Europa centrale, il 4 il centro ciclonico è sulla Francia, il 5 sul Mar Bianco. Il 6 formazione ciclonica sul Tirreno, anticiclonica sul Mar del Nord. Il 7 ciclone sulla Francia, formazione anticiclonica sulla Russia centrale. Il 9 e 10 ciclone sulla Russia settentrionale, anticiclone con centro rispettivamente sulle Ebridi e sulla Gran Brettagna: l'11 e 12 il centro dell'anticiclone è sulla Baviera, il 13 e 14 sui Balcani, questo giorno sul Baltico si delinea una formazione ciclonica, che il 15 è sostituita da un anticiclone il quale si estende a quasi tutta l'Europa, ed ha il suo centro il 16 e 17 sulla Polonia, il 18 è sulla Transilvania, il 19 sui Balcani. Dal 20 al 22 il centro anticiclonico rimane sulla Bulgaria; ma contemporaneamente il 20 si ha una formazione ciclonica verso l'Irlanda il 20, sulla Russia settentrionale il 21, su tutto il NW d'Europa con centro sull'Irlanda il 22, il 23 il centro ciclonico è sul Baltico. Il 24 formazione ciclonica in Val Padana. Il 25 ciclone sul Mar del Nord, anticiclone sulla penisola Balcanica. Il 26 e 27 esteso ciclone con centro sull'Irlanda: Il 28 il ciclone ha un centro sul Mar Bianco ed un altro sull'Austria; il 29 le depressioni si ricolmano, e rimane un centro ciclonico sul Baltico. Il 30 esteso ciclone con due centri uno sulla Spagna, l'altro sulla Baviera, il 31 il centro primario è sulla Russia centrale, due centri secondari sono rispettivamente sulla Svizzera e sulla Germania.

15 Dicembre ore 21.



Fenomeni Astronomici

Il Sole entra in Capricorno il 22 Dicembre a 22h 53m. dando principio all'inverno astronomico.

Congiunzioni — Con la Luna: Saturno il 4 a 9h; Marte il 5 a 5h; Nettuno l'8 a 19h; Venere il 16 a 16h; Giove il 18 a 14h; Mercurio il 21 a 13h; Urano il 23 a 4h; Saturno il 31 a 17h.

Stazioni — Mercurio il 16 a 7h; Marte il 29 a 18h.

Elongazioni — Mercurio il 7 a 23h.

Varia — Mercurio in nodo ascendente il 18 a 10h.

PIANETI		α	δ	Passaggio
Mercurio	1	17h51m	−25.°52′	13h 24m
	11	18 38	−24. 47	13 32
	21	18 34	−22. 13	12 48
Venere	1	13 23	− 6. 25	8 56
	11	14 4	− 9. 55	8 57
	21	14 47	−13. 22	9 2
Marte	1	3 48	+21. 31	23 19
	11	3 35	+21. 20	22 27
	21	3 27	+20. 58	21 30
Giove	1	15 44	−18. 59	11 17
	11	15 53	−19. 28	10 47
	21	16 2	−19. 54	10 16
Saturno	1	2 53	−13. 58	22 25
	11	2 51	−13. 48	21 43
	21	2 49	−13. 41	21 2

FASI ASTRONOMICHE DELLA LUNA

L P	L N
il 6 a 3h.52m.	il 20 a 16h.40m.
U Q	P Q
il 12 a 18h. 46m.	il 28 a 19h.48m.

PERIGEO
il 7 a 2 h.

APOGEO
il 22 a 3 h.

Sole (a mezzodì medio di Parigi = 12h. 50m. 39s t. m. Europa centr.)

Giorni	Asc. r.	Declin.	Longit.	Distanza dalla Terra in Km.	Semid.	Parallasse orizz.	Durata del passaggio del Semidiam.	Obliquità dell'ecclittica	Equazione del tempo
1	16h.26m.	−21° 41′	248°11′	147.390.000	16′16″	8″ 92	1m. 10s.	23.° 27′ 9.″98	−11m.11s.
11	17 9	−23. 1	258 20	147.200.000	16 17	8 94	1 11	23. 27. 9. 90	− 7 3
21	17 53	−23. 27	268 31	147.060.000	16 18	8 95	1 11	23. 27. 9. 88	− 2 13

Alcune stelle doppie che si possono osservare durante il mese

Mizar e Arcol dist. 11′ 48″; θ del Toro dist. 5′ 37″; σ del Toro dist. 7′ 10″; κ del Toro 5′ 40″; θ di Orione 2′ 15″. Mizar dist. 14″,5; ψ del Dragone dist. 31″; η di Cassiopea dist. 5″; η di Perseo dist. 28″; γ di Andromeda 10″; ζ della Lira dist. 44″; β del Cigno 34″; 61 del Cigno dist. 20″; γ del Delfino dist. 11″.

MARCO SALVADORI - *Segretario Responsabile.*

Pavia, 1911 — Premiata Tipografia Successori Frat. Fusi.

ARTICOLI E MEMORIE

VINCENZO G. CAVALLARO

MEMORIA SULLA RECENTE GEOMETRIA DEL TRIANGOLO

(Continuazione e fine)

Se nelle [30] introduciamo le [47], otterremo

$$V_{kb} - V'_{hc} = a^2 \sqrt{\frac{\Delta_1}{\Delta}},$$

$$V_{kc} - V'_{ha} = b^2 \sqrt{\frac{\Delta_2}{\Delta}}, \quad -V_{ka} + V'_{hb} = c^2 \sqrt{\frac{\Delta_3}{\Delta}} \qquad [50]$$

e, per somma,

$$(V_{kb} + V_{kc} + V'_{hb}) - (V'_{hc} + V'_{ha} + V_{ka}) =$$
$$\left\{ a^2 \sqrt{\Delta_1} + b^2 \sqrt{\Delta_2} + c^2 \sqrt{\Delta_3} \right\} \sqrt{\frac{1}{\Delta}} \qquad [51]$$

cioè

x) *La differenza delle aree dei triangoli aggiunti determinati come nel teor. prec. uguaglia il quadrato del lato corrispondente del fondamentale per la radice quadrata del rapporto dell'area del brocardiano ortogonale relativo a quel lato all'area del fondamentale.* Poi

y) *La differenza tra la somma delle aree di due terne convenienti di triangoli aggiunti agli iperbrocardiani è uguale alla somma del quadrato di ciascun lato del fondamentale per la radice quadrata dell'area del rispettivo triangolo brocardiano ortogonale moltiplicata per la radice quadrata del numero esprimente l'inversa dell'area del fondamentale.*

Sono anche importanti altre formule che legano le aree

di certi triangoli. Dalle [30] e [46] s'inferisce

$$V_{kb} - V'_{hc} = 4P_1 = O_1 \ , \ V_{kc} - V'_{ha} = 4P_2 = O_2 \ , \ -V_{ka} + V'_{hb} = 4P_3 = O_3 \qquad [52]$$

epperò

La differenza delle aree dei triangoli aggiunti determinati come nel teor. prec. uguaglia l'area del triangolo anticomplementare del brocardiano derivato corrispondente a quel lato.

Inoltre dalle [43] e [52] si ricavano le formule

$$\begin{aligned} V_{kb} &= 2\,(P_1 + S_a) + \frac{1}{4}\,\frac{a}{h_a} \\ V_{kc} &= 2\,(P_2 + S_b) + \frac{1}{4}\,\frac{b^3}{h_b} \\ V'_{hb} &= 2\,(P_3 + S_c) + \frac{1}{4}\,\frac{c^3}{h_c} \ , \end{aligned} \qquad [53]$$

suscettive di dar luogo alla enunciazione del notevole toerema, ove si ricordi il significato geometrico dei simboli che in esse compariscono.

XIV. **Continuazione.**

Consideriamo le tre coppie di triangoli (ABA_1, ACA_2), (BCB_1, BAB_2), (CAC_1, CBC_2), che diremo *triangoli rettangoli reciproci* rispetto ai vertici A, B, C ad essi *relativi* o *corrispondenti*.

I triangoli di ciascuna coppia sono disuguali, ma equivalenti.

Le formule [1] e [2], introdotte nel calcolo delle loro aree forniscono le relazioni

$$N_a = \frac{1}{2}\,bc\,\operatorname{cosec}\alpha \ , \ N_b = \frac{1}{2}\,ca\,\operatorname{cosec}\beta \ , \ N_c = \frac{1}{2}\,ab\,\operatorname{cosec}\gamma \qquad [54]$$

ciascuna delle quali, nell' ordine con cui si seguono, esprime l'area dei triangoli di ciascuna coppia che si seguono nello stesso ordine. Adunque

Il semiprodotto di due lati di un triangolo per la cosecante dell'angolo da essi compreso è uguale all' area di uno dei due triangoli rettangoli reciproci corrispondenti al vertice di quell' angolo.

Ricordiamoci ora della notissima formula

$$\Delta = \frac{1}{2} bc \sin\alpha = \frac{1}{2} ca \sin\beta = \frac{1}{2} ab \sin\gamma. \qquad [\lambda']$$

La $[\lambda']$ e le [54] determinano il seguente sistema di relazioni:

$$\Delta + N_a = \frac{1}{2} bc \left(\sin\alpha + \frac{1}{\sin\alpha}\right),$$

[55]

$$\Delta + N_b = \frac{1}{2} ca \left(\sin\beta + \frac{1}{\sin\beta}\right), \quad \Delta + N_c = \frac{1}{2} ab \left(\sin\gamma + \frac{1}{\sin\gamma}\right)$$

$$N_a - \Delta = \frac{1}{2} bc \operatorname{ctg}\alpha \cos\alpha ,$$

[56]

$$N_b - \Delta = \frac{1}{2} ca \operatorname{ctg}\beta \cos\beta , \quad N_c - \Delta = \frac{1}{2} ab \operatorname{ctg}\gamma \cos\gamma$$

$$\frac{N_a}{\Delta} = \frac{\operatorname{cosec} a}{\sin a} = \operatorname{cosec}^2 a ,$$

[57]

$$\frac{N_b}{\Delta} = \frac{\operatorname{cosec}\beta}{\sin\beta} = \operatorname{cosec}^2\beta , \quad \frac{N_c}{\Delta} = \frac{\operatorname{cosec}\gamma}{\sin\gamma} = \operatorname{cosec}^2\gamma$$

Dunque, dalla [57], si ha che

Il rapporto dell'area di uno dei triangoli rettangoli reciproci relativi ad un vertice del fondamentale all'area di quest'ultimo, uguaglia il quadrato della cosecante dell'angolo che ha quel vertice. Poi è

$$\Sigma N_a = \Delta (\operatorname{cosec}^2 a + \operatorname{cosec}^2\beta + \operatorname{cosec}^2\gamma)$$

e, se rammentiamo la relazione del NEUBERG [v. ALASIA *l. cit.* p. 328] :

$$\operatorname{cosec}^2 a + \operatorname{cosec}^2\beta + \operatorname{cosec}^2\gamma = \operatorname{cosec}^2\omega ,$$

otterremo

$$\Sigma N_a = \Delta \operatorname{cosec}^2\omega \qquad [58]$$

che è *un'altra espressione areolare notevole dell'angolo di* BROCARD epperò

Il prodotto dell'area di un triangolo per il quadrato della

cosecante del suo angolo di Brocard *è uguale alla somma delle aree di una terna di triangoli rettangoli reciproci corrispondenti ai suoi vertici.*

I triangoli AB_1C_2, BC_1A_2, CA_1B_2 li diremo *triangoli opposti ai vertici* A, B, C del fondamentale e ne indichiamo con M_a, M_b, M_c rispettivamente l'area.

Ricordiamoci delle formule [1] e [2] che danno i valori dei loro lati comprendenti gli angoli in A, B, C che sono supplementari degli angoli omonomi del fondamentale e scriviamo

$$M_a = \frac{1}{2} bc \operatorname{ctg}\beta \operatorname{ctg}\gamma \sin a = \Delta \operatorname{ctg}\beta \operatorname{ctg}\gamma$$

$$M_b = \frac{1}{2} ca \operatorname{ctg}\gamma \operatorname{ctg} a \sin\beta = \Delta \operatorname{ctg}\gamma \operatorname{ctg} a \qquad [59]$$

$$M_c = \frac{1}{2} ab \operatorname{ctg} a \operatorname{ctg}\beta \sin\gamma = \Delta \operatorname{ctg} a \operatorname{ctg}\beta$$

Onde

L'area del triangolo opposto ad uno dei vertici del fondamentale uguaglia quella di quest'ultimo per il prodotto delle cotangenti degli angoli del fondamentale che sono adiacenti al lato opposto a quel vertice.

Ora abbiamo, introducendo le semplici relazioni

$$\Delta = \frac{1}{2} a h_a = \text{ecct.} \ , \ \frac{a}{h_a} = \operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\gamma \ , \ \text{ecct.} :$$

$$M_b + M_c = \frac{1}{2} a^2 \operatorname{ctg} a \ , \ M_c + M_a = \frac{1}{2} b^2 \operatorname{ctg}\beta \ , \ M_a + M_b = \frac{1}{2} c^2 \operatorname{ctg}\gamma \qquad [60]$$

cioè

La somma delle aree dei triangoli opposti in due vertici del fondamentale uguaglia il semiprodotto del quadrato del lato limitato da quei vertici per la cotangente dell'angolo opposto,

$$M_b - M_c = \Delta \operatorname{ctg} a \, (\operatorname{ctg}\gamma - \operatorname{ctg}\beta) \ ,$$
$$M_c - M_a = \Delta \operatorname{ctg}\beta(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma), \ M_a - M_b = \Delta \operatorname{ctg}\gamma(\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg} a). \qquad [61]$$

Le [40] e [60] forniscono

$$M_b + M_c = BCz_b = BCz_c \ ,$$
$$M_c + M_a = CAz_c = CAz_a \ , \ M_a + M_b = ABz_a = ABz_b \qquad [62]$$

cioè

La somma delle aree dei triangoli opposti in due vertici del fondamentale uguaglia l'area del triangolo rettangolo che ha per base il lato limitato da quei vertici e per vertice opposto uno dei vertici secondari dei due triangoli brocardiani ortogonali corrispondenti agli altri due lati.

I triangoli AA_1A_2, BB_1B_2, CC_1C_2 ciascuno dei quali ha un vertice coincidente con un vertice del fondamentale e i lati che comprendono gli angoli di quei vertici sono i diametri delle varie circonferenze aggiunte, li diremo *triangoli aggiunti dei vertici* A, B, C.

Le formule della loro area si calcolano introducendo le [1] e [2] e si trovano le formule [54], giacchè, come è evidente, i triangoli in discorso sono rispettivamente equivalenti a triangoli ABA_1, BCB_1, CAC_1. E si avrà pure, detta Σ la somma delle aree dei riferiti triangoli

$$\Sigma = \Delta \operatorname{cosec}^2 \omega \ , \qquad [63]$$

epperò

La somma delle aree dei tre triangoli aggiunti dei vertici del fondamentale uguaglia quella di quest'ultimo per il quadrato della cosecante dell'angolo di Brocard *a questo corrispondente.*

I triangoli ACB_1, ABC_2; BAC_1, BCA_2; CBA_1, CAB_2 li diremo *triangoli inversi* corrispondenti a coppia ai vertici del fondamentale. Indichiamo con L_a, T_a; L_b, T_b; L_c, T_c le aree di essi, nell'ordine con cui si seguono e, prese le [9] in considerazione, abbiamo

$$L_a = \frac{1}{2} bc \operatorname{ctg}\beta \cos\alpha \quad L_b = \frac{1}{2} ca \operatorname{ctg}\gamma \cos\beta \quad L_c = \frac{1}{2} ab \operatorname{ctg}\alpha \cos\gamma \qquad [64]$$

$$T_a = \frac{1}{2} bc \operatorname{ctg}\gamma \cos\alpha \quad T_b = \frac{1}{2} ca \operatorname{ctg}\alpha \cos\beta \quad T_c = \frac{1}{2} ab \operatorname{ctg}\beta \cos\gamma$$

e poi

$$L_a \pm T_a = \frac{1}{2} bc \cos\alpha (\operatorname{ctg}\beta \pm \operatorname{ctg}\gamma \ , \text{ ecct.} \qquad [65]$$

$$L_a \cdot L_b \cdot L_c = T_a \cdot T_b \cdot T_c = \frac{1}{8} (abc)^2 \frac{\cos^2\alpha \cos^2\beta \cos^2\gamma}{\sin\alpha \sin\beta \sin\gamma} \ . \qquad [66]$$

Vediamo dunque che

x) *Il semiprodotto di due lati di un triangolo pel coseno dell'angolo che essi comprendono moltiplicato per la somma o la differenza delle cotangenti degli angoli adiacenti al terzo lato uguaglia la somma o la differenza delle aree dei due triangoli inversi corrispondenti al vertice di quell'angolo.*

y) *Il prodotto di una terna conveniente di triangoli inversi corrispondenti ciascuno ad un vertice del fondamentale uguaglia il prodotto della terna rimanente.*

XV. **Teoremi notevoli di trasformazione.**

(1) Anzitutto si considerino le [ρ] e le [47] e, prese in esame le [61] e [65], otteniamo

$$M_c - M_b = 2 \operatorname{ctg} \alpha \sqrt{\Delta\Delta_1} \ ,$$

$$M_a - M_c = 2 \operatorname{ctg} \beta \sqrt{\Delta\Delta_2} \ , \ M_a - M_b = 2 \operatorname{ctg} \gamma \sqrt{\Delta\Delta_3} \qquad [67]$$

formule che danno anche i valori delle differenze $L_a - T_a$, $L_b - T_b$, $T_c - L_c$ giacchè, introducendo nelle formule di differenza delle [65] le [47] si ottengono con semplici trasformazioni, le [67], ciò che del resto era da prevedersi essendo le [61], cambiate opportunamente di segno e introducendovi $\Delta = \frac{1}{2} b c \sin a$, ecct., trasformabili identicamente nelle seconde [65]. Dunque

$$M_c - M_b = L_a - T_a \ , \ M_a - M_c = L_b - T_b \ , \ M_a - M_b = T_c - L_c \qquad [68]$$

Inoltre le prime [65] e le [λ] danno

$$L_a + T_a = \frac{1}{2} a b c \cos a \ . \ \frac{1}{h_a} \ ,$$

$$L_b + T_b = \frac{1}{2} a b c \cos \beta \ . \ \frac{1}{h_b} \ , \ L_c + T_c = \frac{1}{1} a b c \cos \gamma \ . \ \frac{1}{h_c} \qquad [69]$$

Adunque da [67], [68], [69] si ha rispettivamente che

x) *La differenza delle aree dei triangoli opposti in due vertici del fondamentale uguaglia il doppio del prodotto della cotangente dell'angolo opposto al lalo limitato da quei vertici per la media geometrica delle aree del fondamentale e del suo triangolo brocardiano ortogonale corrispondente a quel lato.*

y) *La differenza delle aree dei triangoli opposti in due vertici del fondamentale uguaglia la differenza delle aree della coppia di triangoli inversi corrispondente al terzo vertice.*

z) *La somma delle aree della coppia di triangoli inversi corrispondente ad un vertice del fondamentale uguaglia il semiprodotto dei suoi lati per il rapporto tra il coseno dell'angolo di quel vertice e l'altezza del fondamentale uscente dal medesimo vertice.*

(2) *Altre espressioni dell'angolo di* Brocard. Le [60], [62], [67], [68] forniscono :

$$\frac{M_b + M_c}{a^2} + \frac{M_c + M_a}{b^2} + \frac{M_a + M_b}{c^2} = \frac{1}{2}\operatorname{ctg}\omega \qquad [70]$$

$$\frac{BC\,z_b}{a^2} + \frac{CA\,z_c}{b^2} + \frac{AB\,z_a}{c^2} = \frac{1}{2}\operatorname{ctg}\omega \qquad [71]$$

$$\frac{M_c - M_b}{\sqrt{\Delta\Delta_1}} + \frac{M_a - M_c}{\sqrt{\Delta\Delta_2}} + \frac{M_a - M_b}{\sqrt{\Delta\Delta_3}} = 2\operatorname{ctg}\omega \qquad [72]$$

$$\frac{L_a - T_a}{\sqrt{\Delta\Delta_1}} + \frac{L_b - T_b}{\sqrt{\Delta\Delta_2}} + \frac{T_c - L_c}{\sqrt{\Delta\Delta_3}} = 2\operatorname{ctg}\omega\,. \qquad [73]$$

(3) Le [56] e [64] forniscono

$$\frac{N_a - \Delta}{L_a} = \frac{\operatorname{ctg}\alpha}{\operatorname{ctg}\beta}\,,\quad \frac{N_b - \Delta}{L_b} = \frac{\operatorname{ctg}\beta}{\operatorname{ctg}\gamma}\,,\quad \frac{N_c - \Delta}{L_c} = \frac{\operatorname{ctg}\gamma}{\operatorname{ctg}\alpha} \qquad [74]$$

e le [59] e [64] :

$$M_a = L_a\frac{\operatorname{tang}\alpha}{\operatorname{tang}\gamma}\,,\quad M_b = L_b\frac{\operatorname{tang}\beta}{\operatorname{tang}\alpha}\,,\quad M_c = L_c\frac{\operatorname{tang}\gamma}{\operatorname{tang}\beta} \qquad [75]$$

$$M_a = T_a\frac{\operatorname{tang}\alpha}{\operatorname{tang}\beta}\quad M_b = T_b\frac{\operatorname{tang}\beta}{\operatorname{tang}\gamma}\quad M_c = T_c\frac{\operatorname{tang}\gamma}{\operatorname{tang}\alpha}$$

Quindi le [74] e [75] forniscono

$$L_a M_b = L_b(N_a - \Delta)\,,\ L_b M_c = L_c(N_b - \Delta)\,,\ L_c M_a = L_a(N_c - \Delta) \qquad [76]$$

che sono *caratteristiche espressioni areolari.*

(4) Le [45] e [46] ci danno

$$\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma = 2\,\frac{\Phi_1}{a} = 8\,\frac{P_1}{a^2}\ ,$$

$$\operatorname{ctg}\gamma - \operatorname{ctg}\alpha = 2\,\frac{\Phi_2}{b} = 8\,\frac{P_2}{b^2}\ , \qquad [i]$$

$$\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha = 2\,\frac{\Phi_3}{c} = 8\,\frac{P_3}{c^2}\ .$$

Le $[i]$ introdotte uelle [61] e osservardo che

$$\Delta = \frac{1}{2}\,a\,h_a = \frac{1}{2}\,b\,h_b = \frac{1}{2}\,c\,h_c\ ,$$

danno

$$M_c - M_b = h_a\,\Phi_1\operatorname{ctg}\alpha = 8\,\frac{\Delta P_1}{a^2}\operatorname{ctg}\alpha$$

$$M_a - M_c = h_b\,\Phi_2\operatorname{ctg}\beta = 8\,\frac{\Delta P_2}{b^2}\operatorname{ctg}\beta \qquad [77]$$

$$M_a - M_b = h_c\,\Phi_3\operatorname{ctg}\gamma = 8\,\frac{\Delta P_3}{c^2}\operatorname{ctg}\gamma\ ,$$

formule notevoli delle differenze dei triangoli opposti. Le [77] e le [67] danno poi

$$h_a\,\Phi_1 = 2\sqrt{\Delta\Delta_1} = 8\,\frac{\Delta P_1}{a^2}\ ,$$

$$h_b\,\Phi_2 = 2\sqrt{\Delta\Delta_2} = 8\,\frac{\Delta P_2}{b^2}\ , \qquad [78]$$

$$h_c\,\Phi_3 = 2\sqrt{\Delta\Delta_3} = 8\,\frac{\Delta P_3}{c^2}\ .$$

Introduciamo le $[i]$ nelle [65]; così avremo

$$L_a - T_a = \Phi_1\,\frac{bc}{a}\cos\alpha\ ,$$

$$L_b - T_b = \Phi_2\,\frac{ca}{b}\cos\beta\ ,\ T_c - L_c = \Phi_3\,\frac{ab}{c}\cos\gamma \qquad [79]$$

poi

$$L_a - T_a = 4\,P_1\,\frac{bc}{a^2}\cos\alpha\ ,$$

$$L_b - T_b = 4\,P_2\,\frac{ca}{b^2}\cos\beta\ ,\quad T_c - L_c = 4\,P_3\,\frac{ab}{c^2}\cos\gamma \qquad [80]$$

e, ricerdando il teor. x del § XV,1 sicava anche, con riguardo alle [67]

$$\Phi_1\,\frac{bc}{a} = 4\,P_1\,\frac{bc}{a^2} = 2\,\mathrm{cosec}\,\alpha\,\sqrt{\Delta\Delta_1}\ ,$$

$$\Phi_2\,\frac{ca}{b} = 4\,P_2\,\frac{ca}{b^2} = 2\,\mathrm{cosec}\,\beta\,\sqrt{\Delta\Delta_2}\ , \qquad [81]$$

$$\Phi_3\,\frac{ab}{c} = 4\,P_3\,\frac{ab}{c^2} = 2\,\mathrm{cosec}\,\gamma\,\sqrt{\Delta\Delta_3}\ .$$

Così

x) La differenza areolare dei triangoli opposti in due vertici del fondamentale uguaglia l'area del rettangolo che ha per lati il lato principale del brocardiano ortogonale corrispondente al lato del fond. limitato da quei vertici e l'altezza di quest'ultimo relativa al medesimo lato per la cotangente dell'angolo opposto.

y) Ogni triangolo che ha per base il lato principale del brocardiano ortogonale corrispondente ad un lato del fondamentale e per altezza relativa a questo lato quella del fondamentale corrispondente a quel lato, ha un'area data dalla media geometrica delle aree del fondamentale e del brocardiano ortogonale considerato.

z) Se il prodotto di due lati di un triang. fond. si divide pel terzo lato, si moltiplica il quoziente pel coseno dell'angolo compreso dai primi e per il lato principale del broc. ort. relativo al terzo lato si ottiene la diff. areolare dei triangoli inversi corrispondenti al vertice di quell'angolo. Se poi si esclude il prodotto pel coseno di quest'angolo, conservando le rimanenti op. già dette sopra, si ottiene il doppio del prodotto della cosecante dello stesso angolo per la media geometrica delle aree del fondam. e del broc. ort. riferito, ecct. [anal. discorsi per le [80], [81]].

(5) *Altre notevoli espressioni dell' angolo di* Brocard. Dalle [77] e [81] otteniamo

$$\frac{M_c - M_b}{\Phi_1}\cdot\frac{1}{h_a} + \frac{M_a - M_c}{\Phi_2}\cdot\frac{1}{h_b} + \frac{M_a - M_b}{\Phi_3}\cdot\frac{1}{h_c} = \operatorname{ctg}\omega \quad [82]$$

$$\frac{1}{\Delta}\left\{\frac{M_c - M_b}{P_1}a^2 + \frac{M_a - M_c}{P_2}b^2 + \frac{M_a - M_b}{P_3}c^2\right\} = 8\operatorname{ctg}\omega \quad [83]$$

$$\frac{1}{\Delta}\left\{\Phi_1^2\left(\frac{bc}{a}\right)^2\frac{1}{\Delta_1} + \Phi^2{}_2\left(\frac{ca}{b}\right)^2\frac{1}{\Delta_2} + \Phi^2{}_3\left(\frac{ab}{c}\right)^2\frac{1}{\Delta_3}\right\} = 4\operatorname{cosec}^2\omega \quad [84]$$

$$\frac{1}{\Delta}\left\{P_1^2\left(\frac{bc}{a^2}\right)^2\frac{1}{\Delta_1} + P_2^2\left(\frac{ca}{b^2}\right)^2\frac{1}{\Delta_2} + P_3^3\left(\frac{ab}{c^2}\right)^2\frac{1}{\Delta_3}\right\} = \frac{1}{4}\operatorname{cosec}^2\omega \quad [85]$$

che sono *caratteristiche espressioni dell'angolo di* Brocard.

L'espressione d'ω [48] insieme a qualcuna delle ultime, per effetto delle [49] e [52] divengono

$$\frac{1}{\Delta}\left\{(V_{kb} - V'_{hc})\sqrt{\frac{\Delta}{\Delta_1}} + (V_{kc} - V'_{ha})\sqrt{\frac{\Delta}{\Delta_2}} + (V'_{hb} - V_{ka})\sqrt{\frac{\Delta}{\Delta_3}}\right\} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\Delta}}\left\{(V_{kb} - V'_{hc})\sqrt{\frac{1}{\Delta_1}} + (V_{kc} - V'_{ha})\sqrt{\frac{1}{\Delta_2}} + (V'_{hb} - V_{ka})\sqrt{\frac{1}{\Delta_3}}\right\} = 4\operatorname{ctg}\omega \quad [86]$$

$$\frac{1}{\Delta}\left\{\frac{M_c - M_b}{V_{kb} - V'_{hc}}a^2 + \frac{M_a - M_c}{V_{kc} - V'_{ha}}b^2 + \frac{M_a - M_b}{V'_{hb} - V_{ka}}c^2\right\} = 2\operatorname{ctg}\omega \quad [84]$$

$$\frac{1}{\Delta}\left\{(V_{kb} - V'_{hc})^2\left(\frac{bc}{a^2}\right)^2\frac{1}{\Delta_1} + (V_{kc} - V'_{ha})^2\left(\frac{ca}{b^2}\right)^2\frac{1}{\Delta_2} + (V'_{hb} - V_{ka})^2\left(\frac{ab}{c^2}\right)^2\frac{1}{\Delta_3}\right\} = 4\operatorname{cosec}^2\omega, \quad [88]$$

e sono delle espressioni d'ω in cui c'entrano i triangoli aggiunti agli iperbrocardiani.

XVI. **Continuazione. Altri triangoli e risultati di combinazione.**

(*a*) I triangoli $z_a C_1 B_2$, $z_b A_1 C_2$, $z_c B_1 A_2$ sono rispettivamente uguali ai *triangoli opposti* AB_1C_2, BC_1A_2, CA_1B_2 e rispettivamente equivalenti ai triangoli $z_a BC$, $z_b CA$, $z_c AB$; onde se colle formule [9] e colla formula del seno calcoliamo l'area di quest' ultimi, troveremo le [59] che ci danno dei triangoli opposti.

(β) I triangoli delle coppie $(z_a\, H_a\, K'_a\ ,\ z_a\, K_a\, H'_a)$, $(z_b\, H_b\, K'_b\ ,\ z_b\, K_b\, H'_b)$, $(z_c\, H_c\, K'_c\ ,\ z_c\, K_c\, H'_c)$ si diranno *triangoli adiacenti agli iperbrocardiani* e corrispondono a coppia ai lati a, b, c del fondamentale. La loro area si calcola con le formule convenienti [22],...,[27].

Sieno $(K_a\ ,\ H_a)$, $(K_b\ ,\ H_b)$, $K_c\ ,\ H_c)$ i rispettivi simboli dell' area ed osservando che $\operatorname{cosec}^2 x \sin x = \operatorname{cosec} x$, noi avremo

$$K_a = \frac{1}{2}\, bc\, \frac{(b \operatorname{ctg}\beta - 2\, s_b)\,(c \operatorname{ctg}\gamma - 2\, s_c)}{(b \operatorname{ctg} a + 2\, s_b)\,(c \operatorname{ctg} a + 2\, s_c)} \operatorname{cosec} a \qquad [89]$$

$$H_a = \frac{1}{2}\,(b \operatorname{ctg}\beta - 2\, s_b)\,(c \operatorname{ctg}\gamma - 2\, s_c) \sin a \qquad [90]$$

$$K_b = \frac{1}{2}\, ca\, \frac{(2\, s_a - a \operatorname{ctg} a)\,(c \operatorname{ctg}\gamma - 2\, s_c)}{(2\, s_a + a \operatorname{ctg}\beta)\,(c \operatorname{ctg}\beta + 2\, s_c)} \operatorname{cosec}\beta \qquad [91]$$

$$H_b = \frac{1}{2}\,(2\, s_a - a \operatorname{ctg} a)\,(c \operatorname{ctg}\gamma - 2\, s_c) \sin\beta \qquad [92]$$

$$K_c = \frac{1}{2}\, ab\, \frac{(2\, s_a - a \operatorname{ctg} a)\,(b \operatorname{ctg}\beta - 2\, s_b)}{(2\, s_a + a \operatorname{ctg}\gamma)\,(b \operatorname{ctg}\gamma + 2\, s_b)} \operatorname{cosec}\gamma \qquad [93]$$

$$H_c = \frac{1}{2}\,(2\, s_a - a \operatorname{ctg} a)\,(b \operatorname{ctg}\beta - 2\, s_b) \sin\gamma \qquad [94]$$

Se poi sviluppiamo le [90], [92], [94] e teniamo conto delle [59] otterremo

$$\begin{aligned} X_a &= M_a - H_a = \sin a\,(b s_c \operatorname{ctg}\beta + c s_b \operatorname{ctg}\gamma - 2\, s_c\, s_c) \\ X_b &= M_b + H_b = \sin\beta\,(c s_a \operatorname{ctg}\gamma + a s_c \operatorname{ctg} a - 2\, s_c\, s_a) \\ X_c &= M_c + H_c = \sin\gamma\,(a s_b \operatorname{ctg} a + b s_a \operatorname{ctg}\beta - 2\, s_a\, s_b) \end{aligned} \qquad [95]$$

il quale è un notevolissimo gruppo di formule. Queste danno le areee X_a , X_b , X_c dei quadrilateri piani o gobbi $CBK_a\, H'_a$, $ACK_b\, H'_b$, $BAK_c\, H'_c$ che sono rispett. equivalenti alle differenze o somme dei triangoli le cui aree risultanti da queste operazioni sieno $M_a - H_a$, $M_b + H_b$, $M_c + H_c$ (e ciò per z, § XVI). I tre quadrilateri riferiti si diranno *quadrilateri iperbrocardiani* corrispondenti ai lati a, b, c del fondamentale. Epperò

Le aree dei quadrilateri iperbrocardiani sono espressi da funzioni rimarchevoli in cui c' entrano i lati e gli angoli del

fondamentale e le distanze che il punto di LEMOINE *di quest'ultimo ha dai lati del medesimo.*

Ora se introduciamo nelle [89], [91], [93], le [90], [92], [94] rispettivamente, otteniamo le K espresse per le H e per gli elementi del fondamentale, tra cui i quadrati delle cosecanti dei suoi angoli, epperò, ricordando le [57], siffatte formule si scriveranno come nel seguente gruppo notevole

$$\begin{aligned}
\frac{\Delta}{N_a}\cdot\frac{K_a}{H_a} &= \frac{bc}{(b\operatorname{ctg}\varkappa + 2s_b)\,(c\operatorname{ctg}\varkappa + 2s_c)}\\
\frac{\Delta}{N_a}\cdot\frac{K_b}{H_b} &= \frac{ca}{(c\operatorname{ctg}\beta + 2s_c)\,(a\operatorname{ctg}\beta + 2s_a)}\\
\frac{\Delta}{N_c}\cdot\frac{K_c}{H_c} &= \frac{ab}{(a\operatorname{ctg}\gamma + 2s_a)\,(b\operatorname{ctg}\gamma + 2s_b)}
\end{aligned} \qquad [96]$$

costituito da relazioni esprimenti il prodotto dei rapporti di due coppie di triangoli corrispondenti al simbolismo di uno dei lati, mediante elementi notevoli corrispondenti al simbolismo dei rimanenti lati.

(γ) E potremmo ricavare anche con formule rimarchevoli i rapporti delle aree K alle aree N. Infatti nelle espressioni [89], [91], [93] i coefficienti $\frac{1}{2}\,bc\operatorname{cosec}\varkappa$, $\frac{1}{2}\,ca\operatorname{cosec}\beta$, $\frac{1}{2}$ ab $\operatorname{cosec}\gamma$ non sono altro che i valori delle aree N_a, N_b, N_c date dalle [54].

E qui, perchè ci siamo, metteremo, perchè si può, un altro legame areolare. Consideriamo le [14] e introduciamo le riferite [54]; otterremo

$$D_{a1} = N_a\cos^2\varkappa\ ,\ D_{b1} = N_b\cos^2\beta\ ,\ D_{c1} = N_c\cos^2\gamma \qquad [97]$$

Introduciamo l'espressione $\cos^2\varkappa\cos^2\beta\cos^2\gamma = \dfrac{D_{a1}.D_{b1}.D_{c1}}{N_a\ N_b\ N_c}$ ricavata dalle [97] nella [66]; si ha

$$L_a\,L_b\,L_c = \frac{1}{8}\,(abc)^2\operatorname{cosec}\varkappa\operatorname{cosec}\beta\operatorname{cosec}\gamma\,.\,\frac{D_{a1}D_{b1}D_{c1}}{N_a\,N_b\,N_c} = D_{a1}D_{b1}D_{c1} \qquad [99]$$

giacchè si possono associare i fattori del coefficiente della [98]

in modo che, per effetto delle [54] esso risulti, com'è, uguale ad $N_a N_b N_c$. E se uguagliamo le espressioni analitiche dei prodotti $L_a L_b L_c \cdot D_{a1} D_{b1} D_{c1}$ dateci dalle rispettive [14] e [64], otterremo dopo opportune semplici trasformazioni, le note formule $\Delta = \frac{1}{2} bc \sin \alpha =$ ecc.

(δ) Le [89], [91], [93[per effetto delle [31] e [54] si scrivono

$$K_a = N_b \sqrt{\frac{W_a W'_a}{V_{ka} V'_{ha}}} \quad , \quad K_b = N_b \sqrt{\frac{W_b W'_b}{V_{kb} V'_{hb}}}$$

$$K_c = N_c \sqrt{\frac{W_c W'_c}{V_{kc} V'_{hc}}} \qquad [99]$$

epperò introdotte nelle [96] quest'ultime, sarà

$$\frac{\Delta}{H_a} \sqrt{\frac{W_a W'_a}{V_{ka} V'_{ha}}} = \rho\,(bc)$$

$$\frac{\Delta}{H_b} \sqrt{\frac{W_b W'_b}{V_{kb} V'_{hb}}} = \rho\,(ca) \qquad [100]$$

$$\frac{\Delta}{H_c} \sqrt{\frac{W_c W'_c}{V_{kc} V'_{hc}}} = \rho\,(ab)$$

dove $\rho\,(ab)$, $\rho\,(ca)$, $\rho\,(bc)$ sono simboli abbreviativi dei secondi membri delle [96].

(ε) **Uso dell'angolo di** Brocard **e gruppi notevoli di formule.**

[1] Le rette che escono da uno dei vertici del triangolo fondamentale ai due punti di Brocard ad esso corrispondenti determinano colle perpendicolari degli altri due vertici contenenti i centri brocardiani relativi al lato opposto a quel vertice vari altri triangoli cioè, riferendoci al vertice A: $AB H_a$, $AC K'_a$, $A H_a K'_a$, $A K_a H'_a$, $A K_a K'_a$, $A H_a H'_a$ più quelli che abbiamo già studiato e qualche altro di secondaria importanza. Di questi triangoli, per effetto delle formule dei gruppi [22],... [27] si può determinare l'area con formule anche notevoli e molto semplicemente e s'intende che intendiamo riferirci anche a quelli analoghi corrispondenti agli altri due vertici.

Noi porremo soltanto quelle formule che si scrivono brevemente, le quali riferendosi ad alcuni di questi triangoli e ad altri di cui discorreremo, contengono l'angolo ω di Brocard. Qui, ove non lo diciamo espressamente, ogni terna di lettere esprimente un triangolo di figura, dovrà intendersi anche come simbolo rappresentativo dell'area di tal triangolo.

Sieno ξ, η, ζ gli angoli formati dalle coppie di rette uscenti da A, B, C e passanti pei punti di Brocard Ω, Ω'. Avremo $\xi = \alpha - 2\omega$, $\eta = 2\omega - \beta$, $\zeta = 2\omega - \gamma$. Ora teniamo presente i gruppi [22] e seg. e scriviamo il notevole gruppo

$$\mathrm{A\,K_a\,H'_a} = 2\,s_b\,s_c\,\mathrm{cosec}^2\omega\,\sin(\alpha - 2\omega) = \frac{1}{2}\,bc\sec^2\omega\,\sin(\alpha - 2\omega)$$

$$\mathrm{B\,K_b\,H'_b} = 2\,s_c\,s_a\,\mathrm{cosec}^2\omega\,\sin(2\omega - \beta) = \frac{1}{2}\,ca\sec^2\omega\,\sin(2\omega - \beta)$$

[101]

$$\mathrm{C\,K_c\,H'_c} = 2\,s_a\,s_b\,\mathrm{cosec}^2\omega\,\sin(2\omega - \gamma) = \frac{1}{2}\,ab\sec^2\omega\,\sin(2\omega - \gamma)$$

Gruppi analoghi si hanno pei triangoli sudetti, salvo che nel prodotto dei loro lati entreranno espressioni le quali, benchè regolari, sono un po' complesse per trascriverle senza nessun fastidio. Calcoliamo per mezzo dell'angolo ω i segmenti che uniscono Ω, Ω' ai vertici A, B, C del fondamentale e ai vertici A_1, B_1, C_1 ; A_2, B_2, C_2 dei suoi triangoli ortogonali reciproci. Si ha :

$$\left.\begin{array}{ll} \Omega A = AA_1 \sin\omega = b\,\mathrm{cosec}\,\alpha\,\sin\omega & \Omega' A = AA_2 \sin\omega = c\,\mathrm{cosec}\,\alpha\,\sin\omega \\ \Omega B = BB_1 \sin\omega = c\,\mathrm{cosec}\,\beta\,\sin\omega & \Omega' B = BB_2 \sin\omega = a\,\mathrm{cosec}\,\beta\,\sin\omega \\ \Omega C = CC_1 \sin\omega = a\,\mathrm{cosec}\,\gamma\,\sin\omega & \Omega' C = CC_2 \sin\omega = b\,\mathrm{cosec}\,\gamma\,\sin\omega \end{array}\right\} [102]$$

$$\left.\begin{array}{ll} \Omega A_1 = AA_1 \cos\omega = b\,\mathrm{cosec}\,\alpha\,\cos\omega & \Omega' A_2 = AA_2 \cos\omega = c\,\mathrm{cosec}\,\alpha\,\cos\omega \\ \Omega B_1 = BB_1 \cos\omega = c\,\mathrm{cosec}\,\beta\,\cos\omega & \Omega' B_2 = BB_2 \cos\omega = a\,\mathrm{cosec}\,\beta\,\cos\omega \\ \Omega C_1 = CC_1 \cos\omega = a\,\mathrm{casec}\,\gamma\,\cos\omega & \Omega' C_2 = CC_2 \cos\omega = b\,\mathrm{cosec}\,\gamma\,\cos\omega \end{array}\right\} [103]$$

Posto ciò possiamo semplicemente porre notevoli formule areolari.

$$\Theta_a = A\Omega\Omega' = \frac{1}{2}\, bc \operatorname{cosec}^2\varkappa \sin^2\omega \sin(\varkappa - 2\omega)$$

$$\Theta_b = B\Omega\Omega' = \frac{1}{2}\, ca \operatorname{cosec}^2\beta \sin^2\omega \sin(2\omega - \beta) \qquad [104]$$

$$\Theta_c = C\Omega\Omega' = \frac{1}{2}\, ab \operatorname{cosec}^2\gamma \sin^2\omega \sin(2\omega - \gamma)$$

epperò, se conveniamo di denominare i predetti triangoli, *triangoli autobrocardiani* corrispondenti ai vertici A, B, C, possiamo enunciare il seguente teorema

L' area del triangolo autobrocardiano corrispondente ad uno dei vertici del fondamentale è uguale al semiprodotto dei lati del fond. che comprendono l' angolo che ha quel vertice per il quadrato della coseccante del medesimo angolo, per il quadrato del seno dell' angolo di Brocard *e per il seno dell'angolo conveniente.*

Oss.: Avremmo potuto calcolare le aree Θ mercè gli angoli $\xi, \varkappa, \zeta$ e mediante le formule richiamate in fine del § XI. Uguagliando le [104] alle espressioni risultanti da questo calcolo, avremo:

$$(*) \quad \begin{cases} \left(\frac{a}{b}\right)^2 + \left(\frac{a}{c}\right)^2 + 1 = \left(\frac{\sin\varkappa}{\sin\omega}\right)^2 \\ \left(\frac{b}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 1 = \left(\frac{\sin\beta}{\sin\omega}\right)^2 \\ \left(\frac{c}{a}\right)^2 + \left(\frac{c}{b}\right)^2 + 1 = \left(\frac{\sin\gamma}{\sin\omega}\right)^2 \end{cases} \qquad [105]$$

poi,

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 + \left(\frac{c}{b}\right)^2 + \left(\frac{c}{a}\right)^2 + \left(\frac{a}{c}\right)^2 + 3 =$$

$$= \operatorname{cosec}^2\omega\,(\sin^2\varkappa + \sin^2\beta + \sin^2\gamma) \qquad [106]$$

Il gruppo [104] può assumere altro aspetto per effetto delle [54] e [57] e sarà rispettivamente

---

(*) Si noti la forma rimarchevolissima di questo impotante gruppo.

$$\Theta_a = N_a \operatorname{cosec} \varkappa \sin^2\omega \sin(\varkappa - 2\omega) \qquad \Theta_a \frac{\Delta}{N_a} = \frac{1}{2} bc \sin^2\omega \sin(\alpha - 2\omega)$$

$$\Theta_b = N_b \operatorname{cosec} \beta \sin^2\omega \sin(2\omega - \beta) \qquad \Theta_b \frac{\Delta}{N_b} = \frac{1}{2} ca \sin^2\omega \sin(2\omega - \beta)$$

$$\Theta_c = N_c \operatorname{cosec} \gamma \sin^2\omega \sin(2\omega - \gamma) \qquad \Theta_c \frac{\Delta}{N_c} = \frac{1}{2} ab \sin^2\omega \sin(2\omega - \gamma)$$

Dalle [105] abbiamo il teorema

La somma dei quadrati dei rapporti di un lato del fond. agli altri due lati aumentata dell'unità è uguale al quadrato del rapporto del seno dell'angolo del fond. opposto a quel lato al seno dell'angolo di Brocard.

[2] **Triangoli adiacenti interni ed esterni agli autobrocardiani.** I triangoli adiacenti interni agli autobrocardiani non sono altro che i triangoli che avendo per basi i lati del fond. abbiano per vertici opposti i punti di Brocard del medesimo. In oltre le tre coppie, connesse rispettivamente ai vertici $A_1 B_1 C$ del fond., $(A\Omega B_1, A\Omega' C_2)$, $(B\Omega C_1, B\Omega' A_2)$, $(C\Omega A_1, C\Omega' B_2)$ si diranno *le coppie di triangoli adiacenti esterni agli autobrocardiani* corrispondenti a quei vertici.

I gruppi [1], [2], [102] servono al calcolo della loro area e adoperando per ciò la nota formula del seno, noi avremo:

$$U_a = \Omega AC = \Omega' AC = \frac{1}{2} bc \operatorname{cosec} \varkappa \sin^2\omega = N_a \sin^2\omega = \Theta_a \sin\varkappa \operatorname{cosec}(\varkappa - 2\omega)$$

$$U_b = \Omega BC = \Omega' BA = \frac{1}{2} ca \operatorname{cosec} \beta \sin^2\omega = N_b \sin^2\omega = \Theta_b \sin\beta \operatorname{cosec}(2\omega = \beta)$$

[108]

$$U_c = \Omega CA = \Omega' CB = \frac{1}{2} ab \operatorname{cosec} \gamma \sin^2\omega = N_c \sin^2\omega = \Theta_c \sin\gamma \operatorname{cosec}(2\omega = \gamma)$$

Le [109] ci dichiarano che

x) I triangoli che hanno per basi i lati del fondamentale e per vertice opposto uno dei due punti di Brocard *corrispondenti a quest'ultimo sono rispettivamente equivalenti ai triangoli che avendo per basi i medesimi lati abbiano per vertice opposto il rimanente punto.*

y) L'area di uno dei due predetti triangoli equivalenti, le cui

basi escono da un vertice del fond., uguaglia quella di uno dei due triangoli rettangoli reciproci corrispondenti a quel vertice per il quadrato del seno dell' angolo di Brocard.

$$F_a = A\Omega\, B_1 = \frac{1}{2}\, bc\, \mathrm{cosec}\alpha \mathrm{ctg}\beta \sin\omega\cos\omega = N_a\, \mathrm{ctg}\beta\sin\omega\cos\omega = U_a\, \mathrm{ctg}\beta\mathrm{ctg}\omega$$

$$F_b = B\,\Omega\, C_1 = \frac{1}{2} ca\, \mathrm{cosec}\beta \mathrm{ctg}\gamma \sin\omega\cos\omega = N_b\, \mathrm{ctg}\gamma\sin\omega\cos\omega = U_b\, \mathrm{ctg}\gamma\mathrm{ctg}\omega \quad [110]$$

$$F_c = C\Omega\, A_1 = \frac{1}{2}\, ab\, \mathrm{cosec}\gamma \mathrm{ctg}\gamma \sin\omega\cos\omega = N_c\, \mathrm{ctg}\gamma\sin\omega\cos\omega = U_c\, \mathrm{ctg}\alpha\mathrm{ctg}\omega$$

$$F'_a = A\ {}'C_2 = \frac{1}{2}\, bc\, \mathrm{cosec}\ \mathrm{ctg}\gamma \sin\omega\cos\omega = N_a\, \mathrm{ctg}\gamma\sin\omega\cos\omega = U_a\, \mathrm{ctg}\gamma\mathrm{ctg}\omega$$

$$F'_b = B\ {}'A_2 = \frac{1}{2} ca\, \mathrm{cosec}\beta \mathrm{ctg}\alpha \sin\omega\cos\omega = N_b\, \mathrm{ctg}\alpha\sin\omega\cos\omega = U_b\, \mathrm{ctg}\alpha\mathrm{ctg}\omega \quad [111]$$

$$F'_c = C\ {}'B_2 = \frac{1}{2}\, ab\, \mathrm{cosec}\gamma \mathrm{ctg}\beta \sin\omega\cos\omega = N_c\, \mathrm{ctg}\beta\sin\omega\cos\omega = U_c\, \mathrm{ctg}\beta\mathrm{ctg}\omega$$

Ed anche

$$F_a = \frac{1}{2} N_a\, \mathrm{ctg}\beta \sin 2\omega \ , \ F_b = \frac{1}{2} N_b\, \mathrm{ctg}\gamma \sin 2\omega \ , \ F_c = \frac{1}{2} N_c\, \mathrm{ctg}\alpha \sin 2\omega$$

$$F'_a = \frac{1}{2} N_a\, \mathrm{ctg}\gamma \sin 2\omega \ , \ F'_b = \frac{1}{2} N_b\, \mathrm{ctg}\alpha \sin 2\omega \ , \ F'_c = \frac{1}{2} N_c\, \mathrm{ctg}\beta \sin 2\omega \quad [110]'$$

Poi è

$$F_a \mp F'_a = U_a\, \mathrm{ctg}\omega(\mathrm{ctg}\beta \mp \mathrm{ctg}\gamma) \ , \ F_b \mp F'_b = U_b\, \mathrm{ctg}\,\omega(\mathrm{ctg}\gamma \mp \mathrm{ctg}\alpha)$$

$$F'_c \mp F_c = U_c\, \mathrm{ctg}\,\omega(\mathrm{ctg}\beta \mp \mathrm{ctg}\,\alpha) \quad [112]$$

e, per la [λ], [45], [46], [47], segue

$$\left.\begin{aligned}
\mathrm{ctg}\,\omega &= \frac{1}{8}\, a^2\, \frac{F_a - F'_a}{P_1\, U_a} = \frac{1}{2}\, \frac{F_a - F'_a}{U_a \sqrt{\Delta_1}}\, \sqrt{\Delta} = \frac{1}{2}\, a\, \frac{F_a - F'_a}{\Phi_1\, U_a} \\
\mathrm{ctg}\,\omega &= \frac{1}{8}\, b^2\, \frac{F_b - F'_b}{P_2\, U_b} = \frac{1}{2}\, \frac{F_b - F'_b}{U_b \sqrt{\Delta_2}}\, \sqrt{\Delta} = \frac{1}{2}\, b\, \frac{F_b - F'_b}{\Phi_2\, U_b} \\
\mathrm{ctg}\,\omega &= \frac{1}{8}\, c^2\, \frac{F'_c - F_c}{P_3\, U_c} = \frac{1}{2}\, \frac{F'_c - F_c}{U_c \sqrt{\Delta_3}}\, \sqrt{\Delta} = \frac{1}{2}\, b\, \frac{F'_c - F_c}{\Phi_3\, U_c}
\end{aligned}\right\} \quad [113]$$

poi, per la [2]:

$$\frac{1}{a}\,\frac{F_a - F'_a}{U_a}\,h_a = \frac{1}{b}\,\frac{F_b + F'_b}{U_b}\,h_b = \frac{1}{c}\,\frac{F_c + F'_c}{U_c}\,h_c = \operatorname{ctg}\omega \quad [114]$$

I gruppi [113] e [114] esprimenti l'angolo di Brocard, sono notevoli.

Uguagliando le [113] e [114] ordinatamente e con opportune trasformazioni, segue

$$a^4\,\frac{F_a - F'_a}{F_a + F'_a} = 16\,\Delta P_1 \qquad a^2\,\frac{F_a - F'_a}{F_a + F'_a} = 4\sqrt{\Delta\Delta_1} = 2\,h_a\,\Phi_1$$

$$b^4\,\frac{F_b - F'_b}{F_b + F'_b} = 16\,\Delta P_2 \qquad b^2\,\frac{F_b - F'_b}{F_b + F'_b} = 4\sqrt{\Delta\Delta_2} = 2\,h_b\,\Phi_2 \qquad [115]\ [116]$$

$$c^4\,\frac{F'_c - F_c}{F'_c + F_c} = 16\,\Delta P_3 \qquad c^2\,\frac{F'_c - F_c}{F'_c + F_c} = 4\sqrt{\Delta\Delta_3} = 2\,h_c\,\Phi_3 \qquad (*)$$

$$a^3\,\frac{F_a - F'_a}{F_a + F'_a} = 4\,\Phi_1\Delta\ ,\quad b^3\,\frac{F_b - F'_b}{F_b + F'_b} = 4\,\Phi_2\Delta\ ,\quad c^3\,\frac{F'_c - F_c}{F'_c + F_c} = 4\,\Phi_3\Delta \quad [117]$$

E dalle [74] e [110], [111] seguono le relazioni areolari

$$F_a\,L_b = F'_a\,(N_b - \Delta)\ ,\quad F_b\,L_c = F'_b\,(N_c - \Delta)\ ,\quad F_c\,L_a = F'_c\,(N_a - \Delta) \quad [118]$$

Oss.: Gli ultimi termini delle [116] in base alle [78] (e come confronta con le [117]), etc.

Vediamo dunque che

Se il rapporto tra la differenza e la somma delle aree della coppia di triangoli adiacenti esterni agli auto brocardiani si moltiplica per il quadrato del lato del fondamentale opposto a quel vertice si ottiene il quadruplo della media geometrica delle aree del fond. ed il suo triangolo broc. ort. corrispondente a quel lato,

---

(*) Se [115] si possono scrivere anche $\frac{1}{2}\,a\sqrt[4]{\frac{F_a - F'_a}{F_a + F'_a}} = \sqrt[4]{\Delta P_1}$,

etc.; le [116] anche così: $\frac{1}{2}\,a\sqrt[2]{\frac{F_a - F'_a}{F_a + F'_a}} = \sqrt[4]{\Delta\Delta_1}$, etc.

se si moltiplica per il cubo s' ottiene il quadruplo del prodotto dell' area del fond. pel lato principale del broc. ort. riferito, se, finalmente si moltiplica per il biquadrato del medesimo lato del fondam. s' ottiene sedici volte il prodotto dell' area del fond. per quella del suo triangolo broc. derivato relativo a quel lato.

[3] Abbiamo anche mediante l' introduzione delle formule [110] e [111] le seguenti formule che d' anno l' area dei triangoli rett. aventi le ipotenuse uguali ai diametri delle circonferenze aggiunte e per vertici opposti i punti di Brocard. Sarà dunque

$$I_a = A\Omega A_1 = \frac{1}{2} b^2 \operatorname{cosec}^2\alpha \sin\omega\cos\omega \quad I'_a = A\Omega' A_2 = \frac{1}{2} c^2 \operatorname{cosec}^2\alpha \sin\omega\cos\omega$$

$$I_b = B\Omega B_1 = \frac{1}{2} c^2 \operatorname{cosec}^2\beta \sin\omega\cos\omega, \quad I'_b = B\Omega' B_2 = \frac{1}{2} a^2 \operatorname{cosec}^2\beta \sin\omega\cos\omega$$

$$I_c = C\Omega C_1 = \frac{1}{2} a^2 \operatorname{cosec}^2\gamma \sin\omega\cos\omega \quad I'_c = C\Omega' C_2 = \frac{1}{2} b^2 \operatorname{cosec}^2\gamma \sin\omega\cos\omega$$

[119] , [120]

e poi per le [57]

$$\frac{I_b \Delta}{N_b} = \frac{I'_a \Delta}{N_a} = \frac{1}{2} c^2 \sin\omega\cos\omega \quad , \quad \frac{I_a \Delta}{N_a} = \frac{I'_c \Delta}{N_c} = \frac{1}{2} b^2 \sin\omega\cos\omega$$

$$\frac{I_c \Delta}{N_c} = \frac{I'_b \Delta}{N_b} = \frac{1}{2} a^2 \sin\omega\cos\omega \qquad [121]$$

Le formule [119] , [120] , [121] si scrivono anche così e come avremmo potuto fare per le opport. precedenti :

$$I_a = \frac{b^2}{4} \operatorname{cosec}^2\alpha \sin 2\omega \quad I'_a = \frac{1}{4} c^2 \operatorname{cosec}^2\alpha \sin 2\omega \quad I'_a \frac{\Delta}{N_a} = I'_c \frac{\Delta}{N_c} = \frac{1}{4} b^2 \sin 2\omega$$

$$I_b = \frac{c^2}{4} \operatorname{cosec}^2\beta \sin 2\omega \quad I'_b = \frac{1}{4} a^2 \operatorname{cosec}^2\beta \sin 2\omega \quad I_b \frac{\Delta}{N_b} = I'_a \frac{\Delta}{N_a} = \frac{1}{4} c^2 \sin 2\omega$$

$$I_c = \frac{a^2}{4} \operatorname{cosec}^2\gamma \sin 2\omega \quad I'_c = \frac{1}{4} b^2 \operatorname{cosec}^2\gamma \sin 2\omega \quad I_c \frac{\Delta}{N_c} = I'_b \frac{\Delta}{N_b} = \frac{1}{4} a^2 \sin 2\omega$$

[122, 123, 124]

Dalla [124] segue

$$I_a \frac{B}{N_a} \cdot \frac{1}{b^2} = I_b \frac{B}{N_b} \cdot \frac{1}{c^2} = I_c \frac{B}{N_c} \cdot \frac{1}{a^2} = \sin 2\omega \qquad [125]$$

dove B è l'area del triangolo anticomplementare del fondamentale.

Oss.: Se alle [119], [120] sommiamo convenientemente le [110], [111] otteniamo l'area dei triangoli che avendo per base i lati degli ortagonali reciproci abbiamo per vertici opposti i punti di BROCARD.

XVII. **Altri gruppi di formule notevoli.**

$$CH'_a\,B_2=as_b\,\mathrm{ctg}\beta\sin\gamma \quad AH'_b\,C_2=bs_c\,\mathrm{ctg}\gamma\sin\alpha \quad BH'_c\,A_2=cs_a\,\mathrm{ctg}\alpha\sin\beta$$
$$BK_a\,C_1=as_c\,\mathrm{ctg}\gamma\sin\beta \quad CK_b\,A_1=bs_a\,\mathrm{ctg}\alpha\sin\gamma \quad AK_c\,B_1=cs_b\,\mathrm{ctg}\beta\sin\alpha \qquad [126]$$

$$Z_a=\Omega\,AH'_b=bs_c\,\mathrm{cosec}\alpha\sin\omega\cos\omega=\frac{1}{2}bs_c\,\mathrm{cosec}\alpha\sin2\omega=G_a\,\mathrm{cosec}\alpha\sin2\omega$$

$$Z'_a=\Omega'AK_c=cs_b\,\mathrm{cosec}\alpha\sin\omega\cos\omega=\frac{1}{2}cs_b\,\mathrm{cosec}\alpha\sin2\omega=G'_a\,\mathrm{cosec}\alpha\sin2\omega$$

$$Z_b=\Omega\,BH'_c=cs_a\,\mathrm{cosec}\beta\sin\omega\cos\omega=\frac{1}{2}cs_a\,\mathrm{cosec}\beta\sin2\omega=G_b\,\mathrm{cosec}\beta\sin2\omega \qquad [127]$$

$$Z'_b=\Omega'BK_a=as_c\,\mathrm{cosec}\beta\sin\omega\cos\omega=\frac{1}{2}as_c\,\mathrm{cosec}\beta\sin2\omega=G'_b\,\mathrm{cosec}\beta\sin2\omega$$

$$Z_c=\Omega\,CH'_a=as_b\,\mathrm{cosec}\gamma\sin\omega\cos\omega=\frac{1}{2}as_b\,\mathrm{cosec}\gamma\sin2\omega=G_c\,\mathrm{cosec}\gamma\sin2\omega$$

$$Z'_c=\Omega'CK_b=bs_a\,\mathrm{cosec}\gamma\sin\omega\cos\omega=\frac{1}{2}bs_a\,\mathrm{cosec}\gamma\sin2\omega=G'_c\,\mathrm{cosec}\gamma\sin2\omega$$

$$\begin{aligned}
Y_a &= \Omega\,AK_c = bs_b\,\mathrm{cosec}\,\alpha\sin\omega\cos(\alpha-\omega)\\
Y_b &= \Omega\,BK_a = cs_c\,\mathrm{cosec}\,\beta\sin\omega\cos(\beta-\omega)\\
Y_c &= \Omega\,CK_b = as_a\,\mathrm{cosec}\,\gamma\sin\omega\cos(\gamma-\omega)
\end{aligned} \qquad [128]$$

$$\begin{aligned}
Y'_a &= \Omega'AH'_b = cs_c\,\mathrm{cosec}\,\alpha\sin\omega\cos(\alpha-\omega)\\
Y'_b &= \Omega'BH'_c = as_a\,\mathrm{cosec}\,\beta\sin\omega\cos(\beta-\omega)\\
Y'_c &= \Omega'CH'_a = bs_b\,\mathrm{cosec}\,\gamma\sin\omega\cos(\gamma-\omega)
\end{aligned}$$

Da [110]′ e da [127] segue

$$\frac{Z_a}{G_a}\sin\alpha=\sin2\omega\ ,\ \frac{Z_b}{G_b}\sin\beta=\sin2\omega\ ,\ \frac{Z_c}{G_c}\sin\gamma=\sin2\omega \qquad [129]$$

$$2\frac{F_a}{N_a}\mathrm{tang}\beta=\sin2\omega\ ,\ 2\frac{F_b}{N_b}\mathrm{tang}\gamma=\sin2\omega\ ,\ 2\frac{F_c}{N_c}\mathrm{tang}\alpha=\sin2\omega \qquad [130]$$

ed uguagliando, con riguardo alle [54],

$$\frac{Z_a}{G_a F_a}=\frac{1}{bc}4\,\mathrm{tang}\beta\ ,\ \frac{Z_b}{G_b F_b}=\frac{1}{ca}4\,\mathrm{tang}\gamma\ ,\ \frac{Z_c}{G_c F_c}=\frac{1}{ab}4\,\mathrm{tang}\alpha \quad [131]$$

$$\frac{Z_a N_c}{G_a F_c}=2\sec\alpha\ ,\ \frac{Z_b N_a}{G_b F_a}=2\sec\beta\ ,\ \frac{Z_c N_b}{G_c F_b}=2\sec\gamma \quad [132]$$

poi,

$$bc\frac{Z_a}{G_a F_a}+ca\frac{Z_b}{G_b F_b}+ab\frac{Z_c}{G_c F_c}=4\,\mathrm{tang}\alpha\,\mathrm{tang}\beta\,\mathrm{tang}\gamma=$$

$$=4(\Sigma\,\mathrm{tang}\alpha)=(abc)^2\frac{Z_a Z_b Z_c}{G_a G_b G_c F_a F_b F_c} \quad [133]$$

Introducendo le [129] in [124], sarà

$$\frac{I_a G_a}{N_a Z_a}\Delta=\frac{1}{4}b^2\sin\alpha\ ,\ \frac{I_b G_b}{N_b Z_b}\Delta=\frac{1}{4}c^2\sin\beta$$

$$\frac{I_c G_c}{N_c Z_c}\Delta=\frac{1}{4}a^2\sin\gamma \quad [134]$$

XVIII. Altri teoremi e questioni varie rimarchevoli.

[1] *Introduzione di note formule.* — Dal *formulario* annesso alla *Recente Geom. del triangolo* del prof. C. Alasia prendiamo in prestito poche formule notevoli, atte a far subire notevoli trasformazioni a qualche formula posta in questo studio.

Si sa che

$$s_a=\frac{2a\Delta}{a^2+b^2+c^2}\ ,\ s_b=\frac{2b\Delta}{a^2+b^2+c^2}\ ,\ s_c=\frac{2c\Delta}{a^2+b^2+c^2}\ (\text{p. 322});[i]$$

$$4\Delta=a^2\,\mathrm{ctg}\,\alpha+b^2\,\mathrm{ctg}\,\beta+c^2\,\mathrm{ctg}\,\gamma$$

$$\mathrm{tang}\,\alpha\,\mathrm{tang}\,\beta\,\mathrm{tang}\,\gamma=\mathrm{tang}\,\alpha+\mathrm{tang}\,\beta+\mathrm{tang}\,\gamma\ (\text{p. 330, v. for. [133]})$$

$$\mathrm{ctg}\,\omega=\mathrm{ctg}\,\alpha\,\mathrm{ctg}\,\beta\,\mathrm{ctg}\,\gamma+\mathrm{cosec}\,\alpha\,\mathrm{cosec}\,\beta+\mathrm{cosec}\,\gamma$$

$$\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma=P:R\ ,\ \cos\alpha+\cos\beta+$$

$$+\cos\gamma=1+\frac{r}{R}\ ,\ \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma=pr:2R^2$$

$$\Delta=2R^2\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma=Rr(\sin\alpha+\sin\beta+\gamma).$$

Ciò posto, si ricordi anche che è $\mathrm{ctg}\,\omega:\frac{a^2+b^2+c^2}{4\Delta}$ e ve-

diamo qualche trasformazione:

(x) La [42] per effetto dell' ultima formula, posta anche nel § XIII, offre

$$\frac{1}{\Delta}\,\Sigma\,(9) = 2\,\mathrm{ctg}^{2}\omega \qquad [135]$$

epperò

L' inversa dell' area del fond. moltiplicata per la somma $\Sigma\,(9)$ *dell' area dei nove triangoli uguaglia il doppio del quadrato della cotangente dell' angolo di* Brocard.

(y) Consideriamo la [29] e sostituiamoci per 4Δ il valore offerto da una delle [i], sviluppiamo e sommiamo, otterremo, badando alla relazione di Brocard già esposta, a secondo membro l' espressione $2\Delta + \frac{1}{2}\,\mathrm{ctg}\,\omega\,(a^2+b^2+c^2)$ e quindi per una delle [i], cioè per la [λ] segue

$$\sum_{a,b,c} V_k + \sum_{a,b,c} V'_h = 2\Delta\,(\mathrm{ctg}\,\omega + 1) \qquad [136]$$

così,

La somma delle aree di sei triangoli aggiunti agli iperbrocardiani e convenientemente scelti è uguale al doppio dell' area del fondamentale per la cotangente dell' angolo di Brocard *aumentata dell' unità.*

(z) Sommando le [60] avremo $2\,\Sigma M_a = \frac{1}{2}(a^2\,\mathrm{ctg}\,\alpha + b^2\,\mathrm{ctg}\,\beta + c^2\,\mathrm{ctg}\,\gamma)$ e per una delle [i] $2\,\Sigma M_a = 2\Delta$, poi distesamente

$$M_a + M_b + M_c = \Delta \qquad [137]$$

La somma delle aree dei triangoli opposti uguaglia quella del fondamentale.

Oss.: Sommando membro a membro le [59] e badando alla [137] segue

$$\mathrm{ctg}\,\alpha\,\mathrm{ctg}\,\beta + \mathrm{ctg}\,\beta\,\mathrm{ctg}\,\gamma + \mathrm{ctg}\,\gamma\,\mathrm{ctg}\,\alpha = 1$$

ovvero, dividendo per $\mathrm{ctg}\,\alpha\,\mathrm{ctg}\,\beta\,\mathrm{ctg}\,\gamma$ e badando che

$$\frac{1}{\mathrm{ctg}\,x} = \mathrm{tang}\,x : \mathrm{tang}\,\alpha + \mathrm{tang}\,\beta + \mathrm{tang}\,\gamma = \mathrm{tang}\,\alpha\,\mathrm{tang}\,\beta\,\mathrm{tang}\,\gamma,$$

che è una delle [i].

(*u*) Dalle [67] si ricava

$$\operatorname{ctg} a = \frac{M_c - M_b}{2\sqrt{\Delta\Delta_1}} \ , \ \operatorname{ctg}\beta = \frac{M_a - M_c}{2\sqrt{\Delta\Delta_2}} \ , \ \operatorname{ctg}\gamma = \frac{M_a - M_b}{2\sqrt{\Delta\Delta_3}} \qquad [138]$$

Queste relazioni potrebbero introdursi in varie relazioni precedenti, ma le sostituzioni più importanti sono : Dai gruppi [22],....,[27], mediante le [138], segue

$$V_{ka} = \frac{1}{4} c^2 \frac{M_c - M_b}{\sqrt{\Delta\Delta_1}} + 2S_c \quad V'_{ha} = \frac{1}{4} b^2 \frac{M_c - M_b}{\sqrt{\Delta\Delta_1}} + 2S_b$$

$$V_{kb} = \frac{1}{4} a^2 \frac{M_a - M_c}{\sqrt{\Delta\Delta_2}} + 2S_a \quad V'_{hb} = \frac{1}{4} c^2 \frac{M_a - M_c}{\sqrt{\Delta\Delta_2}} + 2S_c \qquad [139]$$

$$V_{kc} = \frac{1}{4} b^2 \frac{M_a - M_b}{\sqrt{\Delta\Delta_3}} + 2S_b \quad V_{hc} = \frac{1}{4} a^2 \frac{M_a - M_b}{\sqrt{\Delta\Delta_3}} + 2S_a$$

ed da [131] e [138] segue

$$\frac{G_a F_a \sqrt{\Delta_2}}{Z_a (M_a - M_c)} \sqrt{\Delta} = \frac{1}{8} bc \ , \ \frac{G_b F_b \sqrt{\Delta_3}}{Z_b (M_a - M_b)} \sqrt{\Delta} = \frac{1}{8} ca$$

$$\frac{G_c F_c \sqrt{\Delta_1}}{Z_c (M_b - M_c)} \sqrt{\Delta} = \frac{1}{8} ab \qquad [140]$$

[2] **Introduzione del triangolo dei centri dei quadrati** [f. 3]. — Formiamo i quadrati CBGF, CAHI, ABDE sui lati BC, CA, AB del triangolo fondamentale ABC ed esternamente alla sua superficie. Sieno A_a , B_b , C_c i loro rispettivi centri e indichiamo con Δ_m l' area del *triangolo dei centri dei quadrati* $A_a B_b C_c$. Calcoliamo le aree $E_a = A B_b C_c$, $E_b = B C_c A_a$, $E_c = C A_a B_b$. Si unisca I con D e si osservi che i lati AI, AD del triangolo AID sono rispett. $b\sqrt{2}$, $c\sqrt{2}$ e che la misura dell' angolo I A D da essi compreso è $90 + a$. S' inferisce che area $IAD = bc \cos a$ epperò $E_a = \frac{1}{4} bc \cos a$ e analogamente per E_b , E_c , così

$$E_a = \frac{1}{4} bc \cos a \ , \ E_b = \frac{1}{4} ca \cos\beta \ , \ E_c = \frac{1}{4} ab \cos\gamma \qquad [141]$$

Ora l' area dell' esagono $A_a C B_b A C_c B$ è $\Delta + \frac{1}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$,

onde

$$\Delta_m = \Delta + \frac{a^2+b^2+c^2}{4} - \left\{\frac{1}{4}bc\cos\alpha + \frac{1}{4}ca\cos\beta + \frac{1}{4}ab\cos\gamma\right\} \quad [142]$$

Dividiamo la [142] per $\Delta = \frac{1}{2}bc\sin\alpha$=ecc. e sarà ricordando che $\operatorname{ctg}\omega = \frac{a^2+b^2+c^2}{4\Delta} = \operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\gamma$:

$$2\left(\frac{\Delta_m - \Delta}{\Delta}\right) = \operatorname{ctg}\omega \quad [143]$$

che è una notevole relazione sull' angolo di Brocard.

I triangali d' area E_a, E_b, E_c si diranno *adiacenti al triangolo dei centri dei quadrati* e corrispondenti ai vertici A, B, C del fondamentale.

Ciò posto le [141] introdotte nelle [14] e [56] danno

$$D_{a1} = N_a - \Delta = 2\,E_a \operatorname{ctg}\alpha \quad , \quad D_{b1} = N_b - \Delta = 2\,E_b \operatorname{ctg}\beta$$
$$D_{c1} = N_c - \Delta = 2\,E_c \operatorname{ctg}\gamma \quad [144]$$

e poi

$$\frac{D_{a1}}{E_a} + \frac{D_{b1}}{E_b} + \frac{D_{c1}}{E_c} = \frac{N_a - \Delta}{E_a} + \frac{N_b - \Delta}{E_b} + \frac{N_c - \Delta}{E_c} = 2\operatorname{ctg}\omega \quad [145]$$

Da [64] e [141] segue

$$L_a = 2\,E_a \operatorname{ctg}\beta \qquad L_b = 2\,E_b \operatorname{ctg}\gamma \qquad L_c = 2\,E_c \operatorname{ctg}\alpha$$
$$T_a = 2\,E_a \operatorname{ctg}\gamma \qquad T_b = 2\,E_b \operatorname{ctg}\alpha \qquad T_c = 2\,E_c \operatorname{ctg}\beta \quad [146]$$

poi

$$L_a \pm T_a = 2\,E_a(\operatorname{ctg}\beta \pm \operatorname{ctg}\gamma) \quad , \quad L_b \pm T_b = 2\,E_b(\operatorname{ctg}\gamma \pm \operatorname{ctg}\alpha)$$
$$L_c \pm T_c = 2\,E_c(\operatorname{ctg}\beta \pm \operatorname{ctg}\alpha) \quad [147]$$

Vediamo dunque che

x) *Il prodotto dell' area del triangolo adiacente al triangolo dei centri dei quadrati corrispondente ad uno dei vertici del fondamentale per la ctg. dell' angolo del fond. che ha quel vertice uguaglia la metà dell' area di uno dei due triangoli uguali annessi ai brocardiani ortogonali che si connettono agli altri due vertici del fondamentale.*

γ) *La somma e la differenza delle aree della coppia di triangoli inversi corrispondente ad uno dei vertici del fondamentale uguaglia il doppio prodotto dell'area del triangolo adiacente al triangolo dei centri dei quadrati corrispondente a quel vertice per la somma o la differenza delle cotangenti degli angoli del fondamentale adiacenti al lato opposto a quel vertice.*

Le [144] e [146] subiscono per effetto delle [138] altre forme e si ha per le prime

$$D_{a1} = E_a \frac{M_c - M_b}{\sqrt{\Delta \Delta_1}} , \; D_{b1} = E_b \frac{M_a - M_c}{\sqrt{\Delta \Delta_2}} , \; D_{c1} = E_c \frac{M_a - M_b}{\sqrt{\Delta \Delta_3}} \quad [148]$$

e analogamente per le seconde. Le [147] per effetto delle [46] e [47] divengono

$$\frac{L_a - T_a}{E_a \sqrt{\Delta_1}} \sqrt{\Delta} = \frac{L_b - T_b}{E_b \sqrt{\Delta_2}} \sqrt{\Delta} = \frac{-L_c + T_c}{E_c \sqrt{\Delta_3}} \sqrt{\Delta} = 4 \quad [149]$$

$$\frac{L_a - T_a}{P_1 E_a} a^2 = \frac{L_b - T_b}{P_2 E_b} b^2 = \frac{-L_c + T_c}{P_3 E_c} c^2 = 16 \quad [150]$$

[3] **Teoremi risultanti dall'uguagliare certe espressioni trovate sull'angolo ω.**

Da [135] e [143] ne deduciamo

$$\Delta \Sigma (9) = 8 (\Delta_m - \Lambda)^2 \quad [151]$$

epperò

Il prodotto dell'area del triangolo fondamentale per la somma $\Sigma(9)$ *dei nove triangoli è uguale ad otto volte il quadrato della differenza areolare tra il triangolo dei centri dei quadrati e il fondamentale cui appartiene.*

Poi, per la [42] s'inferisce

$$(\Delta_m - \Lambda)^2 = \frac{1}{64} [a^2 + b^2 + c^2]^2 \quad [152]$$

epperò

Il quadrato della differenza areolare tra il triangolo dei centri dei quadrati e il fondamentale è uguale alla sessantaquattresima parte del quadrato della somma dei quadrati dei lati del fondamentale.

poi, per [142],

$$\Delta_m - \Delta = \frac{1}{8}[a^2+b^2+c^2] = \frac{1}{4}\{bc\cos\alpha + ca\cos\beta + ab\cos\gamma\}. \quad [152]'$$

e per le $[i]$ convenienti:

$$\Delta_m - \Delta = \frac{1}{8}\, a^2\, \frac{h_a}{s_a} = \frac{1}{8}\, b^2\, \frac{h_b}{s_b} = \frac{1}{8}\, c^2\, \frac{h_c}{s_c} \qquad [153]$$

onde

La medesima differenza areola è uguale alla ottava parte del quadrato di un lato del fondamentale per il rapporto tra l'altezza e la distanza del punto di Lemoine *relativi a quel lato.*

Da [136] e [143], dopo alcune lievi trasformazioni, segue

$$\sum_{a,b,c} V_k + \sum_{a,b,c} V'_h = 2\,(2\,\Delta_m - \Delta) \qquad [154]$$

cosi

La somma delle aree di sei convenienti triangoli aggiunti agli iperbrocardiani è uguale al doppio della differenza areolare tra il doppio del triangolo dei centri dei quadrati e il fondamentale cui appartiene.

Da [114] e [143], introducendo la relazione

$$\Delta = \frac{1}{2}\, ah_a = \frac{1}{2}\, bh_b = \frac{1}{2}\, ch$$

segue

$$h^2_a\, \frac{F_a + F'_a}{U_a} = h^2_b\, \frac{F_b + F'_b}{U_b} = c^2_c\, \frac{F_c + F'_c}{U_c} = 4(\Delta_m - \Delta) = i - j \quad [155]$$

così

In ogni triangolo il prodotto del quadrato dell'altezza uscente da uno dei vertici per il rapporto tra la somma delle aree della coppia di triangoli adiacenti esterni agli autobrocardiani corrispondente a quel vertice e l'area di uno dei due triangoli equivalenti che hanno per basi i lati del fond. uscenti da quel vertice e per vertici opposti i punti di Brocard, *cioè per uno dei due triangoli adiacenti interni agli autobrocardiani della coppia corrispondente al medesimo vertice, è costante ed è uguale alla differenza delle aree dei triangoli anticomplementari dei triangoli costituiti dal triangolo dei centri dei quadrati e dal triangolo fondamentale.*

[4] **Il triangolo podario ortogonale del punto di** LEMOINE. — Se Δ_s è l'area del triangolo che ha i vertici nei piedi delle perpendicolari s_a , s_b , s_c , ricordando le formule di s_a , s_b , s_c date a pag. 505, si ha molto semplicemente:

$$\Delta_s = \frac{12\,\Delta^3}{[a^2+b^2+c^2]^2} \quad (*) \qquad [W]$$

Se combiniamo [W] con le formule [42] e [152] otteniamo

$$\Delta_s\ \Sigma(9) = \frac{3}{2}\ \Delta^2 \qquad [156]$$

$$\Delta_s\ (\Delta_m - \Delta)^2 = \frac{3}{16}\ \Delta^3 \qquad [157]$$

cioè

α) Il prodotto dell' area del triangolo podario ortogonale per la somma $\Sigma(9)$ *dell' area dei nove triangoli è uguale a tre mezzi del quadrato dell' area del fondamentale.*

β) Il quadrato della differenza areolare tra il triangolo dei centri dei quadrati ed il fondamentale per l' area del triangolo podario ortogonale è uguale a tre sedicesimi del cubo dell' area del fondamentale.

Quadriamo la [143], otteniamo $(\Delta_m - \Delta)^2 = \frac{1}{4}\Delta^2 \operatorname{ctg}^2\omega$ e se combiniamo questa relazione con la [157] ricaviamo

$$\frac{\Delta}{\Delta_s} = \frac{4}{3}\operatorname{ctg}^2\omega\ , \qquad [158]$$

quindi

γ) Il rapporto dell' area del fondamentale all' area del suo triangolo podario ortogonale uguaglia i quattro terzi del quadrato della cotangente dell' angolo di BROCARD *del fondamentale.*

(*) Il lettore dovrà nel *sommario* della presente Mem. mutare *triangolo dei piedi delle simediane* in *triangolo podario ortogonale del punto di* LEMOINE. Questo divario devesi ad un errore accidentale esistente nell'opera ottima del prof. ALASIA [La recente Geom. del Triang. pag. 155] dove la formula di Δ_s è errata. Il prof. CATANIA in [*Pitagora* a. XVII pag. 126, Palermo] rilevò siffatto errore. La dimostrazione che lui da della formula [W] può semplificarsi calcolando con la formula del seno, e tenendo presente i valori di s_a , s_b, s_c, le aree dei tre triangoli in cui Δ_s si scinde, e poi sommando.

Ringrazio di cuore il Ch.mo Prof. Dott. M. Salvadori che si è incaricato con solerzia di farmi giungere a tempo le bozze acciocché potessi rimediare alle sviste, esistenti soltante nella superiore nota [4].

Oss. I: Questa formula l'avremmo potuto ricavare da [W] osservando che $\operatorname{ctg}\omega = \frac{a^2+b^2+c^2}{4\Delta}$ come fu detto al § XIIX, [1]. Le formule [156], [157], [158] sono suscettive, combinate con altre risapute, di dar luogo possibilmente a notevoli relazioni. Così la [158] combinata con la formula 355 del formulario annesso alla Geometria recente del triangolo del prof. ALASIA, pag. 328, dà

$$\operatorname{tang}\omega = \frac{1}{3}\left[\frac{1}{r^2}+\frac{1}{r^2_a}+\frac{1}{r^2_b}+\frac{1}{r^2_c}\right]\Delta_s \ ,$$

giacchè quella formula uguaglia l'espressione in parentesi a

$$\frac{4\operatorname{ctg}\omega}{\Delta} \ .$$

Oss. II: La [155] per effetto della [149] può assumere altro aspetto; si ha

$$h^2_a \frac{F_a + F'_a}{L_a - T_a}\frac{E_a}{U_a}\sqrt{\frac{\Delta_1}{\Delta}} = \Delta_m - \Delta \ , \text{ e analoghe} \quad [159]$$

e vari altri legami areolari si potrebbero ricavare confrontando altre espressioni; così potrebbero servire all'uopo la [145] e le [70]..., [86],....

Inoltre non si escludono altre possibili notevoli formule che per combinazione di quelle poste potrebbero scaturire, non comprendendo quelle che scaturiscono numerose dai reciproci confronti e dalle opportune altre combinazioni ma che non hanno importanza nel doverle trascrivere essendo di secondaria deduzione rispetto alle fondamentali poste e non essendo che *inutili complicamenti* di queste.

Oss. III: A pag. 327 della *Geom. del triangolo* del prof. ALASIA è posto un formulario sull'angolo di BROCARD; mettendo le nostre relazioni trovate su tale angolo con quelle registrate in quel formulario, si può immediatamente stabilire il legame tra le espressioni analitiche delle funzioni goniometriche di tale angolo, epperò siccome nelle espressioni d'ω trovate da noi c'entrano vari notevoli elementi della configurazione che abbiamo preso e studiare così queste espressioni saranno convenientemente rappresentate da altre espressioni degli elementi del fondamentale che rappresentano la funzione goniometrica conveniente dell'angolo di BROCARD registrata in quel formulario. A noi non spetta di confondere i risultati di questo semplice paragone col nostro studio, prima perchè il calcolo si ridurrebbe così molto semplice, poi perchè complicheremmo inutilmente le cose introducendo qui elementi e formule talvolta molto estranei all'ordine di idee di cui abbiamo fatto uso.

[5] **Ultime formule e teoremi.** — Ma non possiamo esimerci di mettere in calcolo qualche relazione che non trovasi in quel formulario e che è stata trovata da noi a proposito di certe ricerche geometriche sui punti di BROCARD (*).

Trovammo e del resto può dedursi dalle prime [*i*] e dalla prima [λ] :

$$\operatorname{ctg}\omega = p : \nu \qquad [160]$$

dove p è il semiperimetro del fond., ν la somma delle distanze che il punto di LEMOINE ha dai lati di questo.

Così da [160] e da [135], [136], [143], per tacer delle [86],..., ecct.; segue

$$\frac{1}{\Delta}\Sigma(9) = 2\left(\frac{p}{\nu}\right)^2 = \frac{3}{2}\,\frac{\Delta}{\Delta_s} \qquad [161]$$

$$\sum_{a,b,c} V_k + \sum_{a,b,c} V'_h = 2\Delta\left(\frac{p}{\nu}+1\right) \qquad [162]$$

$$2\left(\frac{\Delta_m - \Delta}{\Delta}\right) = \frac{p}{\nu} = \frac{1}{2}\sqrt{3}\sqrt{\frac{\Delta}{\Delta_s}} \qquad [163]$$

per ciascuna delle quali è facile, per quel che precede, enunciare il teorema corrispondente, e però ce ne dispenseremo.

La [163] può scriversi $2(\Delta_m - \Delta) = p^2\,\frac{r}{\nu}$ e per la [152]' :

$$\frac{a^2+b^2+c^2}{4} = \frac{(a+b+c)^2}{4}\,\frac{r}{\nu}$$

e poi

$$\frac{\nu}{r} = 1 + 2\,\frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2} \qquad [164]$$

che è una rimarchevole formula. Noi l'adopereremo nella seguente

---

(*) Vedi la già cit. *Nota* inserita nel *Periodico di Matematica* a. XXVI, fasc. VI, 1911, dal titolo « *Sulla determinazione dei Punti di* BROCARD *per mezzo del punto di* LEMOINE ». Così mettiamo in gioco le formule trovate da noi e che si connettono strettamente alle considerazioni qui fatte.

Questione. *Può esistere un triangolo nel quale il raggio dell' incerchio è la media aritmetica delle distanze che il punto di* LEMOINE *del triangolo ha dai lati di questo?*

Se ammettiamo come è generalmente e come sempre si può che i lati a, b, c del triangolo soddisfino alla condizione $a < b < c$, cioè se ammettiamo che il triangolo sia scaleno, la formula [161] offre subito la seguente risposta per la predetta questione.

Affinchè possa esistere un triangolo nel quale il raggio dell'incerchio sia la media aritmetica delle distanze che il punto di LEMOINE *del triangolo ha dai lati di questo è necessario è sufficiente che i numeri a, b, c che misurano i suoi lati soddisfacendo alla condizione lecita $a < b < c$, soddisfino all'altra $a^2 + b^2 + c^2 = = ab + bc + ca$.*

Adunque se è possibile trovare tre numeri, tali che uno qualunque di essi sia minore della somma degli altri due e tali che soddisfino alla condizione che la somma dei loro quadrati sia uguale alla somma dei loro prodotti differenti due a due, il triangolo i cui lati sono misurati da quei numeri soddisfarrà alla proprietà che il raggio del suo incerchio è media aritmetica delle distanze che il suo punto di LEMOINE ha dai suoi tre lati.

Villa Carbonara (Cefalù), Luglio, 1911.

D. ANGELO ZAMMARCHI

IL CINQUANTENARIO DI UN' INVENZIONE

L' ANELLO PACINOTTI

Commemorazione tenuta all' Ateneo di Brescia il 28 Maggio 1911

Ricorre il cinquantenario dell' anno in cui Antonio Pacinotti, vivente ancora, anzi anche attualmente professore di Fisica Tecnologica all'Università di Pisa, maturava, dopo quattro anni di ricerche, l' invenzione, che passò sotto il denominativo, direi quasi popolare nel campo scientifico, di -- *Anello di Pacinotti* — ; ed è l' invenzione *del primo motore elettrico a corrente continua, e della prima macchina generatrice di corrente continua con indotto a spirale anulare.*

Mentre alla Camera dei Deputati (1) l'avvenimento si è commemorato di già, e a Pisa (2) si stanno preparando onoranze solenni, questa Accademia, — pur una delle prime, se non forse per la prima in Italia — intende mettere in luce il valore dell' invenzione del grande e modesto scienziato italiano, ed io non posso che recarmi ad onore che tocchi a me tale compito.

Ecco l' ordine del mio dire. Aiutandomi con alcuni espe-

---

(1) Nella tornata del 12 Maggio, con discorso dell'On. Prof. Queirolo, dell'Università di Pisa.

(2) Le onoranze solenni che Pisa dedicò al Prof. Antonio Pacinotti seguirono il 17 Giugno, con discorso commemorativo dell' On. Prof. Angelo Battelli.

Altre solenni onoranze ebbe per il Prof. Pacinotti l' Associazione Elettrotecnica Italiana in occazione del Congresso Internazionale delle applicazioni elettriche, tenuto a Torino, nel Settembre ; e tutta la classe operaia Pisana nel Novembre p. p.

rimenti e con proiezioni luminose (1), metterò dapprima in luce, seguendone lo sviluppo logico e storico, i fatti e le leggi principali, su cui si fondano le macchine elettro-magnetiche; e questo, a renderne meno difficile a tutti l'intelligenza: seguiremo poi, ne' punti principali, il moto inventivo, che s'inizia dal 1831, e procede poi aumentando ad una ad una le sue pacifiche conquiste, fino al 1861, anno in cui troviamo l'invenzione Pacinotti; la studieremo attentamente, per metterne in luce l'alto valore nei riguardi e del passato e del presente, del presente sopratutto: cioè a dire, rilevando quanto di quella invenzione rimane oggi utilizzato: questa, si comprende, ne deve essere la gloria maggiore; e non rimarrà infine che illustrare i diritti di priorità dell'invenzione Pacinotti di fronte alle invenzioni attribuite al belga Zenobio Gramme.

*
* *

A 19 anni di distanza dall'invenzione della pila, fatta dal grande italiano Alessandro Volta, e che in quel frattempo avea

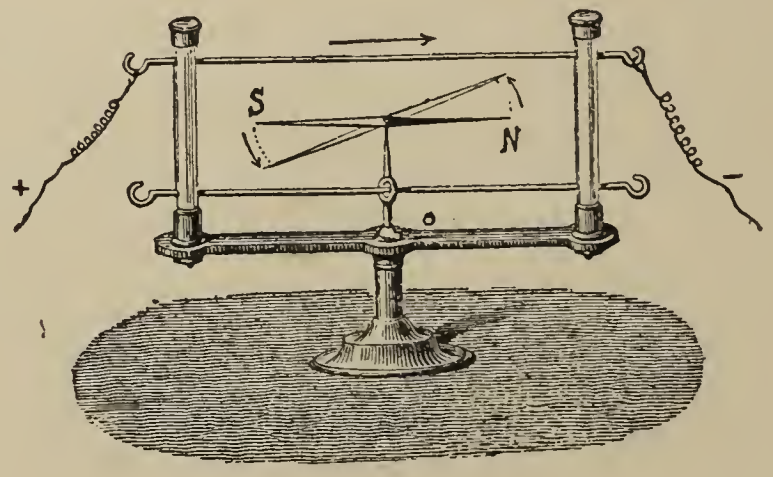


Fig. 1 — La corrente continua devia il polo nord dell'ago magnetico alla sua sinistra.

reso possibile le prime applicazioni della corrente elettrica, l'elettrolisi e l'arco elettrico, detto *voltaico*; nel 1819 il fisico

---

(1) La prima parte di questa Commemorazione, volta ad illustrare brevemente il campo magnetico di una corrente e i fenomeni dell'induzione elettromagnetica, fu resa quasi completamente con esperimenti; il resto della Commemorazione fu accompagnato da proiezioni fisse, riproducenti le illustrazioni che ne accompagnano qui la stampa.

danese Cristiano Oersted scopriva l' azione della corrente elettrica sull' ago calamitato: disponendo un conduttore rettilineo nel piano del meridiano magnetico al di sopra di un ago calamitato mobile, la corrente fa deviare l' ago col polo nord alla sua sinistra (fig. 1). Che significa questo fatto? Che la corrente si crea un campo magnetico proprio. Cioè a dire? Dicesi *campo magnetico* tanto lo spazio praticamente limitato in cui



Fig. 2 — Spettro magnetico di una sbarra di acciaio calamitato.

un magnete fa risentire la propria azione inducente, quanto l' azione inducente medesima. Si sparga sopra un piano orizzontale di legno o di vetro della fine limatura di ferro, vi si disponga nel mezzo una sbarra magnetica di acciaio, e si percuota leggermente il piano, così da permettere ai granelli di ferro il libero orientamento sotto l' azione magnetica inducente; essi si disporranno secondo le linee di direzione della forza magnetica, mettendole bellamente in rilievo (fig. 2). A quelle

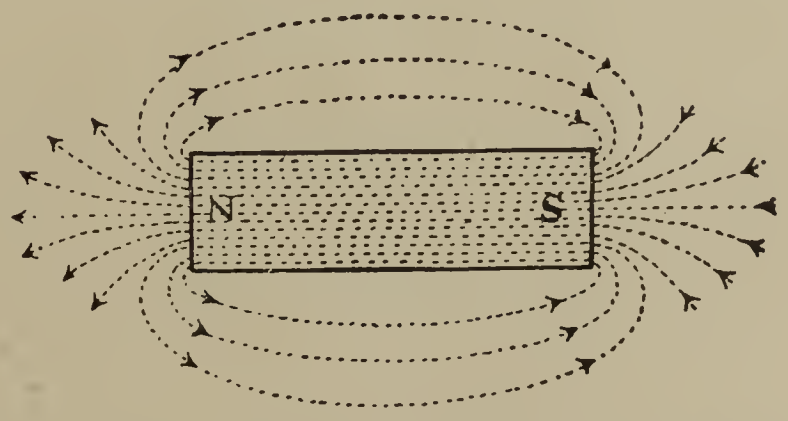


Fig. 3 — Il senso delle linee di forza del campo magnetico.

linee di forza si attribuisce, per convenzione, un senso: escono divergendo dal polo nord, entrano convergendo per il polo sud e attraversano il magnete (fig. 3).

Ritornando al campo magnetico di una corrente: si disponga, normalmente a un grosso conduttore metallico verticale, un piano cosparso di limatura di ferro e si immetta nel conduttore una corrente molto intensa; battendo sul piano, la limatura si dispone in forma di cerchi concentrici (fig. 4 e 5),

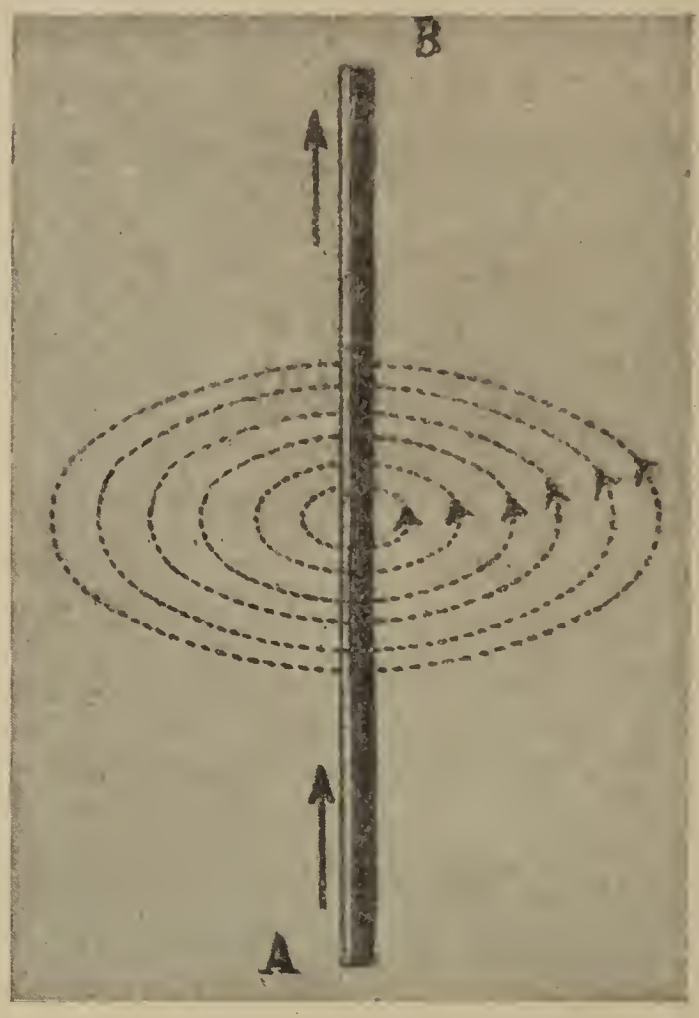


Fig. 4 — Le linee di forza del campo magnetico creato da una corrente continua rettilinea.

che rappresentano le linee di forza del campo magnetico generato dalla corrente; quelle linee hanno un senso, giacchè ogni granello non è che un minuscolo magnete temporaneo; e, si noti ancora, la corrente produce queste azioni magnetiche su tutta la sua lunghezza, in ogni punto del conduttore. Si incurvi ora a cerchio il conduttore metallico (fig. 6); come si disporranno le linee di forza nell' interno dell' anello? Se l' anello si osserva di fronte e la corrente vi circola secondo il senso delle lancette dell' orologio, le linee di forza vi entrano

a fascio; l' esperienza indicata dalla fig. 7 rende tangibilmente il fenomeno.

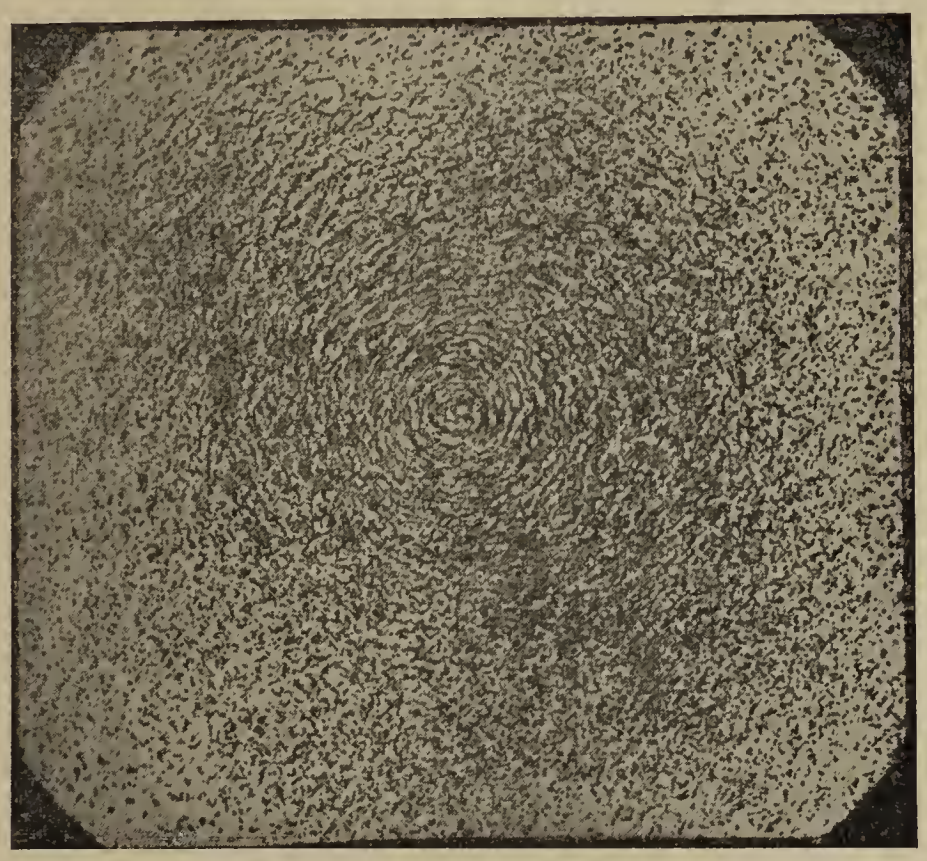


Fig. 5 — Spettro magnetico di una corrente continua rettilinea.

Si dà il nome di *flusso magnetico* di un circuito anulare, al fascio delle linee di forza che ne attraversano l' interno;

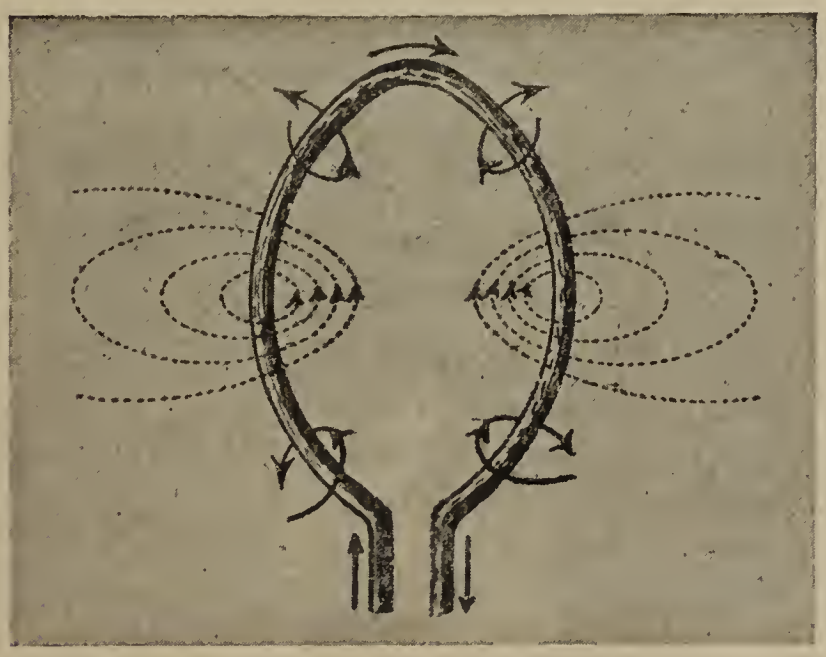


Fig. 6 — Le linee di forza magnetica di una corrente continua anulare.

quanto al senso, ripeto: il fascio entra dal lato in cui, prospettando il circuito, la corrente circola nel senso delle lan-

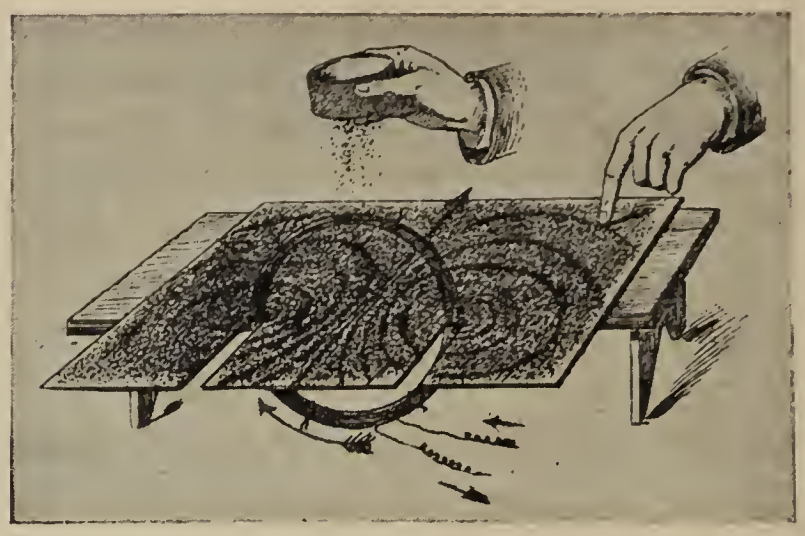


Fig. 7 — Spettro magnetico di una corrente continua anulare.

cette dell'orologio (fig. 8). L'inglese J. Clerk Maxwel dà, a questo proposito, una regola di determinazione pratica: la ri-

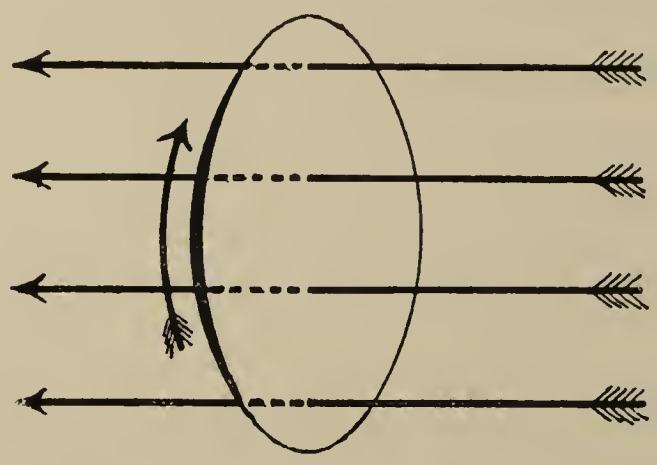


Fig. 8. — Flusso magnetico attraverso un circuito anulare.

cordo volentieri, perchè ogni rappresentazione sensibile che si riattacca ad oggetti famigliari giova assai all'intelligenza di una verità e al ricordo di essa: se il succhiello (fig. 9) gira

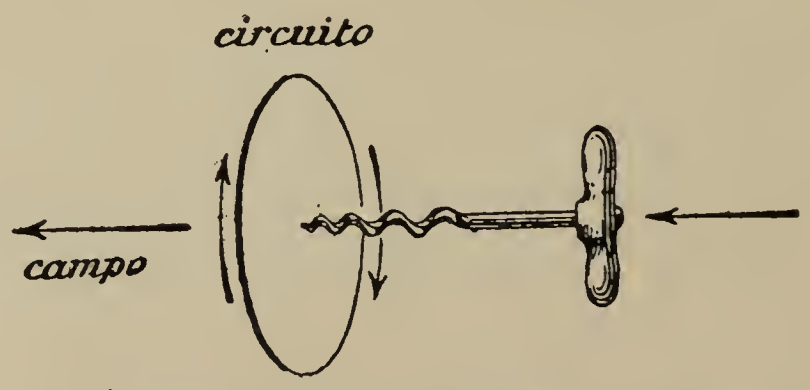


Fig. 9 — La regola di Maxwell per la determinazione del senso della corrente e delle linee di forza del campo magnetico.

secondo il senso della corrente, avanza secondo il senso delle linee del campo magnetico.

Se in luogo di un unico circuito anulare, se ne avessero molti, posti di fianco e percorsi tutti da una corrente nello stesso senso — cioè si avesse un circuito a spira, un *solenoide* — le linee di forza assumerebbero l' andamento della fig. 10,

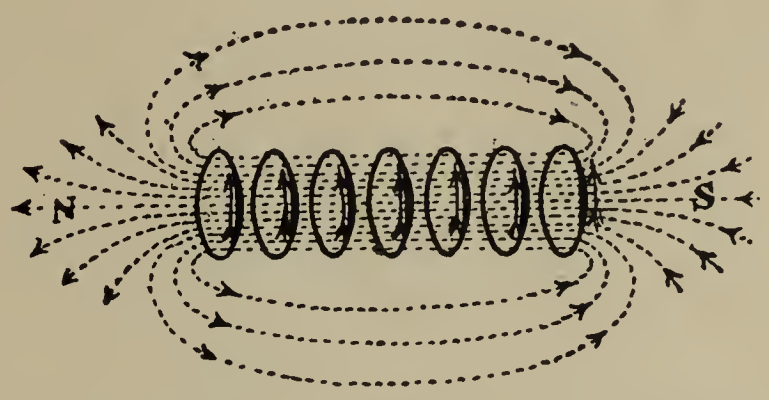


Fig. 10 — Le linee di forza in un circuito a spira (*solenoide*) percorso da una corrente continua.

cioè un andamento perfettamente analogo a quello delle linee di forza di un magnete (vedi la fig. 3). Un solenoide percorso dalla corrente si diporta infatti come un magnete, col polo sud all' estremità in cui la corrente circola secondo le lancette dell' orologio, e il polo nord all' altra; e si può dimostrare, così la capacità d'orientamento di un solenoide mobile (fig. 11),

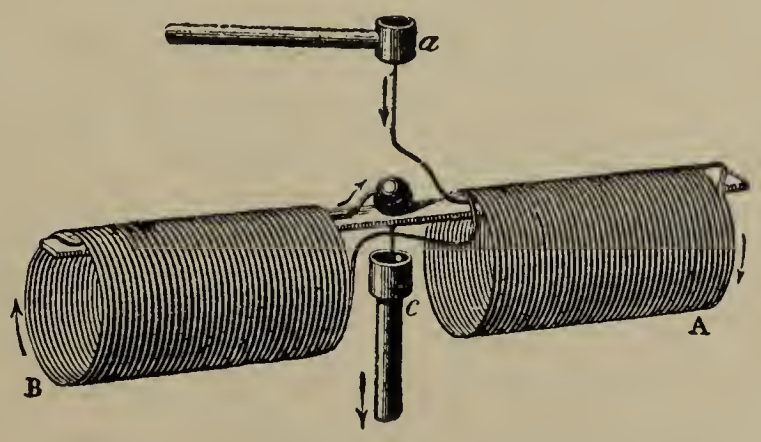


Fig. 11 — Orientamento magnetico di un solenoide mobile.

come si possono verificare tra solenoide e magnete, e tra solenoide e solenoide, gli stessi fenomeni di attrazione e di ripulsione polari, che si verificano tra magneti (fig. 12 e 13).

Il progresso incalza. Al francese Andrea Maria Ampère, al quale si devono questi brillanti esperimenti sui solenoidi,

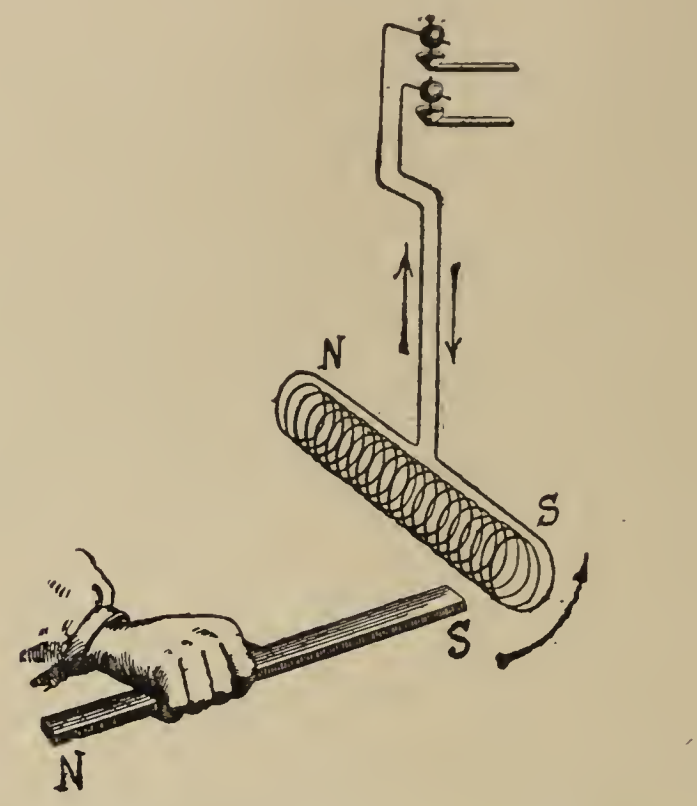


Fig. 12 — Fenomeni di attrazioni e repulsioni magnetiche tra calamita e solenoide.

devesi anche la scoperta contemporanea delle leggi di attrazione o di repulsione fra circuiti paralleli od angolari percorsi

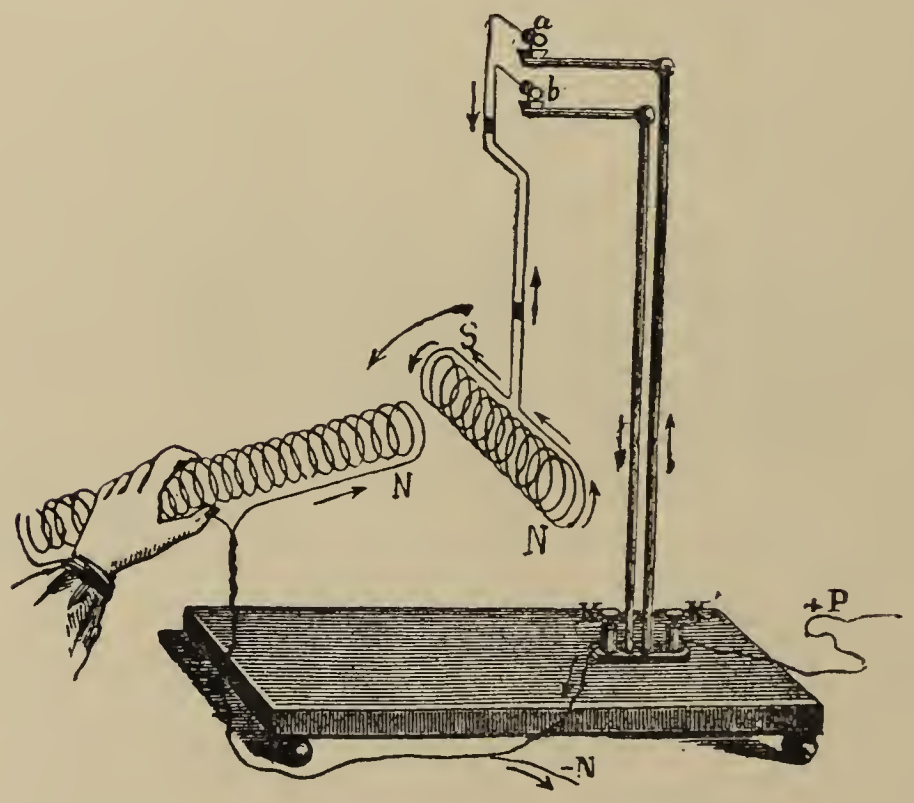


Fig. 13 — Fenomeni di attrazioni e repulsioni magnetiche tra solenoide e solenoide.

da correnti, a seconda che queste sono dirette nello stesso senso o in senso contrario (1825-8); la figura 14 offre il dispositivo sperimentale per la verifica delle attrazioni e repulsioni tra circuiti paralleli, fisso l' uno e l' altro mobile.

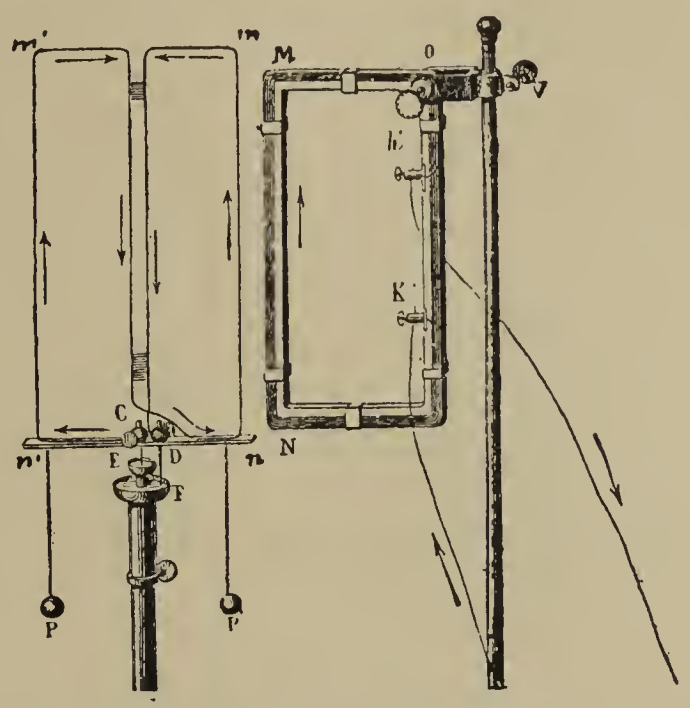


Fig. 14 — Dispositivo sperimentale per la verificazione delle attrazioni e repulsioni di circuiti paralleli percorsi da corrente continua.

E si giunge così alla scoperta dei fenomeni e delle leggi dell' induzione elettromagnetica fatta dal grande scienziato inglese Farady (1831). Quando varî d'intensità il flusso magnetico che attraversa un circuito, questo circuito diventa sede di una corrente che dura finchè dura la variazione del flusso, contraria di senso alla corrente inducente se il flusso cresce, uguale di senso se il flusso diminuisce. Ad esempio: se il circuito C O

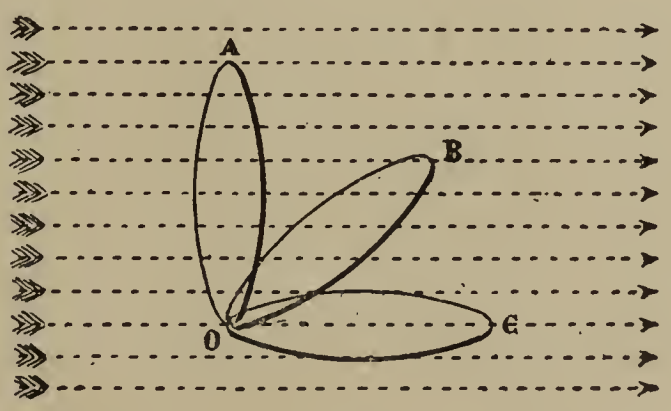


Fig. 15 — La variazione di flusso magnetico in un anello che si sposti, genera in esso delle correnti indotte.

(fig. 15) passa in A O, il flusso che lo attraversa cresce da un

valore nullo a un valore massimo; il contrario accade se da A O passa in C O; ebbene, in entrambi i casi, il circuito diventa sede di corrente indotta, contraria nel primo caso ed uguale nel secondo, di senso, alla corrente generatrice del flusso. Gli esperimenti si sogliono compiere con un dispositivo qual'è offerto dalla fig. 16: un elettromagnete rettilineo a filo grosso

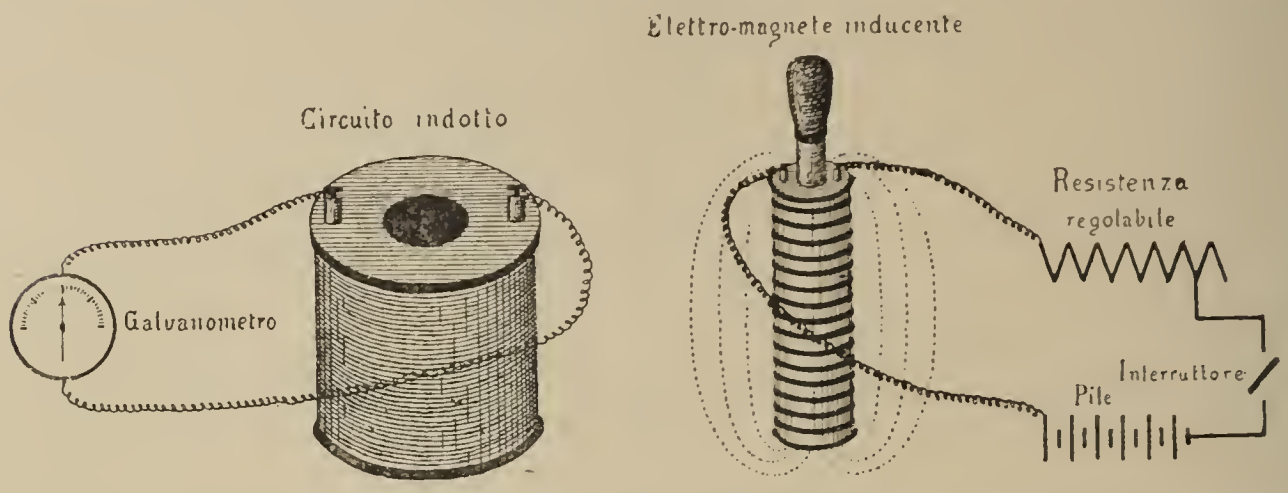


Fig. 16 — Dispositivo sperimentale per la verificazione delle leggi dell'induzione elettromagnetica.

e relativamente corto, è connesso con cordone flessibile a una batteria di pile attraverso ad un interuttore e ad una resistenza regolabile: esso rappresenta il circuito inducente; il circuito indotto è un rocchetto a filo sottile e assai lungo ravvolto perciò in numerose spire, in serie con un galvanometro assai sensibile, e disposto così da poter ricevere nel proprio interno l'elettromagnete inducente e utilizzarne nelle più favorevoli condizioni l'azione induttiva. E le variazioni di flusso si creano così: immettendo o togliendo la corrente nell'elettromagnete, aumentandone o diminuendone l'intensità, i due rocchetti rimanendo, in entrambi i casi, l'uno infilato nell'altro; oppure avvicinando od allontanando l'elettromagnete inducente rispetto al rocchetto indotto. In ogni caso, le correnti indotte non durano che quanto dura la variazione del flusso, e la loro forza elettromotrice è proporzionale alla velocità con cui varia il flusso, all'intensità di tale variazione e al numero delle spire.

E accennerò da ultimo al fenomeno dell'*autoinduzione*, la cui scoperta, o, meglio, la cui interpretazione è pur dovuta al Faraday (1831); cioè all'induzione di un circuito, specialmente se avvolto a spire numerose, sopra sè stesso: se comunque cresce

d'intensità il campo magnetico generato da una corrente, questa, all' istante, diminuisce d'intensità per una corrente indotta, inversa di senso, e che ad essa si sovrappone (*extracorrente di chiusura*); se invece il flusso diminuisce, la corrente all' istante cresce per una corrente indotta, diretta nello stesso senso della principale (*extracorrente d' apertura*); donde le deboli scintille che si verificano alla chiusura di un circuito a spira, e le grosse e lunghe scintille dell'apertura, le quali ultime trovano un riscontro espressivo nel rigurgito di una corrente d' acqua all' atto dell' interruzione.

***

Dalla scoperta delle leggi dell' induzione elettro-magnetica, hanno principio i tentativi di costruzione delle macchine *magneto-elettriche*, destinate ad assorbire lavoro meccanico ed a produrre corrente, e delle macchine *elettro-magnetiche*, destinate a ricevere corrente ed a produrre lavoro meccanico (*motori*) (1). Lo stesso Farady avea costruito, precisamente nell' anno medesimo 1831, una prima magneto-elettrica semplicissima, la quale viene tuttora, e religiosamente, conservata nel Reale Isti-

(1) Queste succinte noterelle storiche sono principalmente attinte al volume: *Traité théorique et pratique des Machines dynamo électriques*, par Silvanus P. Thompson: traduit de l'anglais sur la quatrième édition par E. Boistel; 3 édition française; Paris, Librairie Polytechnique Ch. Bèranger Éditeur, 1900. Nel capitolo II del volume, dal titolo *Notes Historiques* (pag. 5-19), l'Autore, in base ai Brevetti d' invenzione, segue, passo passo, il moto inventivo che va dai primi rudimentali modelli di macchine magneto-elettriche alle macchine industriali elettriche attuali. Mi servirono anche le opere: *Fisica Tecnologica*, *Elettricità e Magnetismo*, di R. Ferrini; Milano, Hoepli, 1878; pag. 343 e seg.; *Recenti Progressi della Elettricità*, pure di R. Ferrini; Milano, Hoepli, 1884, I^{a}. edizione; pag. 97 e seg.; *Fisica Moderna* di Emilio Desbeaux, traduzione dell' ing. A. Zambelli; Milano, Soc. Ed. Sonzogno, 1899; pag. 397 e seg.; *Traité élémentaire de Physique*, par A. Ganot; vingtième édition entièrement refondue et rédigée a nouveau par Georges Maneuvrier; Paris, Librairie Hachette et C.; pag. 1308 e seg.: opere queste, corredate da opportune note storiche.

tuto fisico di Londra; un disco di rame (fig. 17) è messo in rapido moto di rotazione intorno a un' asse; un segmento del

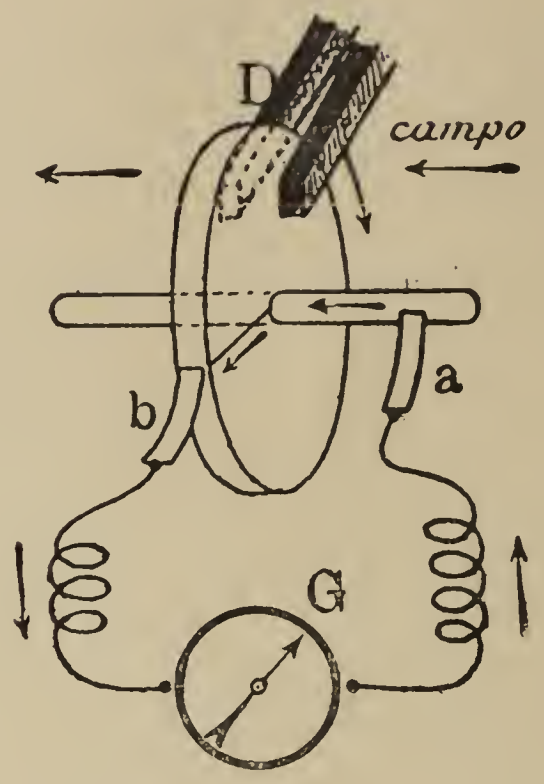


Fig. 17 — Disco di Farady.

disco è abbracciato dai poli di un fascio magnetico; delle correnti indotte percorrono il disco dal centro alla periferia; due

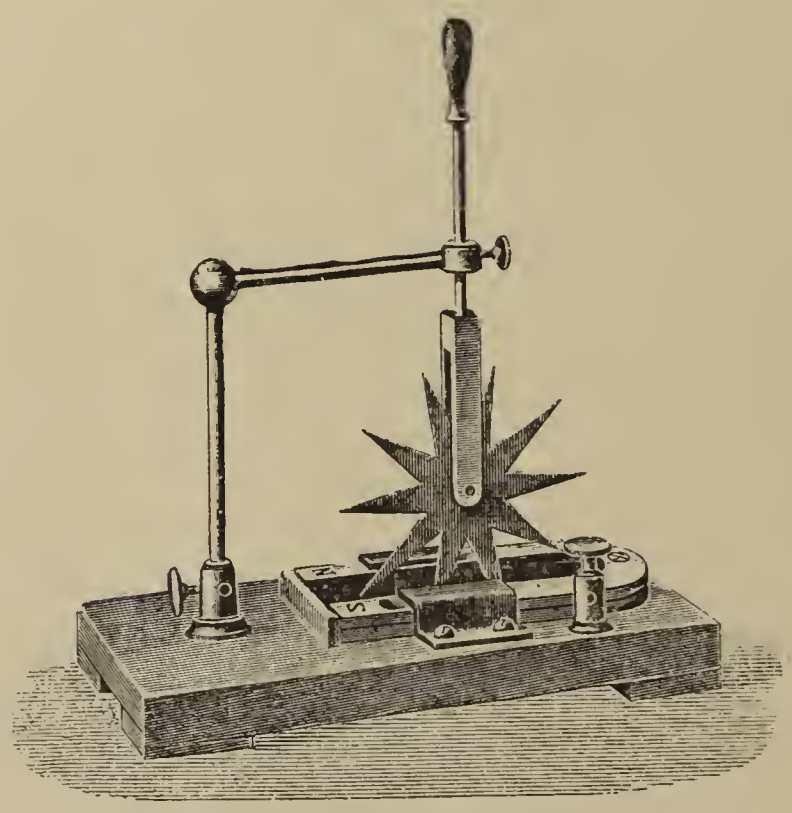


Fig. 18 — Ruota di Barlow.

spazzole metalliche le raccolgono e le portano nel circuito esterno; un galvanometro ne segnala la presenza. E, prima ancora, cioè fin dal 1823, la cosidetta *Ruota di Barlow* riproduceva il fenomeno reciproco (fig. 18): pescando coi denti nel mercurio poteva ricevere una corrente che la percorresse dalla periferia all'asse di rotazione, e, sotto l'azione di una calamita permanente, veniva messa in rotazione.

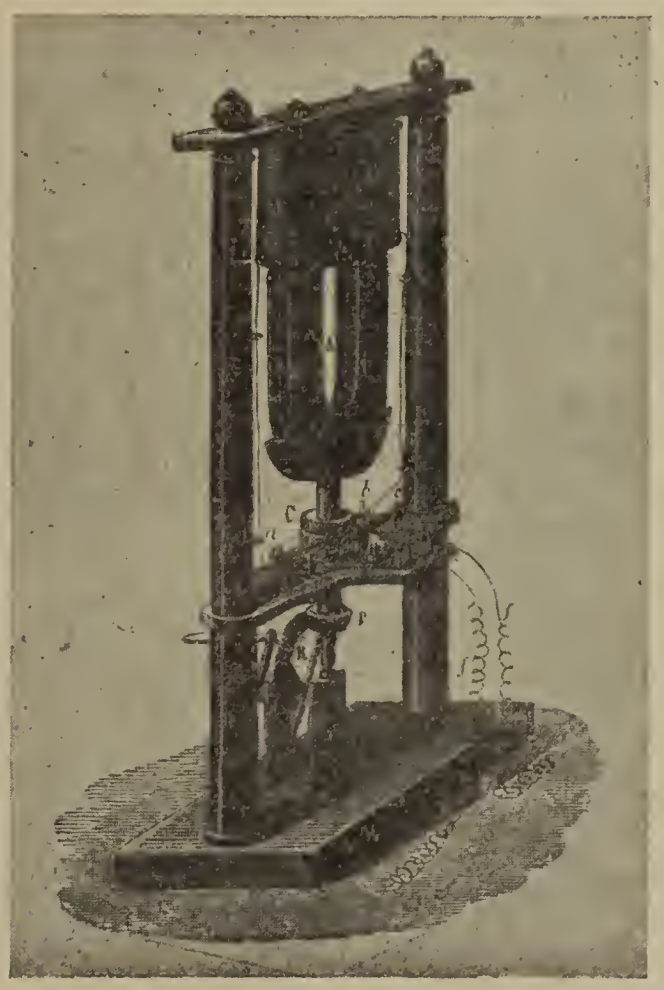


Fig. 19 — Macchina magneto elettrica di Pixii.

Il *principio della reversibilità*, che di già si verifica in questi due primitivi apparecchi, nelle loro semplicità così elequenti — *si mette in moto il disco di Farady e si ottiene corrente*; *si dà corrente alla Ruota di Barlow ed essa si mette in moto* — principio che sembra sia stato formulato dal fisico russo Lenz fin dal 1838, va sempre più conoscendosi ed applicandosi, e presiede al moto inventivo delle macchine magneto-elettriche ed elettro-magnetiche (*motori*), moto che culmina colla invenzione Pacinotti. Uno sguardo rapido a tale movimento.

Dal disco di Farady si passa alle macchine magneto-elettriche del francese Pixii e dell'italiano abate Dal Negro (1832); sono due modelli quasi identici (fig. 19) e che si distanziano di pochi mesi. La calamita induttrice A gira intorno a un asse verticale, e le due bobine BB_1 di un elettromagnete fisso raccolgono le correnti indotte; queste sono alternative di senso, ma un primo tentativo di commutatore tende a raddrizzarle. — Un anno dopo, Saxton modifica il modello Pixii, riconoscendo giustamente come convenisse rendere fisso il magnete inducente aumentandone la massa, e mettere in moto l'elettrocalamita più leggera. — Nel 1835 appare, costruita cogli



Fig. 20 — Macchina di Clarke.

stessi criterî e con sempre nuovi perfezionamenti, la magneto-elettrica di Clarke (fig. 20). Il fascio magnetico inducente è fisso e due bobine sono poste in moto di fianco alle estremità polari; se ne ottengono dapprima correnti alternative e interrotte; più tardi, con uno speciale commutatore, Clarke riesce a raddrizzarle, rendendo la macchina capace di effetti, come l'elettrolisi, nei quali il senso continuo è condizione indispensabile. Questa macchina, alquanto modificata, si utilizza tuttora

per produrre correnti interrotte, a scopo di cure medicali. — Nel 1849, ideata già dal Nollet, appare una macchina magneto-elet-

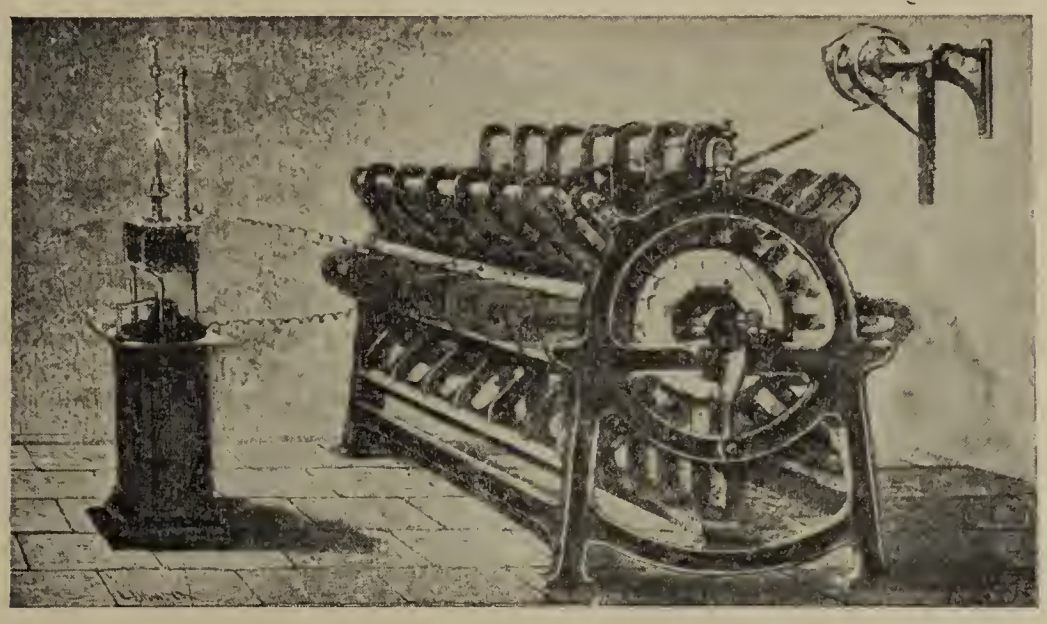


Fig. 21 — Macchina magneto-elettrica dell'*Alliance*, per l'illuminazione dei fari.

trica di carattere industriale, destinata all'alimentazione delle lampade ad arco dei fari: è la macchina della Società Alliance



Fig. 22 — (in alto) L'indotto ad armatura Siemens, a *spola*.
(in basso) Una Clarke con indotto Siemens.

di Parigi, ed è un raggruppamento di numerose Clarke; nella fig. 21 si vedono le file dei magneti inducenti disposti attorno all'indotto centrale. — Un nuovo e notevolissimo perfezionamento segue nel 1854 coll' *indotto ad armatura Siemens,* fondato sul principio che non è necessario disporre le bobine indotte accanto e normalmente all' asse centrale, come nella Clarke; l'avvolgimento si può fare, più semplicemente e più utilmente, sull' asse centrale medesimo. La fig. 22 mostra, in alto, l' indotto od armatura Siemens, detta anche a *spola* della forma caratteristica: il nucleo centrale è di ferro dolce, dapprima ridotto cilindrico al tornio, poi inciso longitudinalmente da un doppio solco, sul quale si avvolge il filo. Il commutatore è semplicissimo: i capi dell' avvolgimento sono collegati a due semicilindri metallici isolati; nel momento in cui le correnti indotte mutano di senso, le spazzole metalliche raccoglitrici cambiano alla loro volta di posto sui due semicilindri. La stessa figura 22 mostra, in basso, la Clarke coll' indotto Siemens: i poli del fascio magnetico sono muniti di espansioni arcuate di ferro dolce, le quali circondano l'armatura e cooperano ad accrescere l' efficacia induttiva del campo.

Di pari passo alle macchine magneto-elettriche produttrici di corrente, procede il moto inventivo dei motori elettro-magnetici. Uno sguardo ai tipi principali.

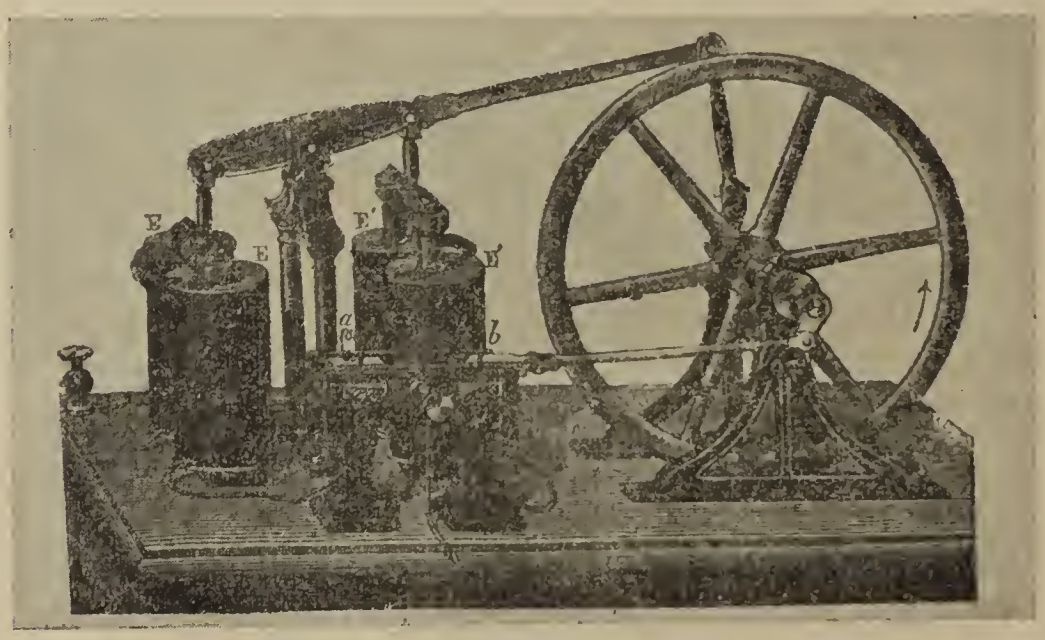


Fig. 23 — Motore Bourbouze, a bilanciere.

I primi motori oscillanti di Henry (1831), Dal Negro (1834)

e Page (1838) trovano una forma definitiva nel motore Bourbouze (1838), così caratteristico nel suo aspetto, che richiama quello delle prime macchine a vapore a bilanciere (fig. 23) : dei

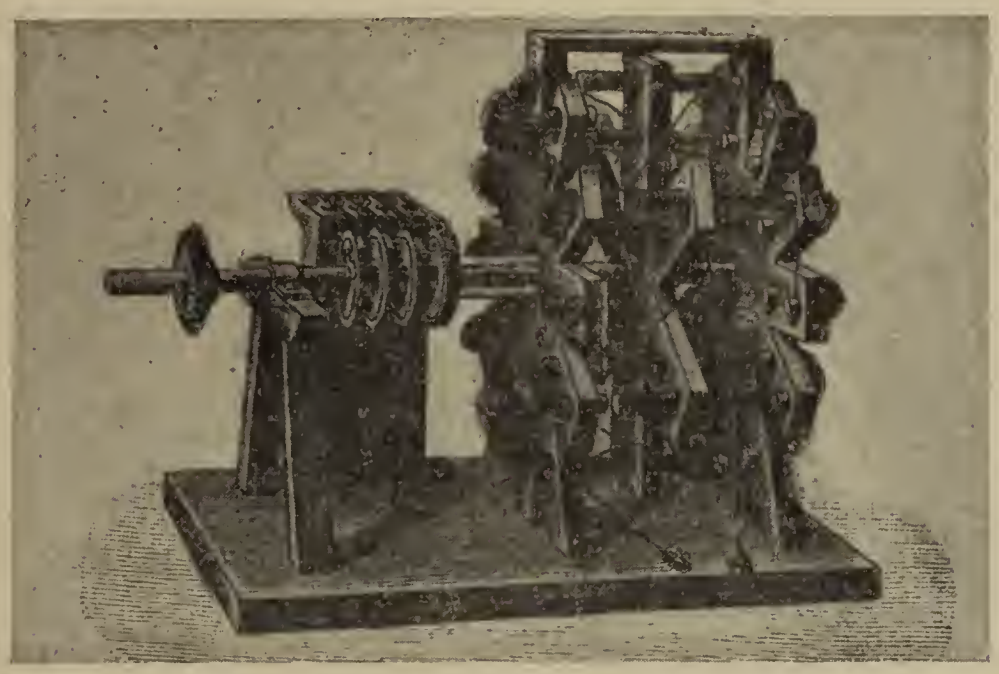


Fig. 24 — Motore Iacobi.

nuclei cilindrici si muovono come altrettanti stantuffi nei corpi di tromba, alternativamente attratti e respinti da sistemi di

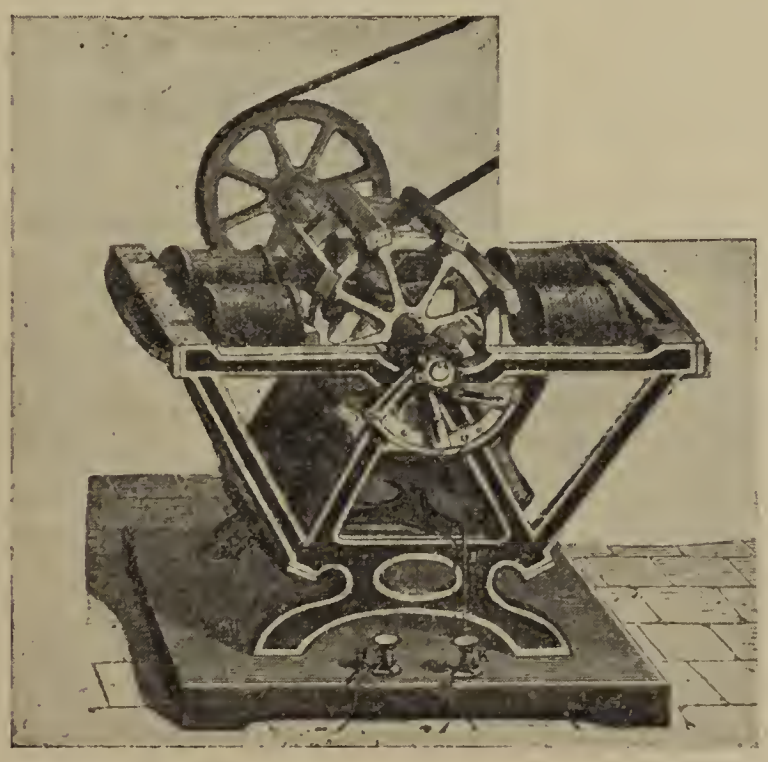


Fig. 25 — Motore Froment.

bobine ; nè manca l' eccentrico per la distribuzione alternata

della corrente eccitatrice alle bobine stesse. Il motore del russo Iacobi (1834) ha, tanto il campo magnetico quanto l'indotto costituito da una serie di elettromagneti affacciati (fig. 24); azionato da una batteria di pile servì, fin dal 1842, a far risalire la Neva ad un canotto. Il motore Froment (1857) ha le sbarre di ferro, sulla quali si esercitano le azioni delle elettro-calamite, disposte parallelamente alle linee polari delle stesse elettrocalamite (fig. 25).

***

A questo punto troviamo l'invenzione del Prof. Antonio Pacinotti, la quale si matura precisamente dal 1858 al 1861. Il Prof. Pacinotti ha la visione chiara dei difetti delle macchine precedenti, anche se dotate di commutatore. Il difetto principale, che ne produce parecchi altri, è quello di una grande variazione d'intensità nelle correnti indotte: le bobine dell'indotto passano bruscamente dal valore massimo d'induzione a zero, danno luogo ad interruzioni violente ed a grosse scintille di extracorrente logoranti i contatti; e il rendimento non può essere che scarsissimo; di fronte a tale scarsissimo rendimento, il gravame di masse e volumi enormi, specialmente nei tipi destinati alle prime applicazioni industriali. Il Pacinotti presenta il suo nuovo apparecchio da laboratorio, principalmente come un *motore*; cioè come una macchima — *una macchinetta*... scrisse lui modestamente — elettro-magnetica, destinata a ricevere la corrente di una pila e a produrre, coll'energia di rotazione dell'indotto mobile, lavoro meccanico. La descrizione si trova sul numero del giugno 1864, volume XIX, del *Nuovo Cimento, Rivista di Fisica Chimica e Storia Naturale* — numero che fu stampato solo il 3 Maggio 1865 — da pag. 378 a pag. 384; ed è illustrata da una Tavola (la IV del volume) recante quattro illustrazioni.

Prima di esaminare il disegno dell'apparecchio Pacinotti qual'è riprodotto nella Tavola su citata, preferisco, a scopo di chiarezza, offrirne un modello semplice, cospicuo, fedelissimo: il modello reso dalla fig. 26: un elettromagnete in forma di *U* capovolto, il cui nucleo di ferro dolce termina con due

espansioni polari arcuate; tra queste, mobile intorno a un asse, è disposto un anello di ferro dolce, sul quale è avvolto a spira un filo isolato e chiuso su se stesso; ciascuno degli anelli dell' elica è congiunto, nell' interno dell' anello, a laminette metalliche aventi direzione radiale; queste convergono sull' asse cilindrico di rotazione, piegano ad angolo retto sulla superficie dell' asse medesimo convenientemente isolata, e mantenendosi discoste l' una dall' altra; due spazzole metalliche appoggiano

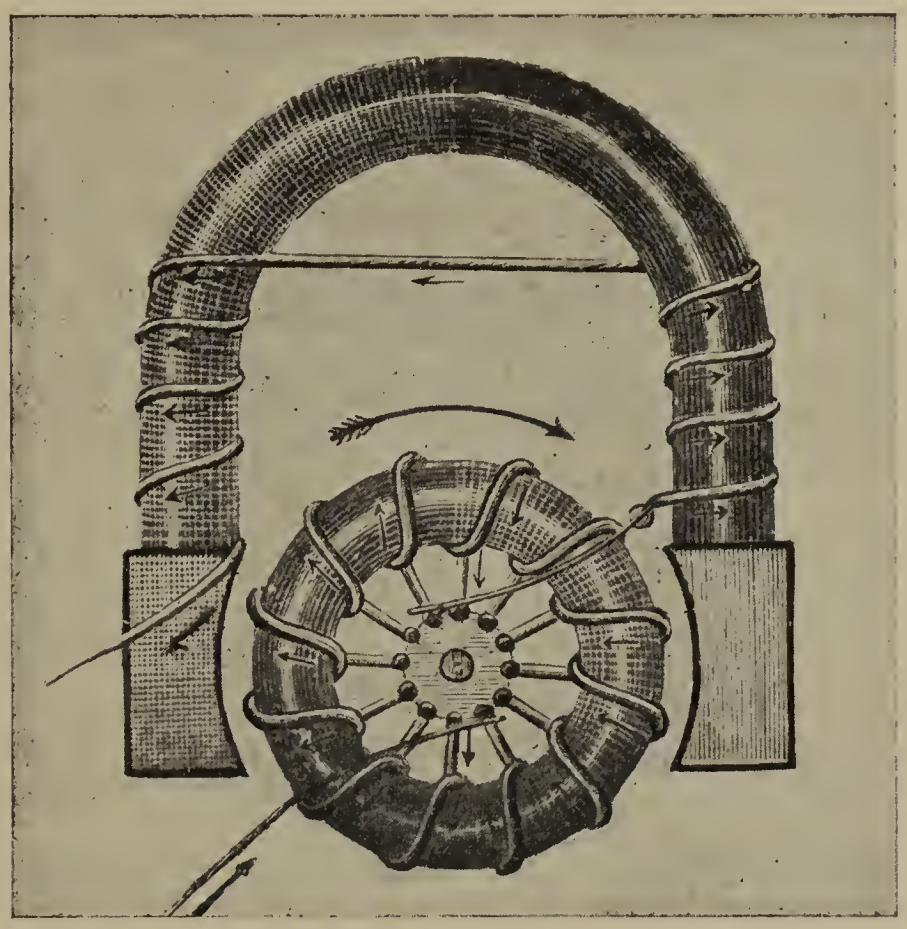


Fig. 26. — Modello dell'apparecchio Pacinotti: motore elettrico, a corrente continua, eccitato in serie.

dolcemente sull' asse alle estremità del diametro perpendicolare alle linee di forza del campo magnetico, cioè alla linea dei poli inducenti; la corrente che deve eccitare l' apparecchio al moto, segue, nell' apparecchio stesso, questo percorso: si reca ad una delle due spazzole; da questa percorre, divergendo, i due rami simmettrici dell' elica; si restituisce, convergendo, all' altra spazzola; da questa si reca a circondare successivamente i due nuclei dell' elettromagnete, e si restituisce alla

pila. Ora, tutto essendo così disposto, si comprende come non appena la corrente sia immessa nel circuito, per azione reciproca tra l'elettrocalamita fissa e l'anulare mobile, questa debba porsi in rotazione nel senso indicato dalla freccia.

In questo modello -- fedelissimo modello, come si vedrà -- dell'apparecchio Pacinotti, appare, tosto e cospicua, l'importanza dell'invenzione, nella forma genialissima del commutatore e nei rapporti tra i circuiti delle due elettro-calamite fissa e mobile, che permettono di evitare le interruzioni brusche e le dispersioni di energia dei precedenti apparecchi. Ma esaminiamo ora direttamente l'apparecchio Pacinotti in due fotografie riprodotte dalle figure originali che accompagnano la Memoria nel *Nuovo Cimento*.

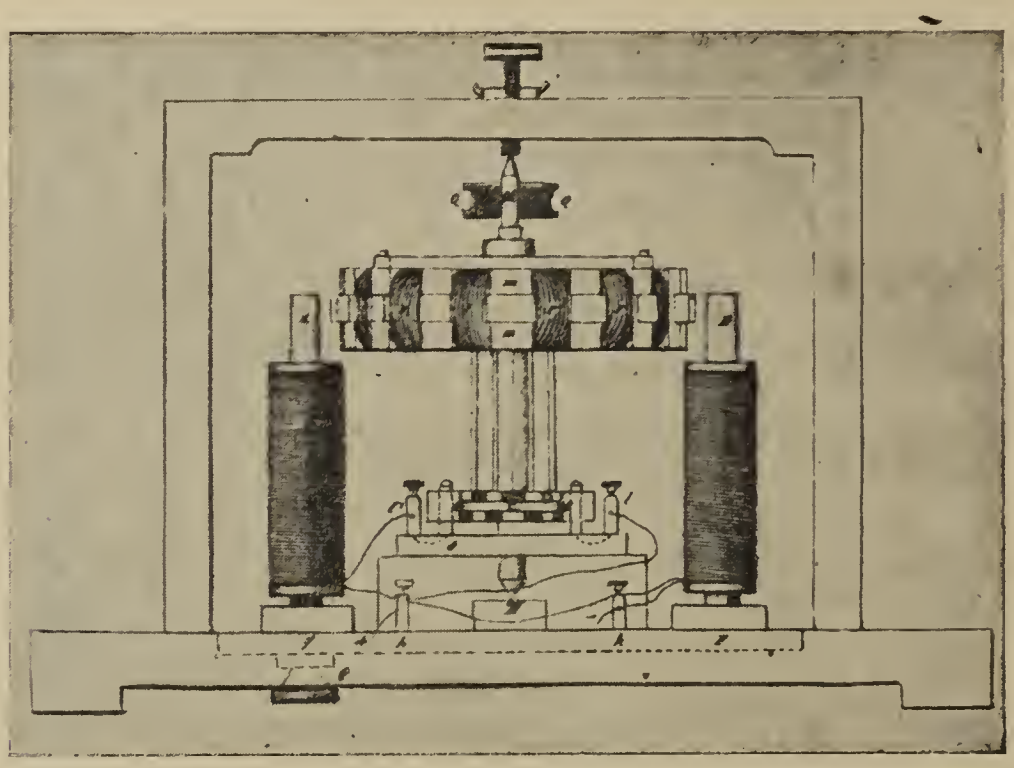


Fig. 27 — L'apparecchio Pacinotti. (Fotografia della fig. 3 della Tavola IV, vol. XIX, *Nuovo Cimento*).

La fig. 27 dà l'apparecchio nell'assieme. Il campo magnetico è rappresentato dai poli A, B delle due branche verticali di una elettro-calamita fissa; l'indotto ad anello è disposto orizzontalmente tra i poli superiori della elettro-calamita (Pacinotti lo chiama *elettro-calamita trasversale*); l'avvolgimento intorno all'anello consta, invece che di una semplice spira, di 16 matasse ravvolte nello stesso senso, e cogli

estremi di ciascuna in comunicazione cogli estremi delle due attigue; le 16 matasse appaiono chiaramente nella fig. 28 rappresentante l'anello e tutto l'apperecchio visti dall'alto. Questa figura mostra anche le due espansioni arcuate di ferro dolce fissate, come appendici, alle estremità polari, e che abbracciano l'anello per un buon terzo, da un lato e dall'altro. Dai punti di congiunzione tra una matassa e l'altra, si staccano i conduttori radiali che piegano poi ad angolo retto sull'asse facendo capo (vedasi nuovamente la fig. 27) ad altrettanti contatti metallici ben isolati gli uni dagli altri; anzichè due spazzole, due cilindretti metallici K e K_1, equivalenti nel funzionamento, aderiscono alla corona dei contatti. La corrente alimentatrice si porta al cilindretto K, percorre bipartita tutte le 16 matasse dell'anello, esce pel secondo cilindretto K_1, passa poi successivamente nell'uno e nell'altro rocchetto della elettrocalamita fissa, e si restituisce alla pila.

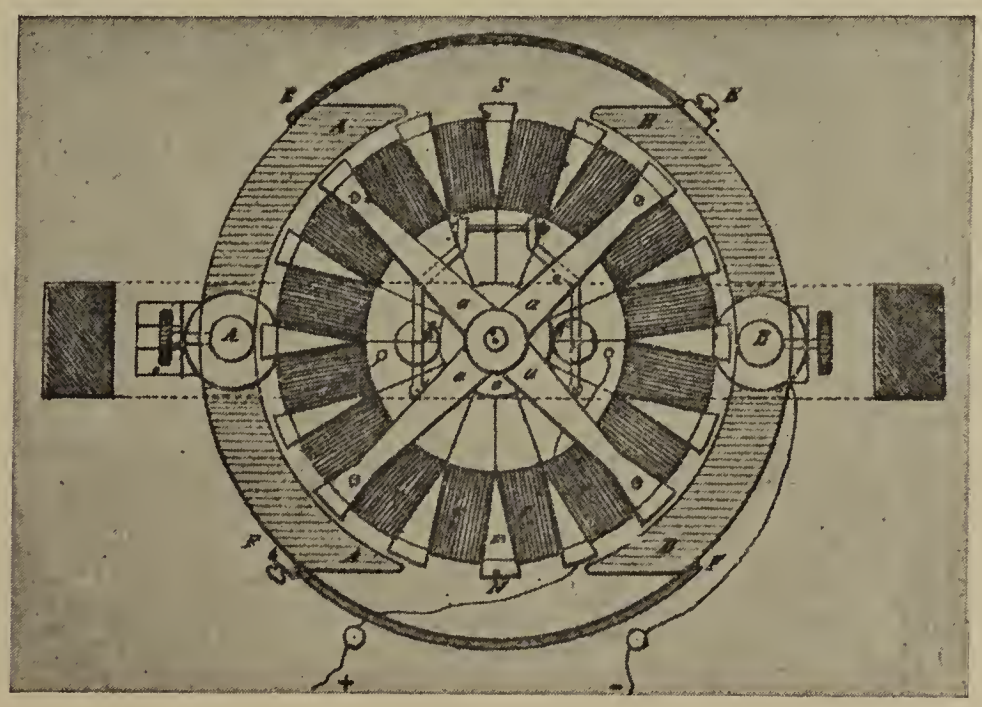


Fig. 28 — L'apparecchio Pacinotti visto dall'alto. (Fotografia della fig. 4 della Tavola sopracitata).

La fig. 29 offre una fotografia della macchina Pacinotti, quale fu costruita cinquant'anni or sono, e quale si conserva nel Gabinetto di Fisica Tecnologica dell'Università di Pisa.

Nei due disegni offerti fedelmente dalla fig. 27 e 28 (1) vi è certo una imprecisione: le due rotelline raccoglitrici appaiono collocate sulla retta dei poli inducenti, mentre ne dovrebbero essere disposte ad angolo retto; ma non si tratta — ripeto — che di una imprecisione del disegno, giacchè l'Autore, nella de-

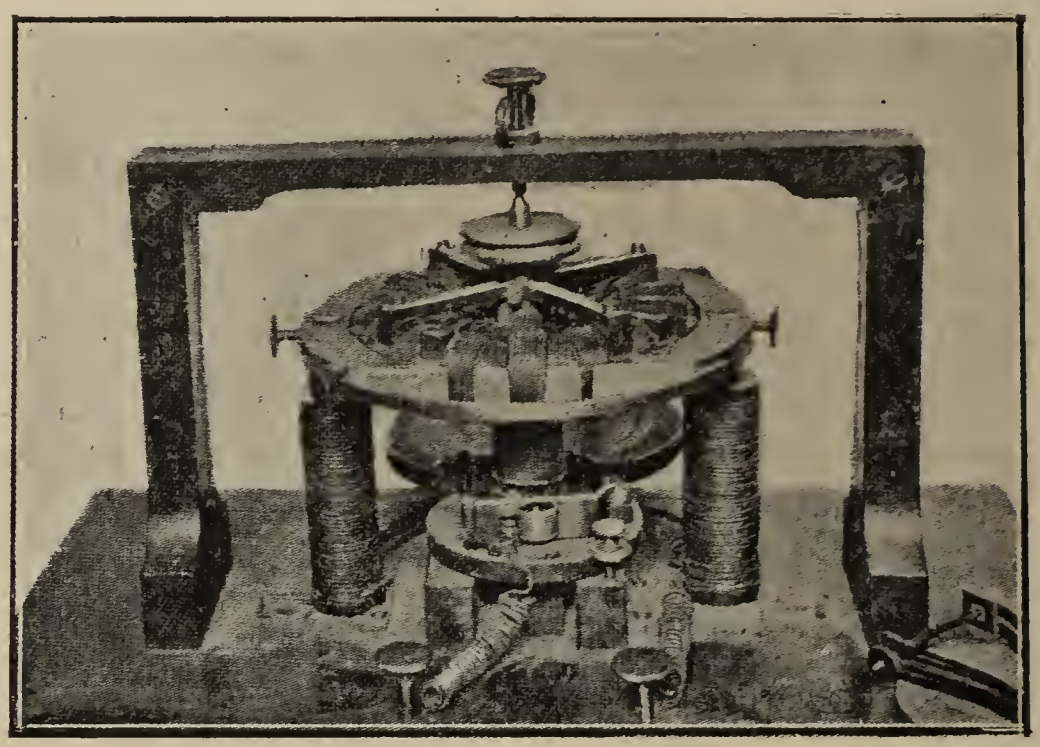


Fig. 29 — L'apparecchio Pacinotti riprodotto fotograficamente dal vero.

scrizione, espressamente afferma che le rotelline sono disposte ad angolo retto colla linea di magnetismo dell' elettro-calamita (2).

---

(1) Le due figure 27 e 28 sone fotografie tolte dalle fig. 3 e 4 della Tavola che accompagna, nel *Nuovo Cimento*, l. c., la descrizione fatta dall'Autore.

(2) Un secondo errore è pure occorso nel disegno N. 2 della Tavola IV[a] del *Nuovo Cimento*; disegno nel quale la freccia, indicante il senso della corrente da *b* ad S, dovrebbe essere rivolta in senso contrario. In alcune riproduzioni della Tavola, fatte recentemente, l'errore appare corretto (vedi « *Studium* » *Rivista Universitaria*, Anno VII. N. 3, Marzo 1911; Tavola a pag. 36-37; appare corretto il disegno anche nella: *Storia delle Macchine dinamo-elettriche con elettro-calamita trasversale ad anello; Lettera del Prof. Antonio Pacinotti*, pubblicata nella Rivista di Elettrotecnica « *L'Elettricista* », Roma, Anno XIV, 1905, N. 24, pag. 341-347, fig. 4).

Ciò che è doveroso affermare è che *nell'apparecchio Pacinotti si ha — fin dal 1861 — la sostanza, tutta la sostanza, dell'attuale motore in serie a corrente continua,* cioè del motore nel quale la corrente che circola nell' anello, circola, *colla stessa intensità.* anche nell'elettro-calamita del campo magnetico. Appresso si costruiranno *motori in derivazione*, nei quali solo una parte della corrente che circola nell'anello passa ad eccitare l'elettro-calamita del campo (fig. 30), e motori ad *eccitazione mista* (fig. 31); a diminuire la intensità delle correnti parassite che si disse-

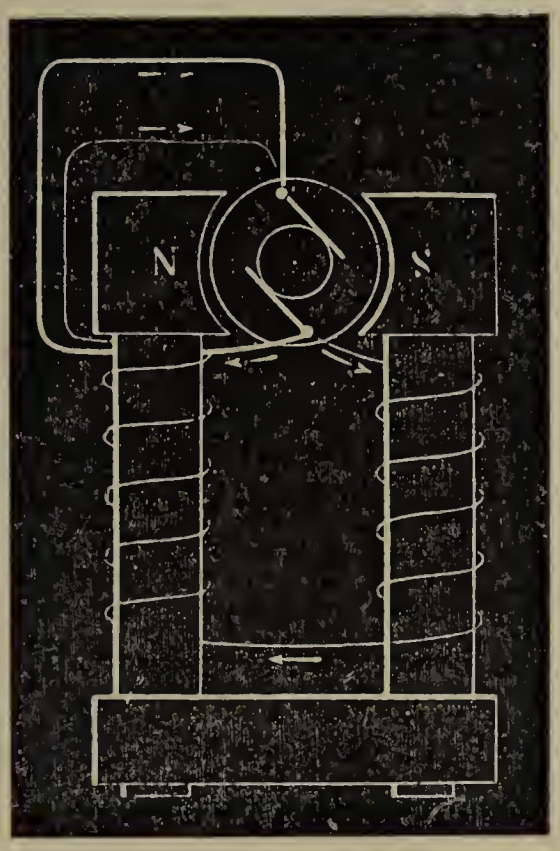


Fig. 30 — Motore o dinamo, col campo eccitato *in derivazione.*

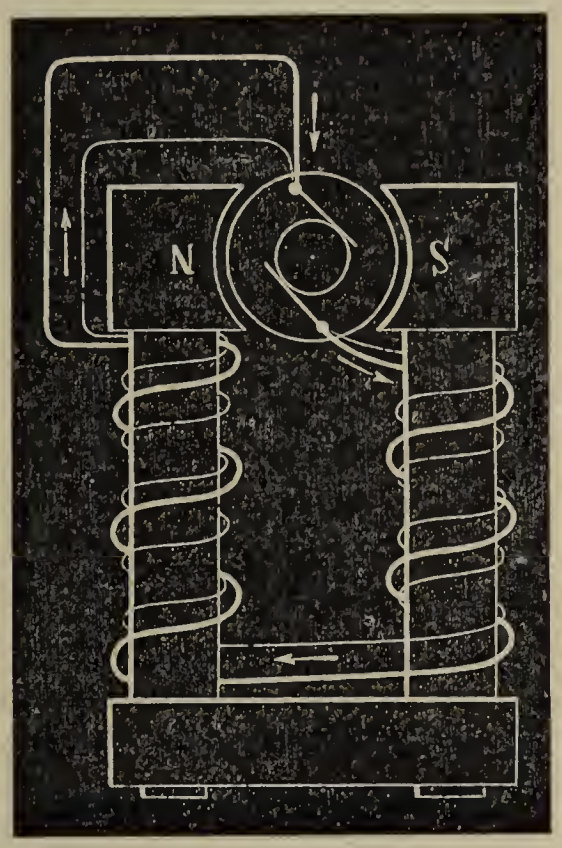


Fig. 31 — Motore o dinamo, col campo *ad eccitazione mista o compaund.*

minano nella massa dell'anello e sciupano in calore parte dell'energia della corrente, si sostituirà, in appresso, all' anello massiccio un anello di fili di ferro inverniciati, cioè isolati (fig. 32): perfezionamento questo dovuto al belga Gramme; — all'*armatura ad anello,* si aggiungerà, in appresso, il tipo d'*armatura a cilindro o a tamburro* dovuta a Siemens, nella quale i fili sono longitudinalmente ravvolti sulla superficie di un cilindro formato da tanti dischi isolati di ferro dolce (fig. 33 e 33 bis); — a rendere sempre più perfetta la continuità della corrente circolante nel-

l'indotto ad anello e ad accrescerne l' efficacia di rotazione, si aumenteranno, si moltiplicheranno anzi (fig.34), le matasse dell'a-



Fig. 32 — Anello e collettore nella disposizione Gramme.

nello medesimo (in questo, per altro, seguendosi l'indicazione di fatto data dall' Autore; giacchè il motore Pacinotti era un modello di modeste proporzioni - la fig. 29 non è che un quinto circa del vero - e sull'anello le 16 matasse appaiono addensate); — al posto di due soli poli inducenti si verranno, in appresso, dispo-

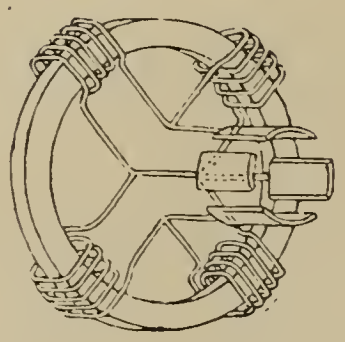


Fig. 33 — Forma d'indotto *ad anello.*

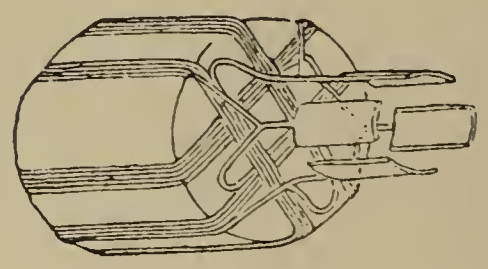


Fig. 33bis — Forma d'indotto *a tamburro*

nendo a corona 4, 6, 8 ed anche più poli, aumentando così, per ogni giro dell'anello, l'efficacia del campo magnetico (fig. 35); —

e non accenno poi ai miglioramenti svariati di costruzione, di disposizione e di dettaglio; — *ma si può e si deve con sicurezza*

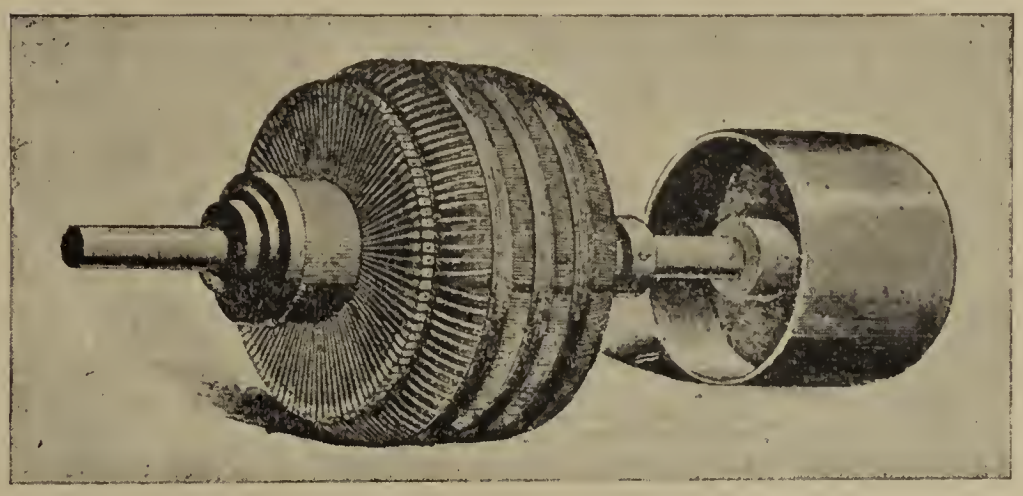


Fig. 34 — Indotto ad anello ricco di spire.

affermare che negli attuali motori elettrici a corrente continua,

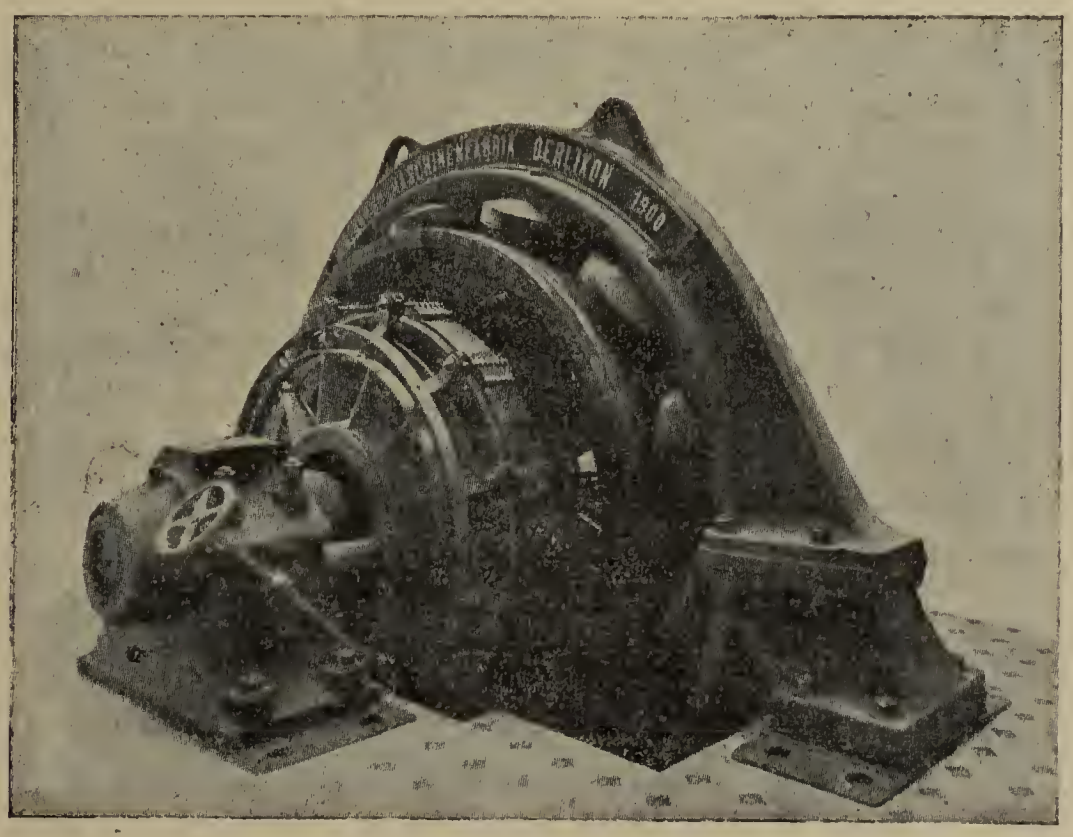


Fig. 35 — Motore o dinamo con, campo magnetico *multipolare.*

attraverso e dopo tutti i miglioramenti introdotti, rimane intatta e utilizzata tutta la sostanza dell' invenzione Pacinotti.

Silvanus Thompson, nelle *Note Storiche* poste a guisa di prefazione nel suo volume sulle macchine dinamo elettriche, Note Storiche così stringate e aliene da ogni tendenza alla lode, scrive dell' invenzione Pacinotti così: « *essa rappresenta una soluzione, che, se fu per tanto tempo dimenticata, è riconosciuta, ai giorni nostri, come un' opera del più alto valore* » (1). Basti per tutte questa testimonianza. E si noti subito che di questo alto valore Antonio Pacinotti ebbe la piena e pratica comprensione; cioè a dire: Antonio Pacinotti non concepì solamente, una nuova applicazione pratica delle leggi di induzione, la quale correggesse i difetti di quelle fatte prima di lui, ma la attuò in un apparecchio; con tale apparecchio sperimentò determinando il rapporto tra l' energia chimica delle pile impiegate nell' eccitazione della sua macchina e il lavoro meccanico ottenuto (nel *Nuovo Cimento*, luogo citato, è appunto ricordata coi risultati numerici una di tali esperienze (2)); e non fu soltanto un fortunato costruttore, ma uno scienziato che si rese conto pieno del valore dell' invenzione propria. Ecco, difatti, quanto il Pacinotti scriveva nella citata Memoria pubblicata nel *Nuovo Cimento*, dopo d' aver descritto la sua macchina: « *Le ragioni che mi indussero a costruire questa macchina col sistema descritto, furono le seguenti*: 1°. *Nella disposizione adottata la corrente non cessa mai di circolare nelle eliche, e la macchina non si muove per una serie di impulsi che si succedono più o meno rapidamente, ma per una coppia di forze che agiscono continuamente.* 2°. *La costruzione circolare della calamita ruotante contribuisce, col precedente modo di successiva magnetizzazione, a dare regolarità al movimento, e minimo disperdimento di forza viva in urti o in attriti.* 3°. *In essa non si cerca che la magnetizzazione e la smagnetizzazione del ferro delle elettro-calamite si compia istantaneamente, cosa alla quale si oppongono e le extracorrenti, e la forza coercitiva della quale*

(1) Vedi nel Volume già citato, a pag. 12.
(2) Luogo citato, pag. 381-2.

non si può mai spogliare completamente il ferro ; ma si chiede solo che ogni porzione del ferro dell' elettrocalamita trasversale, sottoposta alle convenienti forze elettrodinamiche, passi successivamente per i varii gradi di magnetizzazione. 4°. *E le estese armature dell'elettrocalamita fissa seguitano ad agire sopra i denti della ruota magnetica abbracciandone un numero grande.* 5°. *Le scintille vengono aumentate di numero, ma molto diminuite d'intensità, giacchè non si hanno forti extracorrenti all' aprirsi del circuito, che può star sempre chiuso, e solo mentre la macchina agisce si ha una corrente indotta continua diretta in verso contrario della corrente di pila,* (1) ».

Bisogna confessare che non potevasi più nitidamente dar rilievo al valore dell' invenzione !

***

In parecchi dei nostri testi di Fisica Elementare (2) si afferma che il Pacinotti, nella sua invenzione, non ebbe di mira che la costruzione di una macchina elettro-magnetica, cioè di un motore ; non già la costruzione di una magneto-elettrica, che, assorbendo lavoro meccanico, fornisse corrente. Ora tale affermazione è contraria al vero, e, come tale, offensiva dei meriti dell'inventore italiano. Difatti, nell'ultima parte della citata Memoria, il Pacinotti così si esprime : « *Mi sembra che possa crescere il pregio di questo modello il poter ridurre con facilità la macchina, da elettro-magnetica a magneto-elettrica con corrente continua. Quando in luogo della elettro-calamita vi fosse una calamita permanente, e si facesse girare la elettro-calamita trasversale, si avrebbe infatti una macchina magneto-elettrica, che darebbe una*

---

(1) Nuovo Cimento. Tomo XIX, pag. 382-3.

(2) Ad esempio : nel *Corso Elementare di Fisica e Chimica per i Licei*, per il Prof. Ferdinando Palagi ; Torino, Ermanno Loscher Editore ; III Edizione, 1911 , Vol. III, pag. 285.

corrente indotta continua, diretta sempre nel medesimo verso. Per fare sviluppare una corrente indotta dalla macchina costruita, io avvicinava alla ruota magnetica i poli opposti di due calamite permanenti, o magnetizzava con una corrente la elettro-calamita fissa che vi si trova, e obbligava a girare sul suo asse la elettro-calamita trasversale. Tanto nel primo che nel secondo modo, otteneva una corrente indotta, continuamente diretta nel medesimo verso, che mostrava ad una bussula una discreta intensità, anche dopo d'aver attraversato il solfato di rame o l'acqua acidulata con acido solforico. La macchina magneto-elettrica che ne risulta avrà il vantaggio di dare correnti indotte sommate e dirette tutte nello stesso verso, senza bisogno di organi meccanici che le separino da altre opposte, o che rendano cospiranti le une con le altre. E questo modello ben dimostra come la macchina elettro-magnetica sia opposta alla magneto-elettrica, giacchè nella prima, circolando per i rocchetti la corrente elettrica introdottavi dai reofori, si otteneva il moto della ruota e il suo lavoro meccanico; e nella seconda, impiegando un lavoro meccanico per far girare la ruota, si ottiene una corrente che circola nei rocchetti, e si porta ai reofori, per essere introdotta nel corpo sul quale deve agire (1) ».

Sono parole che espongono nitidamente il *principio della reversibilità*, principio che se fu enunciato prima del Pacinotti, non era stato mai con tanta chiarezza enunciato, nè, tanto meno, più efficacemente dimostrato. Sono parole che pongono in luce sempre più viva i vantaggi dell'invenzione Pacinotti nel raccogliere e raddrizzare, col commutatore particellare, tutte le correnti indotte nelle matasse dell'anello, e fonderle in un'unica corrente continua. La fig. 36 rappresenta, in ischema l'apparecchio Pacinotti, disposto come macchina magneto-elettrica, cioè atta a dare corrente continua, quando l'anello centrale

---

(1) Luogo citato, pag. 383-4.

si ponga in rapido moto di rotazione; mentre il flusso del campo magnetico attraversando le spire dell'indotto passa *gradatamente* dal valore nullo al valore massimo per decrescere poi *gradatamente* a zero, tutto è armonicamente disposto perchè le correnti indotte convergano verso l'una delle spazzole e divergano al posto dell' altra; onde i conduttori, facendo capo alle spazzole, guidano la corrente nel circuito esterno.

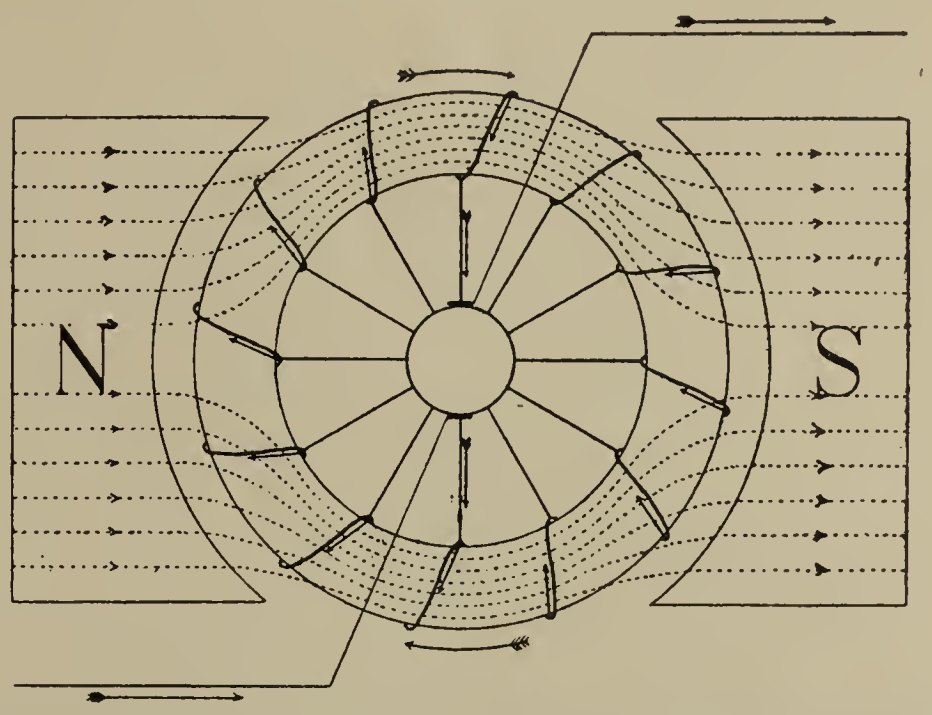


Fig. 36 — Schema di funzionamento della macchina Pacinotti usata come generatrice.

Il Pacinotti, per produrre il campo magnetico inducente, mostrò di preferire a un'elettro-calamita un magnete permanente d'acciaio, il quale non ha, come avea allora l'elettro-calamita, bisogno di un'eccitazione separata; solo sei anni appresso, Siemens nel Gennaio e Weasthome nel Febbraio del 1867, dimostrarono che potevasi usare per il campo magnetico un'elettrocalamita senza il bisogno di un'eccitazione separata: il debole magnetismo che rimane sempre nei nuclei di ferro dolce dell'elettrocalamita, è bastante ad eccitare nelle spire dell'indotto, posto in rotazione, una corrente iniziale debolissima; questa, o una frazione di essa, percorre le spire dell'elettrocalamita e ne accresce perciò la potenza dell' induzione; onde, dopo alcuni istanti di movimento, la corrente prodotta dalla macchina raggiunge il proprio valore normale. Le macchine magneto-elettriche *auto-eccitatrici* ebbero da Siemens il nome di *dinamo-*

elettriche, o, semplicemente, di *dinamo*; nome che tuttora conservano.

Ma, se prescindiamo da quest'ultimo importante innovamento dell'auto-eccitazione introdotta più tardi, è doveroso ripetere dell'apparecchio Pacinotti, disposto come macchina produttrice di corrente continua, quanto si è affermato già dell'apparecchio stesso usato come motore; cioè: « *che attraverso e dopo tutti i miglioramenti apportati alle dinamo, rimane attualmente utilizzata in esse tutta la sostanza dell' invenzione Pacinotti* ».

E questa è vera e grande gloria dell' invenzione; non tanto quello che passa, ma quello che rimane nella scienza, patrimonio di verità e di utilità comune, sorgente feconda di progressi avvenire (1), quello ha sopratutto diritto alla gloria!

***

Rimane ora che mi soffermi a illustrare il valore e i diritti di priorità dell'invenzione Pacinotti nei riguardi dell'invenzione attribuita al belga Zenobio Gramme. È questo un elemento necessario di una commemorazione quale la presente, e lo esporrò appoggiandomi soltanto ai documenti, ai quali il Pacinotti e il Gramme hanno affidato i frutti del proprio ingegno.

Chi fu Gramme? Il belga Gramme nacque nel 1826; non si applicò allo studio che per acquistare nell' infanzia i primi rudimenti del sapere e per abbracciare, ancora giovinetto, il mestiere del falegname. Svegliato d'ingegno, divenne abilissimo nella lavorazione del legno e dei metalli, e lo troviamo nel 1860

---

(1) Tra i progressi di cui l'*anello Pacinotti* diviene, oggi ancora, sorgente feconda e preziosa, è l' utilizzazione sua anche nel campo delle correnti alternate, al quale si poteva ritenere dovesse durare estraneo. Gli attuali *motori monofasi a collettore*, i cosidetti *motori a repulsione* utilizzano l' invenzione Pacinotti; e, in generale, essa è invocata co' suoi pregi, sempre meglio conosciuti ed apprezzati, a perfezionare la tecnica delle macchine industriali elettriche a corrente alternata, al fine di elevarne il fattore di potenza.

a Parigi in qualità di meccanico-elettricista e di modellatore presso la Società dell'Alliance già ricordata, e, più tardi, verso il 1865, presso l' officina di Froment, pure ricordato come inventore del motore elettrico che ne porta il nome.

Or bene, nella seduta del 17 Luglio 1871, il celebre fisico Jamin, Segretario Perpetuo dell'Accademia delle Scienze a Parigi, presentava all'Accademia stessa, una nota « *Sur une machine magneto-électrique produisant des courants continus* (1) ». In essa descrive l'indotto ad anello che chiama da Gramme, osserva che il campo magnetico nei modelli costruiti da Gramme

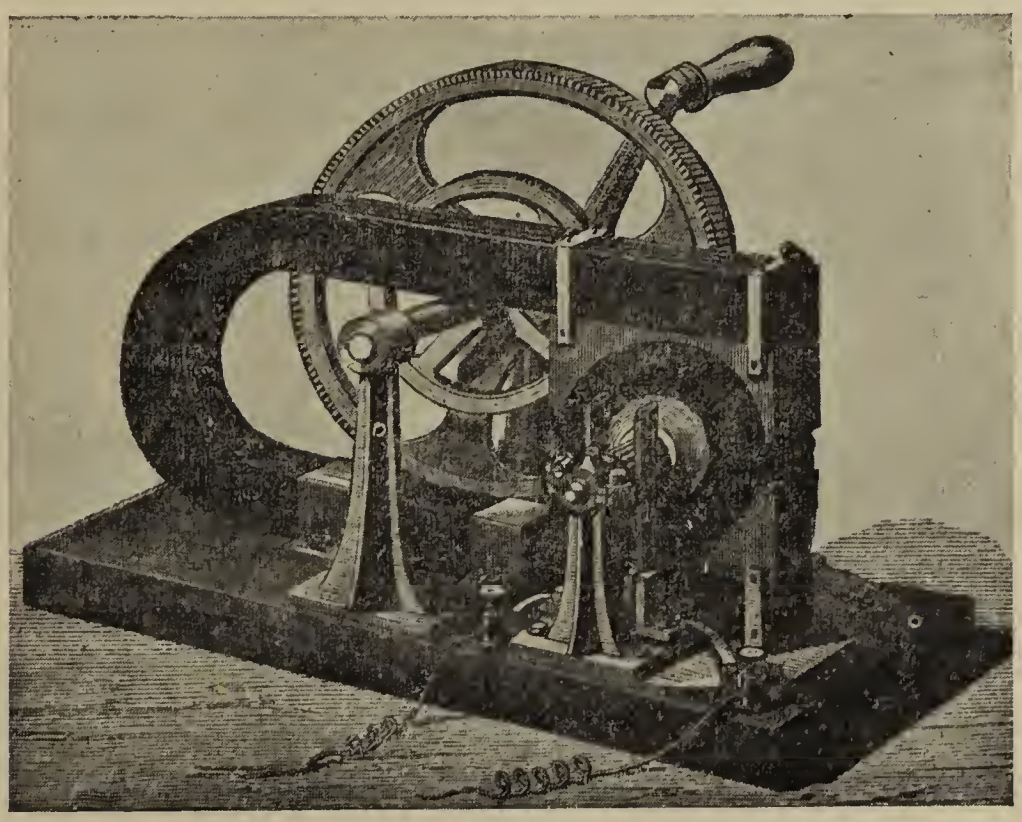


Fig. 37 — Macchina magneto-elettrica di Gramme.

è rappresentato tanto da un magnete permanente come da un'elettrocalamita, anzi da due elettrocalamite a quattro poli animate da una parte della corrente della macchina stessa, *profittando* — così Jamin — *del principio già noto del magnetismo residuo;* che la macchina Gramme produce corrente continua capace di decomporre l'acqua e di arroventare dei fili metallici; che tali effetti crescono colla velocità e dipendono poi dalla

---

(1) *Compte rendu des séances de l'Académie des Sciences*: 1871, T. LXXIII, pag. 175-8.

sezione del filo e dal numero delle spire; e conchiude che tale macchina potrà bene sostituire la pila così in applicazioni industriali, che in ricerche scientifiche.

Fin qui la relazione Jamin; e Gramme non poteva desiderare un più illustre, più colto ed anche più abile relatore. Le figure 37 e 38 offrono due tipi della macchina Gramme a due

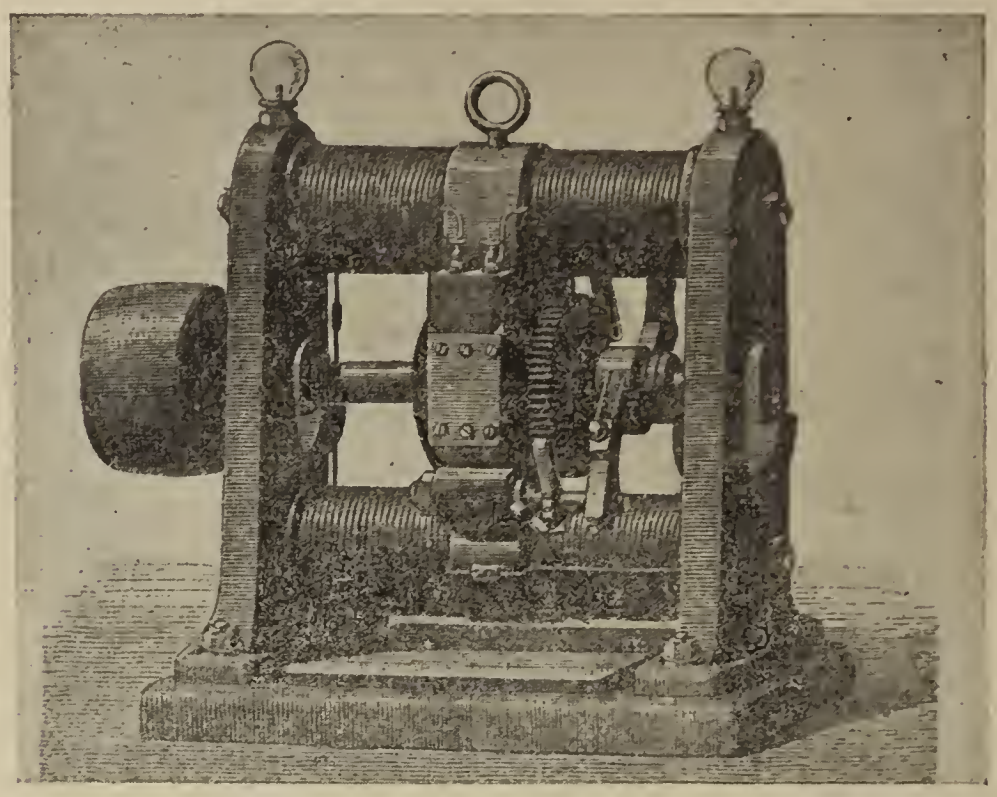


Fig. 38 — Macchina dinamo-elettrica di Gramme.

poli inducenti; l'una *magneto-elettrica*, l'altra *dinamo-elettrica*. Osservando le quali, si trova subito di che ammirare la bontà, l'estetica della costruzione e la cura del dettaglio. *Industrialmente*, la macchina Pacinotti non era efficace, quelle di Gramme lo sono. Ma, se prescindiamo dalla veste — la quale ha pure la sua importanza — quali elementi si trovano, nuovi, nelle macchine Gramme, che non fossero stati, prima del 1861 concepiti ed attuati? Tre elementi, ai quali si è di già accennato: l'anello dell'indotto, anzichè essere di ferro massiccio è a fascio di fili (vedi fig. 31); le matasse dell'indotto sono aumentate di numero (fig. 33); i poli inducenti sono, in uno dei modelli, quattro anzichè due. Questi tre elementi nuovi, ma solamente questi. Tutto il resto, vale a dire: *ciò che più si distacca, come nuovo ed originale, dalle invenzioni precedenti*,

ciò che di più caratteristico vi è; meglio ancora: ciò che forma come la sostanza della macchina Gramme, tutto e prima fu trovato dal Pacinotti. Di Pacinotti la forma speciale dell'indotto ad anello; di Pacinotti la forma speciale dell'avvolgimento, la forma genialissima del commutatore, atto a raccogliere, raddrizzare, fondere in una corrente continua le correnti indotte, senza brusche oscillazioni; di Pacinotti i rapporti tra gli avvolgimenti dell'indotto e quello della elettro-calamita inducente.

Questa la verità, che non può essere assolutamente contestata. Che se la macchina Gramme, a differenza della Pacinotti, è autoeccitatrice; questo progresso è dovuto — e Jamin espressamente lo indica — a Siemens e a Wheatsthone, che l'aveano quattro anni prima realizzato.

A questo punto si presenta spontanea la domanda, e non posso non raccoglierla: Gramme — e, aggiungiamo pure, Jamin, il relatore — conoscevano l'invenzione Pacinotti?

Silvanus Thompson, nelle sue Note Storiche già citate, afferma che il principio dell'indotto Pacinotti, nel 1870 « *à été de nouveau et tout à fait originalment retrouvé par Gramme* » (1). Un'affermazione questa troppo recisa; giacchè se è vero che il Prof. Pacinotti non pensò a comunicare a Riviste francesi, tedesche e inglesi la propria Memoria — e Siemens gliene fa quasi un rimprovero (2), riconoscendone la grande importanza, e deplorando che Gramme abbia così potuto annunciare l'invenzione come propria — è pur vero che a Parigi, fin dal 1865, giungevano più di 20 copie del *Nuovo Cimento*, la principale, se non l'unica, Rivista di Scienze Fisiche in Italia, la patria di Volta e Galvani; come appare strano che Jamin mostri di ben conoscere il principio dell'autoeccitazione scoperto nel Gennaio del 1867, e, a un tempo, di nulla sapere dell'invenzione Pacinotti, descritta nei *Nuovo Cimento* del 1865.

Affermazione, ripeto, troppo recisa, e alla quale fa con-

---

(1) Silvanus Thompson, l. c., pag. 13.

(2) Vedasi la lettera del Dott. Werner Siemens, Membro dell'Accademia delle Scienze di Berlino, in data 12 Febbraio 1875 al Prof. Pacinotti, nella già citata *Storia delle Macchine dinamo-elettriche*, ecc; *L'Elettricista*, Roma, 1905, pag. 345-6.

trasto vivissimo una dichiarazione formale del Prof. Pacinotti. Questi, in un Comunicato, segreto dapprima, ai Giurali delle Esposizioni del 1881 a Parigi e del 1884 a Torino, e reso poi pubblico nel 1905 dalla Rivista « *L'Elettricista* », afferma di avere, nel Luglio del 1865, cioè due mesi dopo la pubblicazione del *Nuovo Cimento*, nell'occasione di un viaggio da lui compiuto a Londra e a Parigi incaricato di ricerche scientifiche dal Governo Italiano — afferma di avere offerta e rilasciata copia della sua Memoria tanto a Jamin che a Gramme, e di aver aggiunto loro, intorno ad essa, ampie spiegazioni (1).

Ma ripigliamo l'esame dei documenti dell'epoca. Non appena la Relazione Jamin appare sul *Compte Rendu* dell'Accademia francese, il Prof. Pacinotti scrive, in data 20 agosto 1871, al Segretario Perpetuo dell'Accademia la seguente lettera (2):

« *Io trovo nel Resoconto della seduta del 17 Luglio 1871 una Nota del Signor Gramme, intorno a una macchina magneto-elettrica producente delle correnti continue, la quale è stata costruita sopra il principio dell'elettrocalamita trasversale, che io stesso aveva impiegato nel 1860, nella costruzione di una macchina elettro-magnetica* (motore), *ma che del pari utilizzai per produrre una corrente indotta continua. Io pubblicai una Memoria contenente la descrizione di tale macchina accompagnata dal relativo disegno, nel volume XIX del giornale* Il Nuovo Cimento. *E credo bene di inviarne a Lei un esemplare, con preghiera di presentarlo all'Accademia, a giustificazione e sostegno di questo mio reclamo.*

Io sono ben lungi dal contestare al Signor Gramme il merito d'aver esteso il principio dell'elettro-calamita trasversale, collocandovi intorno quattro poli anzichè

---

(1) Già citata: *L'Elettricista*, Roma, 1905 pag. 346-7.

(2) Già citata *Storia delle Macchine dinamo-elettriche*, ecc.; *L'Elettricista*, Roma 1905, pag. 346. Questa lettera trovasi nel *Compte rendu*, 1871, T. LXXIII, pag. 543-4.

due; ma io desidererei che fosse ben assodato che l'elettro-calamita trasversale girante, munita del proprio commutatore e influenzata dai poli di un' elettro-calamita fissa, è stata costruita da me nel 1860; essa produceva una corrente indotta continua, che segnalava al galvanometro una forte intensità, pur attraversando un voltametro. La mia macchina è ancora conservata nel gabinetto di Fisica Tecnologica dell' Università di Pisa ».

Questa la lettera al Segretario Perpetuo dell'Accademia. (Da ricordarsi, tra parentesi, che il Pacinotti scriveva contemporaneamente, e in forma privata, al Jamin (1), interessandolo a volersi adoperare per il riconoscimento del suo diritto di priorità; lettera questa, alla quale Jamin non rispondeva).

L'Accademia delle Scienze, nella tornata del 28 Agosto 1871, prende atto della lettera Pacinotti, seccamente, senza alcun commento e la rinvia alla Sezione di Fisica *(on renvoi à la Section de Physique)* (2); un rinvio burocratico, ch'è un obblio; giacchè l'Accademia non si occupa più del ricorso Pacinotti.

Il 2 Dicembre 1872 (3), Gramme fa, egli stesso direttamente, una comunicazione all'Accademia intorno alla propria macchina applicata alla galvanoplastica e alla produzione di luce; descrive la macchina, e in particolare l'indotto ad anello che chiama *suo*, senza fare nemmeno il nome di Pacinotti.

E chi sa, legge tra le righe, evidentemente, tutta la sollecitudine e tutta la preoccupazione del tacerlo; giacchè, finita la descrizione, Gramme soggiunge: « *la possibilité d'établir un nombre quelconque de pôles* (4) *est la chose la plus saillante de*

---

(1) idem, pag. 346.

(2) *Compte rendu*; 1871, T. LXXIII, pag. 543-4.

(3) *Compte rendu*, 1872, T. LXXV, pag. 1497-500. Séance du 2 Décembre: Note de M. Gramme: « *Sur les machines magnéto-électriques Gramme, appliquées à la galvanoplastie et à la production de la lumière* ».

(4) Colla parola poli, pôles, anzi *pôles conséquents*, il Gramme sembra alludere sia ai poli delle elettro-calamite fisse inducenti, sia al numero delle spirali dell' anello mobile.

La chiarezza dell' esposizione e la sicurezza della concezione, non

mon invention ». Ora, l'aver moltiplicato i poli non rappresentava certo la parte più importante della invenzione, s'egli si sentiva inventore della vera sostanza dell'indotto anulare; che s'egli non se ne sentiva inventore, dovea — tanto più dopo la comunicazione Pacinotti all'Accademia, che non possiamo supporre egli ignorasse — non tacere il nome dello scienziato italiano.

E questo è il meno che si possa dire. I meriti di Gramme sono al di sopra di ogni contestazione: tutta l'accuratezza posta nei particolari di costruzione delle sue dinamo, cosicchè potessero funzionare con buon rendimento e venissero di fatto largamente usate in applicazioni industriali, quali la galvanoplastica e la illuminazione — e quasi tutte le comunicazioni di Gramme che seguirono all'Accademia delle Scienze furono indirizzate a porre in luce questi felici risultati ottenuti (1) —; l'aver modificato il nucleo di ferro da massiccio in fascio di fili, per diminuire il riscaldamento; l'aver intuita la possibilità di aumentare, ed aumentato di fatto, i poli del campo magnetico; e, aggiungerò, l'aver egli, per il primo, felicemente espressa la possibilità di un trasporto dell'energia a distanza mediante

---

sono certo doti della Nota di Gramme. L'auto-eccitazione della sua macchina, già riconosciuta dallo Jamin nella prima Nota presentata all'Accademia il 17 Luglio 1871, e attribuita da lui giustamente al magnetismo residuo e all'essere i circuiti del campo magnetico in derivazione sui collettori; è invece, nella presente Nota, così *curiosamente* spiegata dal Gramme: « *La première aimantation à eu lieu sans le secours de piles; c'est l'életricité terrestre qui à rempli cette mission au moment ou je préparais des éléments Daniell pour l'obtenir* (*Compte rendu*, 1875, T. LXXV, pag. 1500.

(1) *Compte rendu*, 1874, T. LXXIX, pag. 1178-1182: « *Sour les nouveaux perfectionnements apportés aux machines magnéto-électriques* »; Note de M. Gramme, présentée par M. Bréguet — 1877, T. LXXXIV, pag. 1386-7: « *Recherche sur l'emploi des machines magnéto-électriques à courants continus* »; Note de M. Gramme présentée par Jamin.

l'elettricità (1); ed eseguitone un esperimento notevole (2) — ; c'è, in tutto ciò, di che far grande veramente, un nome. E si comprende come l'opera sua, esplicatasi in applicazioni in immediato contatto colle industrie, e in un tempo in cui queste applicazioni così vivacemente si attendevano; gli abbia valso fama, onori e premî. Nel 1874 Gramme ebbe un premio di L. 3000 dalla *Société d'Encouragement* di Parigi, la quale gli offerse più tardi la *grande medaglia d'Ampère*; dal Governo francese una ricompensa di 20.000 nel 1880; e nel 1888 il gran premio Volta di 50.000 lire dall'Accademia delle Scienze di Parigi (3). Gramme moriva nel 1901, e nel 1905 la patria gli inaugurava un monumento (4).

L'opera di Pacinotti rimase invece lungamente all'oscuro;

---

(1) *Compte rendu*, T. LXIX. Nella Nota già citata si legge a pag. 1182: « *Une application de la fonction renversée, est le transport de forces à grandes distances. Il suffit, en effet, d' établir une machine près d' une source de force motrice, et d' envoyer la courant produit dans une seconde machine au moyen d' un câble métallique, quelque soit d' ailleurs l' éloignement de la seconde machine et les sinuosités du sol* ».

(2) *La Grande Enciclopédie, inventaire raisonné des sciences, des lettres et des arts*, Paris, H. Lamirailt. Ed., nel T. XIX, p. 129, ricorda che « Gramme con M. Hippolyte Fontaine è riuscito a trasportare a 114 Km. di distanza l' energia di 50 cavalli con un rendimento del 52 % ».

(3) *L'Elettricista*, 1905, pag. 279; cfr. *La Grande Enciclopédie*, l. c., pag. 129.

(4) Fu nella circostanza della solenne inaugurazione del monumento avvenuta a Liegi il 7 ottobre 1905, che il prof. Eric Gerard, pronunciando il discorso ufficiale commemorativo, ricordò l'invenzione Pacinotti, ed escluse espressamente che il Gramme ne avesse comunque avuto conoscenza (*L'Elettricista*, Roma, 1905, pag. 277-9).

Il ricordo fatto dal Prof. Gerard di Pacinotti, fu a torto, severamente giudicato come offensivo dei meriti dello scienziato italiano; fu invece l'affermazione recisa del Prof. Gerard quella che indusse il Prof. Pacinotti a pubblicare la sua *Lettera aperta* alla Rivista *L'Elettricista*, Lettera già ripetutamente citata, nella quale appunto racconta d'avere, lui personalmente, data comunicazione dell' invenzione propria, tanto a Iamin quanto a Gramme, fin dall' Agosto 1865, a Parigi.

l'unico in Italia che lo abbia, fin dagli inizî, cioè nel 1872, sostenuto e difeso, fu il compianto Prof. Rinaldo Ferrini, nella *Rivista Scientifica Industriale* (1) e, più tardi, nelle due opere già citate, e, specialmente, in *Recenti Progressi dell'Elettricità* (2); e giustamente fu al Ferrini riconosciuta e in lui encomiata questa opera di rivendicazione (3). Nel 1873 l'Esposizione di Vienna premiava il Pacinotti con la medaglia del progresso; l'Esposizione di Parigi del 1881 gli conferiva il Diploma d'onore: e, nel 1884, il Giurì dell'Esposizione internazionale di Torino, per opera specialmente dei Professori italiani Govi e Ferraris, proclamava il Pacinotti inventore della prima macchina a spirale anulare e a corrente continua.

Ma, se l'opera di Pacinotti, mantenendosi solitaria nel campo del laboratorio scientifico, non ebbe che molto tardi il riconoscimento dovuto, e non ottenne mai compenso di premî materiali, è tanto più doveroso il tributo di ammirazione a Lui; e tanto più ch'egli non potrebbe essere, ne' desiderî suoi, più

---

(1) *Rivista Scientifico Industriale*, Firenze. Anno IV. 1872, pag. 198: *Nota del Dottor Rinaldo Ferrini intorno a una macchina elettro-magnetica del Dottor Pacinotti e ad una armatura da lui detta traversale; a proposito della macchina magneto-elettrica del Sig. Gramme.* Questa Nota rappresenta un'importantissima rivendicazione del diritto di priorità dell'invenzione Pacinotti, sia per la data in cui fu fatta, sia perchè veramente completa; ed è a dolersi che questa Nota sia stata dimenticata nell'elenco dei lavori dell'illustre fisico italiano (vedi: *Storia della Fisica Elementare* di Flaviano Cajori, tradotta in italiano dal Dott. Dionisio Gambioli; Bologna, Nicola Zanichelli, 1909; 3 Appendice sui *Fisici italiani dei tempi recenti*, pag. 479).

(2) Pag. 113-18.

(3) Vedi: *Storia della Fisica Elementare*, l. c., pag. 477; *Annuario Scientifico Industriale*, Fratelli Treves Editori, Milano. Anno XLV, 1908, pag. 573.

In queste due pubblicazioni, però, è stata, ripeto, dimenticata l'importante Memoria del Ferrini, pubblicata, fin dal 1872, nella *Rivista Scientifica Industriale* di Firenze; di più l'espressione: « *il merito... di aver escogitato la pratica disposizione del collettore spetta al Gramme...* » riportata in entrambe le pubblicazioni, mi sembra un poco impropria, e non riflettente esattamente il pensiero del Prof. Ferrini. espresso nell'opera già citata: Recenti Progressi dell'Elettricità, pag. 119.

modesto: « *Io desidero che sia ben assodato che l'elettro-calamita ad anello, girante, munita del suo commutatore e influenzata per i poli d' un elettro-calamita fissa, atta a produrre una corrente continua, è stata costruita da me nel 1860* (1).... ; *esprimo il desiderio che nei libri d' insegnamento* (s' intende — dirò io — *di ogni paese, anche della Francia*) *non venga soppresso* (e, aggiungerò io: *o dato a metà*) *il ricordo della macchina da me costruita nel 1860* (2) ».

Un ricordo, e finisco. Da un anno circa il Pacinotti lavorava assiduamente a comporre il nuovo tipo di macchina elettro-magnetica, quando, nella primavera del 1859, scoppiava la guerra franco-italiana contro l'Austria, e... ma lasciamo la parola a Lui:

« *A questo punto il mio lavoro venne interrotto dalla guerra, alla quale presi parte come sergente nella 2ª Compagnia della Divisione Toscana del Genio Militare. Ero a Goito, seduto sopra un ciglio vicino ai fasci dei fucili, quando pensai, per la prima volta, di aumentare la influenza magnetica della elettro-calamita fissa sopra l'anello, col fare al ferro di esso alcuni denti che sporgessero a riempire gli intervalli fra i rocchetti dal lato esterno dell' anello ....* (3) ».

Espressivo episodio, che dimostra come nemmeno le fatiche e le preoccupazioni di una campagna militare valevano a distorglierlo interamente dai prediletti studî scientifici; e, a un tempo, come l'amore alla scienza non gli aveva impedito di arruolarsi, volontario, nelle guerre per la libertà e l'indipen-

---

(1) Comptes rendus, t. LXXIII, pag. 543.

(2) *L'Elettricista*, l. c., nella chiusa della *Lettera aperta* all'*Elettricista*, pag. 347.

(3) *L'Elettricista*, l. c., pag. 343.

denza del suo paese. Ricordo, che ci rende ora il tributo, se non più alto, certo più caldo, alla memoria di Lui, che alla grandezza della patria e al suo posto d'onore tra le nazioni civili nel campo del progresso scientifico, consacrò, con valore pari alla modestia, i frutti del suo ingegno; e sul campo di battaglia era pronto ad offrire alla patria, con eroica semplicità, il sacrificio del sangue.

Dott. Alberto Tulli

VERSO UN PRIMO PROFILO DI LETTERATURA GEOGRAFICA SULLA TRIPOLITANIA

Come in questi giorni l'attenzione comune è rivolta, in modo speciale, alla Tripolitania, non ci è sembrato di far cosa inutile raccogliere, quasi in una sintesi, la letteratura geografica relativa, perchè possa aversi una idea chiara delle nostre fonti scientifiche sulla Tripolitania.

La fase storica, nella quale ci troviamo, ci lascia prevedere che il lavoro attuale, domani, sia già arretrato, per nuova e più esuberante produzione scientifica; ma, a destarla e ad intensificarla, tende appunto codesta ricerca, la quale potrà offrire la via, spianata in parte, a coloro che, con intelletto di scienza, si addentreranno nella indagine scientifica e corologica di quella regione africana.

Si è già scritto molto sulla Tripolitania; ma noi crediamo che scientificamente non debba procedersi a seconda dei tempi e del momento. Adesso una cosa può, tuttavia, ben farsi: seguire da vicino la produzione della letteratura geografica, per procurare, poi, dei buoni lavori, frutto di ricerche minute e pazienti. Ciò non significa che degli studi seri non siano apparsi ora nell'orizzonte della Bibliografia tripolina! Il nostro è un lavoro di compilazione, è vero; ma solo può apprezzarlo chi oramai conosce la procedura della elaborazione scientifica, in cui una buona ricerca bibliografica è la base fondamentale e la migliore promessa di ottima riuscita.

Arturo Issel, l'illustre professore di geografia dell'università di Genova, non scrisse forse la bibliografia scientifica della Liguria? Pur tuttavia, noi, lungi dal riprometterci di fare opera elevata ed esauriente scientificamente, desideriamo, con uno scopo modestissimo, di offrire un profilo di bibliografia delle opere tripoline più ovvie e più comuni; forse ricerche più profonde e più analitiche potranno condurci ad una raccolta ampia, completa, esauriente. Un profilo di bibliografia,

dunque, noi ci proponemmo, come in un quadro sintetico, che desse modo di orientarsi almeno in una prima fase, negli studi geografici, corologici, di quelle terre africane; e tale vuol essere l' opera presente.

Possediamo già una « Bibliografia della Libia (Torino, 1903) » del Minutilli; noi ad essa rimandiamo chi voglia addentrarsi in tali indagini, contenti solo di additare, sempre in un profilo, si noti, varie opere anteriori e posteriori a quell' anno.

Vi è, poi, una eccellente raccolta bibliografica del Playfair « Bibliografy of the Barbary States » in R. I. G. Sup. Pap. (parte I, Tripoli and the Cyrenaica); va fino al 1889 e contiene 579 volumi circa.

Occorre, poi, rilevare apppena come la piccola raccolta presente non aspiri davvero ad essere la continuazione dell' opera del Playfair nè di quella del Minutilli, colmando la laguna fino ai giorni nostri.

Chi lo desidera, potrà avere il concetto bibliografico rifacendosi a quelle due opere e trovando altre indicazioni, per quanto non complete forse, nello studio attuale. Questo il nostro tenue profilo di bibliografia della Tripolitania!

E tale vuol essere l' opera attuale, nè più nè meno; è un primo tentativo odierno verso la letteratura geografica di quella regione; ma non è escluso che chi raccolse questo primo nucleo, vi torni per aggiungervi quello che può mancarvi e quello che l' abbondante produzione bibliografica degli ultimi anni ci lascia sperare per il futuro.

***

Le indicazioni bibliografiche seguono, per ordine cronologico, fino a tutto il novembre 1911, quantunque vi figuri un testo che prenunzia il 1912. Incominciamo dal 1754; e la parte classica e medioevale? Noi abbiamo voluto offrire delle fonti per la conoscenza attuale della Tripolitania; chi andrebbe, poi, a consultare i geografi antichi per esaminare che cosa sia oggi, attualmente, la Tripolitania?

La parte classica e medioevale non è, dunque, nel nostro intento, e va oltre.

BIBLIOGRAFIA

1. Istoria degli Stati di Algeri, Tunisi, Tripoli e Marocco, trasportate fedelmente dalla lingua Inglese nell'Italiana; 1754. Londra.

2. Histoire des Etats Barbaresque qui exercent la pirateria, contenant l' origine, les révolutions, et l' état présent des Royaumes d'Alger, de Tunis, de Tripoli et de Maroc... Par un auteur qui y a residé plusieurs années avec caractère public. Traduit de l'Anglois; 1757, Chanbert, Paris.

3. Hornemann, Journal from Cairo to Mourzouk, London, 1802.

4. Hornemann F. « Voyage dans l'Afrique septentrionale etc.... »; 1803, Dentu, Paris.

5. Della Cella, Viaggio da Tripoli di Barberia alle frontiere occidentali dell'Egitto; Genova 1819.

6. Lyon G. F., A Narrative of travels in Northern Africa; London, 1821.

7. Lyon G. F. « Voyage dans l' intérieur de l'Afrique septentrionale en 1818, 1819 et 1820 » in Collect. de voyages modernes, vol, XIX; 1822, Gide Fils, Paris.

8. Cervelli Augusto « Extrait du journal d' une expédition faite en 1811 et 1812, de Tripoli à Derne tenu par M. Aug. Cervelli, de Pise, rédigé par M. Delaporte » in Rec. de voyages et de mémoires de la Soc. de Geogr., vol. II; 1825, Paris.

9. Richtie, Denham, Clapperton, Narrative of travels and discoveries in Northern and Central Africa; London, 1826.

10. Pacho I. R. « Relation d'un voyage dans la Marmarique, la Cyrénaïque, et les oasis d'Audjelah et de Máradèh, accompagnée de cartes géographiques et topographiques, et de planches représentant les monuments de ces contrées »; 1827, Paris, Firmin-Didot.

11. Beechey F. W. e H. W., Proceedings of the expedition to explore the northern coast of. Africa; London, 1828.

12. Beechey « Proceedings of the Expedition to explore the Northern Coast of Africa »; 1828, Londra.

13. Beechey F. W. e Beechey H. W. « Proceedings of the expedition to explore the northern coast of Africa, from Tripoly eastward; in 1821 and 1822. Comprehending on account of the greater Syrtis and Cyrenaica; and of the ancient cities composing the Pentapolis »; 1828. Murray, London.

14. Denham « Narrative of travels and Discoveries »; 1828. London.

15. Pacho « Cirenaica Marmarica » in Eyries G. B. Compendio dei viaggi moderni. Prima versione italiana; 1830-34, Antonelli, Venezia,

16. Pacifico di Monte Cassiano « Relation succinte de la Pentapole Libyque par le R. P. Pacifique de Monte Cassiano. Traduite de l'italien par Delaporte »; 1839 in Rec. de voyages et de memoires publ. par la Soc. de Géogr., vol. II.

17. Pezant A., Voyage en Afrique au royaume de Barcah et dans la Cyrénaïque; Paris, 1840.

18. Richardson, Travels in the Great Desert of Sahara; London, 1848.

19. Barth H., Wanderungen durch das Punische und Kyrenaïsche Küstenland; Berlin, 1849.

20. Hoefer F., Reggenza di Tripoli (nell'Universo o Storia e descrizione di tutti i popoli, ecc.); Venezia, Antonelli, 1853.

21. Richardson, Narrative of a mission to Central Africa; London, 1853.

22. Vogel E., Reise nach Central Africa (nella Mitth. di Petermann, 1855).

23. Hamilton James « Wanderings in North Africa »; 1856, Murray, London.

24. Barth « Travels and Discoveries in North and Central Africa »; 1857, London, e, in seconda ediz. 1890.

25. Cherbonneau A. « Relation du voyage de M. le capitaine de Bonnemain a R, Dâmes (1856-57) » in Nouv. Ann. des voyages. juin 1857; 1857 Bertrand, Paris.

26. Beurmann M., Reise von Bengasi nach Mursuk und von Mursuk nach Wau (nelle Mittheil. Suppl. 1862-63).

27. Vatonne, Mission de Ghadamès (1861), Rapport Officiel; Alger, 1862.

28. Mincher, Polignac, Vatonne and Hoffmann « Mission de Ghadamès 1862, Rapport officiels et documents à l'appui; 1863, Duclaux, Alger.

29. Duveyrier H., Exploration du Sahara; Les Tonaregs du Nord; Paris, 1864.

30. Smith et Porcher « History of the recent Discoveries at Cyrene »; 1864, Londra.

31. Th. Mommsen « The Provinces of the Roman Empire », London 1866; con le provincie della Cirenaica e della Tripolitania.

32. Tully Richard « Narrative of ten years' residence at Tripoli in Afrika »; 1866 Colburn, London.

33. Rohlfs G., Reise durch Nord Afrika, ecc., Gotha, 1868.

34. Von Malzan Heinreich « Reise in den Regentschaften Tunis und Tripolis »; 1870, Leipzig, Dyk.

35. Rohlfs Gerhard « Von Tripolis nach Alexandrien »; 1871, Bremen, Kühtmann.

36. Lodovici Salvatore di Lorena-Absburgo « Jacht Reise in den Syrten, 1873; 1874, Mercy, Prag.

37. Daveau « Excursion à Malte et en Cyrénaïque »; 1876, in Bulletin de la Société botanique de France, XXIII.

38. Rahe Edwards « The country of the Moors. A journey from Tripoli in Barbary to the city of Kairwân »; 1877. Murray, London.

39. Ascherson Paul « Reise nach der Kleinen Oase in der Libyschen Wüste in Frühjahre 1876 » in Mitt. Gg. Ges. Hamburg, 1876-77; Hamburg, 1878.

40. Berlioux E. F. « La première école de géographie astronomique et la prochaine découverte du pays des Garamantes »; 1878, Perrin et Marinet, Lyon.

41. Largeau V., Le Sahara; Paris, 1877.
Idem , Le pays de Rirha, Paris, 1879.
Idem , Second voyage à Rhadamès; Paris, 1879.

42. Nachtigal « Sahara und Sudan »; 1879, Berlino.

43. Nachtigal G., Von Tripolis nach Fezzan; Gotha, 1879.

44. Camperio, Gita nella Tripolitania (nell'Esploratore, 1880).

45. Duponchel A. « Les oasis et la culture du dattier dans le Sahara » in Revue de deux mondes; 1880, Parigi.

46. Arbib E. « L'allevamento degli struzzi a Tripoli » in L'Esploratore; 1881, Milano.

47. Brunialti Attilio « Algeria, Tunisia, e Tripolitania. Studi di Geografia politica »; 1881, Treves, Milano.

48. De Bisson Léon « La Tripolitaine et la Tunisie, avec les reinsegnements indispensables au voyageur »; 1881, Leroux, Paris.

49. Rohlfs G., Neue Beiträge zur Entdeckung und Erforschung Africa's; Cassel, 1881.

50. Rohlfs Gerhard « Kufra. Reise von Tripolis nach der Oase Kufra, ausgeführt im Auftrage der Afrikanischen Gesellschaft in Deutschland. Nebst Beiträgen von P. Ascherson, J. Hann, F. Karsch, W. Peters, A. Stecker »; 1881, Leipzig, Brockhaus.

51. Rohlfs Gerardo « Kufra: Reise von Tripolis nach der Oase Kufra »; 1881, Lipsia. Pag. 544 con fig. e carte. Quelle del Rohlfs sono classiche per la Tripolitania, il Rohlfs formò l'opinione geografica tedesca, più o meno, sulla regione.

52. Haimann Giuseppe « Cirenaica » in B. Soc. Geogr. it. 1882; 1882, Roma.

53. Bettoli Parmenio « Il vero sulla Tripolitania » in periodico Africa; 1883, Società africana d'Italia, Napoli.

54. Charmes Gabriel « La Tunisie et la Tripolitaine » ; 1883, Calmann Lèvy, Paris.

55. Georg Schweinfurth « Una visita al porto di Tobruk » in L' Esploratore, p. 207, 1883.

56. Rizzetto Rizzardo « I commerci di Tripoli e quelli dei Sudan » in giornale « Il Diritto », 1883, Roma, Civelli.

57. Rizzetto Rizzardo « La Tripolitania quale risulta dai viaggi di G. Rohlfs », 1883, Roma, Pirelli.

58. Incidenti di Tripoli « Docum. Dipl. presentati al Parl. Italiano » in Legisl. XV, sess. I, 5 aprile; 1884, tip. Cam. Dep., Roma.

59. Lupi E., La Tripolitania secondo le più recenti esplorazioni ; Roma 1885.

60. Haimann G., Cirenaica ; Milano, 1886.

61. Hamann Giuseppe « Cirenaica (Tripolitania) II ediz. ; 1886, Hoepli, Milano.

62. Rohlfs Gerhard « Quid novis ex Afrika? » ; 1886 Cassel, Fischer.

63. Beltrame C. « La palma del dattero nell'emisfero settentrionale dell'Africa » in Atti del R. Istituto Veneto ; vol. V, 1887.

64. Bricchetti-Robecchi Luigi « Notizie sull'Oasi di Siuwah » in Arch. Antr. Etn. 1887; 1887, Landi, Firenze.

65. Fournel M., La Tripolitaine. Les routes du Soudan; Paris, 1887.

66. Rohlfs G. « Tripolitania da G. Cora, Viaggio da Tripoli all' Oasi di Kufra » ediz. italiana di Guido Cora; 1887, Milano, Vallardi.

67. Zittel Karl A. « Ueber den Geologischen Bau der Libyschen Wüste (Festrede gehalten in der öffente. Sitzung der K. C. Akad. der Wissensch. zu Münken zur Feier ihres CXXI Stiftungstages (28 März) am 20 März 1880 »; 1887, Müncken.

68. Kohn-Abrest F. « La Tripolitaine et l'Égypte etc. »; 1888, Delagrave, Paris.

69. Vivarez M. « L'halfa. Étude industrielle et botanique »; 1888, Parigi, Barbier.

70. Dabbene « L'allevamento degli struzzi » in Espl. Comm.; 1889, Milano, nelle pagine 218, 288, 314, 362, 380.

71. Brichetti-Robecchi Luigi « Sul dialetto di Siwah » in Rend. R. Acc. Linc. d. sc. M. 1889; 1889, Roma.

72. Bricchetti-Robecchi Luigi « Un' escursione attraverso il deserto libico all'Oasi di Siura » in Boll. S. G. It. 1889; 1899, Roma.

73. Playfair R. L. « Bibliografy of the Barbary States ». Part 1, Tripoli and the Cyrenaica; 1889, London, in R. G. I. Sup. Pap., vol. II. Contiene 579 vol. circa.

74. E. Blanc « Les routes de l'Afrique septentrionale au Sudan » in Bull. de la Soc. de Géogr. de Paris, 1890, vol. XI, Parigi.

75. Brichetti-Robecchi Luigi « All'oasi di Giove Ammone »; 1890, Treves, Milano.

76. Wallraff W. I. « Geographische Verbreitungs-Geschichte und Kommerzielle Bedeutung der Halfa » in Deutsche Geogr. Blätter; 1890, XII, Brema.

77. Ganiayre C. « L'Alfa » in Espl. Comm.; 1891, Milano.

78. Tripolitania ed Eritrea per un ex deputato; 1891, Livorno, Vigo.

79. Da Mosto Andrea « Lettera inedita sulla spedizione di Filippo II re di Spagna contro Tripoli » in R. Mar. 1892; 1892 Forsani e C., Roma.

80. Te Toni G. B. « Secondo pugillo di Alghe tripolitane » in Rend. R. Acc. Linc. cl. sc. fis. 1892; Roma.

81. Monteil P. L. « De Saint-Louis a Tripoli par le lac Tchad, voyage au Travers du Soudan et du Sahara, accompli pendant les années 1890-91-92 »; 1894, Alcan, Paris.

82. Rainaud Armand « Quid de natura et fructibus Cyrenaicae Pentapolis antiqua monumenta, cum recentioribus collata nobis tradiderint. Tesim Facult. Litter. Parisiensi proponebat A. Rainaud »; 1894, Parisiis, Colin.

83. D'Attanaux B. « Tripoli et les voies commerciales du Sudan » in Ann. de Géogr.; Parigi, 1895-96, vol. V.

84. G. Haenel « Die Morphologie und Hydrographie der Ooasen in der Sahara »; 1895, Bunzlau.
È citata per riguardo delle differerenziali tra le Oasi e gli Uadi, di cui anche in Tripolitania.

85. Ayra Giuseppe « Tripoli e il suo clima »; 1896, Torino, Roux.

86. Bricchetti-Robecchi « Il commercio di Tripoli » in M. S. Gg. It. Vol. VI; 1896 Roma.

87. Ayra G. « Tripoli ed il suo clima »; 1896, Torino, Roux.

88. Toutain Iules « Notes sur quelques voies romaines de l'Afrique proconsulaire »; ou Mélanges d'Archéol. et d'hist. publ. par l'école franç. de Rome, t. XV, XVI; 1896, Cuggiani, Rome.

89. H. S. Cowper « The Hill of the Graces »; 1897, London.

90. Leroy-Beaulieu P. « L'Algerie et la Tunise »; Parigi, 1897.

91. Grothe L. H. « Tripolitanien, Landschaftsbilder und Völkertypen » 1898, Leele und Co., Leipzig.

92. G. Roncagli « Marina e colonie » in Lega navale; 1900, pag. 36, Spezia.

93. E. Heawood « The commercial ressources of Tropical Africa » in Scottish Geographical Magazine; 1900, t. XVI, Edimburgo.

94. Foreign Office in The Geog. Journal « Naturae Resources of Tripoli »; 1901, vol. 17, Londra.

95. V. Bérard « La Tripolitaine » in Revue de Paris; 1902, febbraio, Parigi.

96. Iago « Trade and economie state of Vilayet of Tripoli during the past fourty years » in Diplom. and Cons. Reports. Misc.; 1902, Londra.

97. Dornin P. « La question de la Tripolitaine » in Revue de Géographie; 1902, aprile, Parigi.

98. F. Minutilli « La Tripolitania »; 1902, Torino, Bocca.

99. G. Ricchieri « La Tripolitania e l'Italia »; 1902, Società editrice Dante Alighieri, Roma.

100. S. Giannò « Il commercio della Tripolitania » in Bollettino del Min. A., I. e C.; 1902, marzo, vol. I. Roma.

101. Minutilli « Bibliografia della Libia » Torino, 1903.

102. Gribaudi P. « Ghadames, Ghat, e l'hinterland » della Tripolitania » in Italia moderna, 1903.

103. De Mathuisieulx « Voyage en Tripolitaine en 1903 » in Bull. de la Soc. de Géogr. Comm. de Paris; 1903, vol. XXV, Parigi.

104. Morel T. E. « Affairs of West Africa »; 1903, Heinemann W., Londra.
Duchène A. tradusse il precedente nella Revue Coloniale; 1903, Parigi.

105. Gimmelli Martino « La Tripolitania nei rapporti coll'Economia e colla Difesa marittima »; 1904, Città di Castello.

106. A. Medana « Il vilayet di Tripoli di Barberia nell' anno 1902 » in Bollettino del Ministero degli Esteri; 1904, novembre, Roma.

107. Hildebrand Gotthold « Cirenaïca als Gebriet Künftiger Besiedelung »; 1904, Bonn, Georgi.

108. Chevalier Mission « Rapport » in Revue Coloniale; 1905, maggio, Parigi.

109. Revest N. « L' « hinterland » tripolino » in Giornale d'Italia, 16 Maggio 1905, Roma.

110. Di Palma F. « L'importanza di Tripoli dipende dall'oasi di Ghadames » in Il Messaggero; 1905, 29 aprile, Roma.

111. G. Laganà « Tripoli e i suoi dintorni », in Bollettino della Soc. Afric. d' Italia; 1905, aprile, Napoli. Anno XXIV.

112. Decorse « Rapport économique et zoologique sur la region du Tchad » nei Renseignements coloniaux et Documents publiés par le Comité de l'Afrique française; 1906, Parigi, maggio.

113. Vincenzo Rossi : cfr. i suoi scritti in Rivista coloniale e in Rivista militare italiana, dal 1906 in poi.

114. Afrit « Tripolitania Agricola » in Rivista coloniale; 1907, settembre, pagg. 209-231, Roma.

115. Afrit « I confini e l'hinterland della Tripolitania » in Rivista coloniale; 1907, aprile e maggio, pagg. 302-305, Roma.

116. E. Banse « Tripolis und seine Meschia » in Petermanns Mitteilungen; 1908. vol. 54.

117. G. De Martino: i suoi rapporti annuali a partire dal 1908, in poi, in « Bollettino del Ministero di Agicoltura, Industria e Commercio.

118. Martinuzzi ed Eredia « Il clima di Tripoli di Barberia » in Annali dell'Ufficio centrale di Meteorologia e Geodinamica; vol. XXX, parte 1, 1908, Roma.
Il periodo di osservazione, tolto in esame, è di quindici anni, dal 1891 al 1907.

119. Motta R. « La Tripolitania »; l'autore, console a Tripoli, conseguì questo rapporto in Boll. del Ministero degli Esteri; 1908. luglio, Roma.

120. Afrit « Tripolitania » in Rivista militare italiana; 1909, pagg. 1799-1824, 2000-2024, 2216-2228, 2334-2369; Roma.
Vi parla del terreno, delle acque, del clima e delle comunicazioni.

121. Gregory I. W. « Report on the Work of the Commission to examine the Territory prosoped for a Iewish Settlement in Cyrenaïca; 1909, London.

122. Iamy Bey « Ghat and its Surroudings »; 1909, August, in The Geographical Journal.

123. H. Vischer « Across the Sahara from Tripoli to Bornu »; 1910, London.

124. E. Banse « Der arabische Orient »; 1910, Leipzig.

125. Meunier S. « Aperçu géologique sur la Tripolitaine » in « Florae Libycae Prodromus » di E. Durand e G. Barratte; 1910, Ginevra.

126. Enrico Corradini « L'ora di Tripoli »; 1911, Treves, Milano.

127. Vittorio Nazari « Tripolitania » con 64 illustrazioni; 1911, Roma.

128. Revue française de l'étranger et des colonies « L'Italie et la Tripolitaine »; 1911 ottobre, n. 394, tomo XXXVI.

129. Federico Musso « La Tripolitania e la Cirenaica » sunto geografico, storico e commerciale, 1911, Vallardi.

130. Goffredo Iaia « Sul valore economico della Tripolitania »; 1911, Loescher, Roma: estratto dal fasc. XI del Boll. Soc. Geogr. Italiana; cfr. anche quanto l'autore ne scrisse nel 1905 in Fasc. IX, 1905 del Boll. medesimo: pagg. 653-677.

131. P. Vigoni « Tripoli nostra! » in L'Espl. Comm.; 1911, ottobre, fasc. X.

132. Giannò Salvatore « I bacini minerosi della Tripolitania » in L'Espl. Comm.; 1911, Ottobre, fasc. X.

133. Pera Giacomo « Bengasi e dintorni » in L'Espl. Comm.; 1911, ottobre, fasc. X.

134. A. M. Annoni « Le attuali risorse di Tripoli » in L'Espl. Comm.; 1911, ottobre, fasc. X.

135. G. Manfroni « Tripoli e i marinai italiani nell'antichità »

in Lega Navale, sec. quind. di ottobre 1911. L'Art. è in continuazione.

136. G. Astuto « Il primo ciclo delle guerra tripolina » in Riv. Nautica, in sec. quind. di ottobre n. 20-21, 1911.

137. Di Palma Federico. « I porti della tripolitania e della Cirenaica etc... » in periodo precedente.

138. Guido Cora « Viaggi di G. Nachtigal nella Tripolitania, Sahara e Sudan centrale », Roma, 1911.

139. Di Palma Federico « L'imp. polit. e strategia della Tripolitania » in Riv. naut.; 1ª quindicina di ottobre, 1911, fasc. 19.

140. Oesterreichische Monatsschrift für den Orient « Tripolitanisches Verkehrswesen »; 1911, ottobre, n. 10 pag. 159; veggasi anche nel medesimo « Cirenaica ».

141. G. D. « L'Italie et la Tripolitaine »; 1911, ottobre, Paris: in Revue Française de l'Etranger et des Colonies.

142. Adolf Vischer « Tripoli » in The Geographical Journal; 1911, novembre, n. 5, vol. XXXVIII, London: pagg. 487-494.

143. Ario Tribel « Per la nuova colonia italiana » in Riv. del Touring Club italiano; 1911, novembre, n. 11.

144. Guido Cora « Il valore della Tripolitania » in N. Antologia, 1 novembre 1911, fasc. 957.

145. Henry Sage « La situation de l'Egypte dans le conflit italo-turc » in Questions Diplomatiques et Coloniales; 1911, novembre, n. 353, Paris.

146. H. Marchand « Le conflit italo-turc et l'Islam » in period. prec.; n. 353, pag. 551.

147. Checchi Socrate « Attraverso la Cirenaica » con 104 incisioni da istantanee, 1912, Voghera, Roma.

Così abbiamo dovuto arrestarci a tutto il novembre 1911 quantunque vi sia incluso l'ultimo lavoro (1912) edito in tempo utile. Chi sa che qualche importante lavoro elaborato a cura di qualcuno dei soldati italiani, attualmente nel teatro della guerra, non venga ad arricchire la collezione! Lo speriamo.

Roma, novembre 1911.

LA MEDAGLIA COMMEMORATIVA
DELLA NUOVA SPECOLA VATICANA

Proprio un anno fa, il S. Padre inaugurava la nuova sede della Specola Vaticana. Erano presenti tutti gli astronomi dell'Osservatorio con il presidente Card. P. Maffi, alcuni nobili e dignitari della corte, parecchi rappresentanti della stampa nazionale ed estera. Il nostro direttore Card. P. Maffi lesse un discorso, ricco di pensiero, elegante nella forma, che dalla prima parola all'ultima fu un inno all'Astronomia. Appena egli ebbe terminato di leggere il discorso, il S. Padre che attentamente lo aveva ascoltato, gli tolse di mano lo scritto, e gli disse: « Vi manderemo le bozze a Pisa; è troppo bello! ». E rivoltosi poi agli astronomi dell'Osservatorio ed in special modo al direttore, si rallegrò con loro per i lavori scientifici compiuti e per quelli ancora in corso, su i quali Egli implorò l'Apostolica Benedizione.

Come ricordo di tale solennità è stata coniata e distribuita in quest'anno una medaglia commemorativa la cui immagine è qui riprodotta.



Il recto rappresenta l'effigie del Sommo Pontefice con la scritta:

PIUS X. PONT. MAX. AN VIII.

il verso, una figura allegorica dell'Astronomia. Questa è rap-

presentata da una giovane che, seduta, tiene aperto sulle ginocchia il libro delle osservazioni astronomiche, mentre alla rinfusa intorno a lei stanno dei libri e delle carte, un cannocchiale, una clessidra, un compasso, un globo celeste. Ella indica con la mano sinistra tutto l'insieme dell'Osservatorio con le cupole slanciate nei cieli dal bel verde dei giardini vaticani, e pare in atto di pronunziare le parole scritte nell'alto della medaglia:

AMPLIOREM IN HORTIS VATICANIS
MIHI SEDEM ADORNAVIT.

I nostri lettori ebbero un'illustrazione dei nuovi lavori, dovuti alla munificenza del Pontefice Pio X, nel numero 108 della Rivista.

17 Novembre 1911.

Congressi

1°. *Società Italiana per il progresso delle Scienze.* (Roma, 12-18 ottobre 1911).

2°. *Associazione Francese pel progresso delle Scienze — Sezione di Matematica e Astronomia (Digione*, 31 luglio, 5 agosto 1911).

3°. *Società matematica Svizzera;* 2ª *Riunione (Soleure*, 1 agosto 1911).

I. Si è inaugurata in *Roma*, il 12 ottobre, la *quinta Riunione* della *Società Italiana pel progresso delle Scienze*, già costituita in *Ente morale* dal R. Decreto 16 ottobre 1908. — I Congressisti furono abbastanza numerosi, attratti alla capitale italiana anche dal desiderio di visitarvi quella Esposizione. Il saluto inaugurale ai Congressisti fu dato dall'illustre *Prof. Tonelli, Magnifico Rettore dell'Università di Roma*, in un discorso veramente notevole per libertà ed ampiezza di vedute. « *Tra le manifestazioni di quest'anno*, egli afferma, *questa è sopratutto notevole perchè più d'ogni altra conferisce al prestigio della Patria* ». — Accenna poi all'importanza grandissima dei lavori del Congresso, mettendone specialmente in rilievo il valore delle ricerche degli ultimi cinquant'anni. — Risponde ringraziando a nome della Città il *Sindaco di Roma*. — Piglia poi la parola *S. E. il Ministro Credaro*, ricordando le parole di *Jules Ferry* « *che è solo mediante l'alta coltura intellettuale che le società umane progrediscono* » e dopo aver rilevata l'importanza di questo Congresso degli Scienziati in *Roma*, il Ministro prosegue con un'alata invocazione alla Scienza enumerando i maggiori benefici delle applicazioni scientifiche. — Rimarchevole nel suo forbito discorso l'affermazione sul valore della Scienza nella Società. — « *La maggior funzione sociale che oggidì esercitano gli Scienziati*, dice, *sta in questo, che essi, più di ogni altra forza del mondo, creano lo spirito e la men-*

talità delle classi medie dirigenti su uno Stato di libertà, di coscienza e di libertà politica. Soltanto la Scienza e gli insegnamenti che da essa derivano, egli aggiunge, *estendendosi per mezzo di scuole d'ogni grado, giornali, riviste, libri, conferenze, possono riunire le menti nella volontà di formare l'anima nazionale* ».

Il *Senatore Prof. Ciamician*, che prende dopo la parola, si allieta che la Società abbia oggi questa opportuna sede per sua quinta Riunione. Rileva come meglio qui, in *Roma*, le conferenze di Classe potranno riassumere, per opera dei Colleghi, lo sviluppo delle singole discipline nell'ultimo cinquantennio, con particolare riguardo all'*Italia*. Tratteggia quindi rapidamente questo sviluppo per concludere che « *la Filosofia abbagliata in principio del cinquantenario dalle grandi scoperte nel campo delle Scienze fisiche, parve perdersi nella materialità di un angusto orizzonte. Si riebbe presto, per altro, ed ora va incontro ad un avvenire più comprensivo ed elevato* ». L'oratore prosegue mostrando come la *Scienza* sia sorgente d'ogni progresso e che in essa l'*Italia* deve eccellere se vuol mantenersi fedele alle sue tradizioni gloriose.

Parla infine l'illustre fisico *Senatore Prof. Righi* sul tema: « *La nuova Fisica* ». — Rilevato il posto eminentissimo che nella storia del pensiero occupa questa disciplina, egli dichiara di volersi occupare della Fisica pura solamente cioè di quella che stabilendo le grandi leggi che regolano i fenomeni del mondo inanimato, cerca darne una plausibile spiegazione, la Filosofia naturale, più o meno propriamente detta in passato, e da qualcuno anche oggi. In un quadro sintetico egli riunisce i concetti filosofici che furono i dominatori di questo campo fino a pochi anni addietro. Ricorda, quale esempio, la teoria elettromagnetica della luce, le conferme sperimentali di *Hertz* e dei suoi continuatori che osservarono e mostrarono cogli esperimenti più svariati come ogni fatto relativo all'ottica o alle radiazioni calorifiche in genere possa imitarsi e riprodursi mediante oscillazioni elettriche molto rapide. Da ciò la prova che le forze elettriche non sono forze a distanza, ma che si trasmettono colla velocità di 300.000 chilometri al secondo. Dopo ciò, osserva l'illustre conferenziere, si poteva basare una

spiegazione generale dei fenomeni su tre entità primordiali di cui ci sfugge e forse ci sfuggirà sempre l'intima comprensione e cioè materia, etere, elettricità. La nuova scoperta, pur senza intaccare le leggi già stabilite, ha impresso un nuovo indirizzo alla Fisica; si è stati costretti ad ammettere che l'elettricità non può più considerarsi qual fluido continuo, ma invece come costituita di minutissime particelle alle quali si dà il nome di *elettroni*. In altri termini, bisogna ammettere per l'elettricità una struttura discontinua come per la materia ponderabile. La scoperta dà evidentemente un crollo a tutte quelle teorie ritenute per lunghissimi anni infallibili, come l'indivisibilità dell'atomo e l'immutabilità di esso. L'A. espone come si giunge a misurare la massa degli elettroni ed a determinarne la natura e spiega i fenomeni elettrici nei gas, la formazione dei ioni e la nuova e potente ipotesi secondo la quale ogni atomo non sarebbe che un aggregato di elettroni. Dà ragione dei principali fatti della radio-attività che in breve tempo ha dato origine ad un nuovo ramo di scienza, rilevando come i fatti stessi confermino i principi suaccennati, mostrando come effettivamente un atomo possa scindersi in ioni, elettroni e atomi di nuova sostanza.

La conseguenza che l'illustre *Prof. Righi* trae da tutto ciò si è che la fisica moderna potrebbe a ragione chiamarsi la *Scienza degli elettroni*, e che la grande aspirazione della fisica futura sarà quella di raggiungere cognizioni sempre più complete e sicure in tale campo. Egli assicura inoltre di esser ben lieto di poter giungere ad una conclusione rassicurante: quella cioè che le cognizioni nostre vanno perfezionandosi ogni giorno più. — È ben vero che spesso esse sembrano oscillare intorno alla verità, senza che mai si accquisti la certezza di averla raggiunta, ma le successive oscillazioni appaiono di ampiezza rapidamente decrescente.

Col dotto discorso del *Prof. Righi* si chiude la cerimonia inaugurale del Congresso.

Nelle ore pomeridiane le singole Classi hanno iniziato i loro lavori Nella Classe A (Scienze fisiche e matematiche) il *Prof. U. Amaldi* sviluppa il suo tema « *Sullo sviluppo della Geometria in Italia nell'ultimo cinquantennio* », attentamente

ascoltato ed a ragione applaudito Anche le altre sezioni delle quali a me non sta il parlare, hanno cominciato i loro lavori (1).

Le altre conferenze tenute nella stessa Sezione hanno i titoli seguenti :

D. Rosa. — *I dilemmi fondamentali circa il metodo della evoluzione* (discorso generale a Classi riunite).

G. Lauricella. — *L'opera dei matematici italiani nei recenti progressi della teoria delle funzioni e delle equazioni integrali.*

R. Nasini. — *I progressi della Chimica generale nell'ultimo cinquantennio ed il contributo degli Italiani.*

G. Castelnuovo. — *Sulla evoluzione delle misure di spazio e di tempo* (discorso generale a Classi riunite).

R. Pirotta. — *Hanno le piante organi dei sensi ?* (discorso a Classi riunite).

T. Levi-Civita. — *Estensione ed evoluzione della fisica matematica.*

G. Ricchieri. — *Il contributo degli Italiani alla conoscenza della Terra ed agli studi geografici nell'ultimo cinquantennio.*

G. Vacca. — *La scienza nell'estremo Oriente.*

E. Bianchi. — *L'ultimo cinquantennio dell'Astronomia italiana.*

O. M. Corbino. — *Il contributo italiano allo sviluppo dell'elettrologia negli ultimi cinquant'anni.*

F. Enriques. — *Che cos'è la Filosofia?* discorso a Classi riunite).

V. Reina. — *Le misure gravimetriche italiane.*

F. Zambonini. — *La Mineralogia in Italia negli ultimi cinquant'anni.*

Il giorno 18, alle ore 11 ebbe luogo nella Scuola d'applicazione per gl'Ingegneri in S. Pietro in Vincoli l'inaugurazione del monumento al compianto Senatore *Prof. Valentino Cerruti.*

Le comunicazioni di Sezione nella Classe A, Sezione 1ª e 2ª (Matematica, Astronomia, Geodesia e Fisica) furono le seguenti :

---

(1) Alla sezione di Chimica fu letta la memoria di Palladino pubblicata sul n. 141 della nostra *Rivista.*

Sezione 1ª.

G. Andreoli. — 1°. *Sui postulati fondamentali dell'Algebra della Logica.* — 2°. *Su alcune trascendenti.*

V. Mancini. — 1°. *Semplicissima e rigorosa dimostrazione della regola di Gauss per la determinazione della data della Pasqua.* — 2°. *Una ovvia proprietà dei numeri che permette di stabilire un'equazione lunare in esatta conformità coi canoni della riforma gregoriana del calendario.*

E. Pascal. — *I miei integratori per equazioni differenziali.*

Sezione 2ª.

V. Mancini. — *Una geniale teoria della decomposizione della luce proposta da uno scienziato poco noto.*

Id. — *Dispositivi di scuola per mostrare come si conformino i movimenti che alcuni animali compiono per raddrizzarsi durante la caduta. Movimento saltellante di alcune galle.*

G. Gianfranceschi. — *Sulla costituzione della materia.*

E. Bruné. — 1°. *Proprietà dei getti gassosi.* — 2°. *Sopra uno speciale microfono pneumatico.*

P. L. Perotti. — *Sulla telefonografia.*

G. Platanio. — *Ricerche idrodinamiche sulle sesse marine.*

A. Amerio. — *La distribuzione dell'energia radiante sulla superficie del disco solare.*

P. Rossi. — *Ricerche preliminari sull'applicazione dei processi elettrolitici alle sostanze radioattive.*

G. F. Errani. — *La Fisica e le pubblicazioni che trattano delle industrie.*

2°. *Associazione francese pel progresso delle Sienze.* — Congresso di *Digione*, 31 luglio, 1° Agosto 1911.

I lavori di questa prospera e dotta *Associazione*, che ha l'onore di esser stata fondata dal grande Astronomo *Le Verrier* nel 1864, sono stati numerosi e rimarchevoli come quelli degli scorsi anni e furono organizzati dal suo odierno Presidente, il Sig. *Emilio Bélot*, Ingegnere-Direttore delle Manifatture dello Stato, coadiuvato dal Segretario *A. Girardin* di *Nancy*. La sezione tenne nove importanti sedute.

Sarebbe troppo lungo dare un riassunto quale le numerose comunicazioni meriterebbero: i rendiconti, che si pubblicheranno fra non molto mostreranno quanto siano importanti i lavori di quest'*Associazione*: ma essi sono tirati in un numero molto limitato di esemplari che non è facile possedere. Darò quindi un cenno dei sunti che furono comunicati dallo stesso Segretario all'illustre *H. Fehr* di Ginevra (1).

1. **E. Belot.** — *Saggio di Cosmogonia vorticosa.* — Il Presidente *E. Belot* presenta alla Sezione una sua opera (Paris, Gauthier-Villars, 1911) nella quale sono sviluppate le teorie da lui per molti anni propugnate e vittoriosamente discusse in numerose pubblicazioni: ammesso un dualismo d'origine costituito di una nebulosa amorfa che avrebbe urtato un vortice gassoso, in un modo analogo a quello verificatosi per la *Nova*, egli ha potuto dedurre la dimostrazione di numerose leggi del sistema solare, fra le quali la celebre *legge di Bode*, legge esponenziale delle distanze planetarie. Questa ipotesi del Belot ebbe il vanto di venir discussa in alcune lezioni alla Sorbona dal sommo *H. Poincaré* che mostrò come questa ipotesi possa dare un orientamento nuovo alle ricerche astronomiche (2).

2. **E. Belot.** — *Critica dei metodi usati in Cosmogonia.* — Lo scopo di questa seconda comunicazione dell'illustre Presidente è quello di dimostrare come alcuni dei metodi che si seguono siano assolutamente errati e come l'ipotesi implicita sia sempre nascosta, che cioè sia la sola forza niutoniana quella capace di render conto delle forme osservate nel sistema solare. La fisica moderna, coi suoi corpuscoli catodici, ci dà un esempio di masse animate da velocità dell'ordine della luce e sulle quali il peso agisce senza potere mutarne le traiettorie. Può esser avvenuto ciò anche all'origine del mondo. Risponde poi alle obbiezioni fatte nelle sue lezioni dal Poincaré sullo studio delle ipotesi cosmogoniche da Laplace ad oggi: egli mostra come nella cosmogonia vorticosa le forze attrattive non abbiamo motivo d'intervenire, salvo nelle prossimità dell'eclittica e che l'ipotesi dualistica, che è la base della sua nuova

---

(1) *Enseignement Mathématique*, 13^{e} an. n. 5.

(2) Cfr. questa *Rivista*, an. 11^{0}, 1^{0} sem. pag. 337-356.

cosmogonia, non permette di prevedere, con calcoli sull'attrazione, che le masse si muovono in uno stesso piano: al contrario è facile escludere ciò partendo dalle formule da lui stabilite.

3. **E. Belot.** — *La genesi dell'atomo e la distribuzione dei raggi spettrali dedotte dalle* leggi *del sistema solare.* — Eminenti scienziati quali il *Lorenz* ed *J. J. Thomson* hanno ricercato schemi rappresentativi dell'atomo, più o meno assimilandolo ad un sistema solare. Il compianto fisico *Ritz* partendo da altre ipotesi, ha potuto ottenere una legge assai generale che caratterizza la distribuzione dei raggi nello spettro delle linee. Il *Belot* mostra come possano conciliarsi queste ipotesi in parte contraditorie, e come la genesi dell'atomo sia identica alla genesi vorticosa del sistema solare e permetta di ritrovare le leggi di *Balmer* e di *Deslandres* che sono, per l'atomo, le leggi analoghe a quelle di distribuzione dei pianeti diretti e retrogradi.

4. **E. Lébon.** — *Scienziati d'oggi. — P. Appel e G. Lippmann.* — Il *Lébon* riassume le *Nozie sulla vita e sui lavori* di questi due scienziati, matematico l'uno, fisico l'altro. Parla delle belle Memorie del primo e del suo trattato di Meccanica razionale: cita le due geniali scoperte del secondo, l'elettrocapillarità e la fotografia dei colori col metodo delle interferenze. Cita gli apprezzamenti che *G. Darboux* ha fatti delle di lui opere nel presentarle, quale Segretario, all'Accademia delle Scienze.

5. **E. Lébon.** — *Su di un metodo elementare di scomposizione d'un numero in un prodotto di due fattori.*

Per scomporre il numero 12.761.717 il Sig. *P. F. Teilhet* ha indicato il metodo seguente (*Intermédiaire*, quest. 2897, 1905): egli scrisse il numero N sotto la forma $N = a^2 - b$,

$$N = (a + k)^2 - (k^2 + 2ak + b).$$

Rimane da trovare un valore di k tale che il trinomio $k^2 + 2ak + b$ sia un quadrato. — Modificando un po' il procedimento del *Teilhet* il *Lébon* è giunto ad alcuni risultati interessanti. Sia N un numero intero non quadrato, a la sua radice quadrata a meno di un'unità per difetto, r il resto.

Chiamando u un intero positivo, si può scrivere

$$N = (\rho + u)^2 - (u^2 + 2\rho u - r) .$$

Se il trinomio $u^2 + 2\rho u - r$ è un quadrato v^2, il numero N è la differenza dei quadrati dei due numeri e, per conseguenza, N può venir scomposto in un prodotto di due fattori che sono

$$\rho + u - v , \quad \text{e} \quad \rho + u + v .$$

Il numero N deve esser dispari.

Applicando questo metodo al numero 13.717.421 scomposto da *Kraïtcgik* (*Sphinx-Oedipe*, maggio 1911), si trova

$$\rho = 3.703 , \quad r = 5.212 , \quad u = 2 , \quad v = 98$$

$$13.717.421 = 3.607 \times 3.803 .$$

Si può pur vedere che (*Sphinx*, 1906, pg. 55) si avrà u=2 pei valori generali seguenti di N, ad esempio,

$$N = h^4 + 10h^3 + 33h^2 + 40h + 11 ,$$

$$N = 16h^4 + 128h^3 + 360h^2 + 416h + 161 .$$

Si ha facilmente l'eguaglianza,

$$u . f = \frac{1}{2}[(\rho - f)^2 + r] ,$$

che permette di trovare più rapidamente che col metodo classico se un numero N è composto o primo, facendo f eguale ai successivi numeri primi minori di ρ.

6. **G. Tarry**. — *Sugli immaginari di Galois* (1ª parte).

Il nuovo simbolo j rappresenta la radice quadrata di un non residuo quadratico qualunque. — Egli considera solo gli immaginari del 2° ordine, radici di equazioni irreduttibili del 2° grado. Questi immaginari di Galois sono necessariamente della forma $a + bj$, non potendo j essere eguale a $\sqrt{-1}$ se non nei moduli della forma $4p - 1$.

Generalizzazione del teorema di *Fermat*: essendo m un numero primo ed a e b non essendo divisibili entrambi al tempo stesso per m, si ha

$$(a + bj)^{m^2-1} - 1 = 0 , \ (mod\ m)$$

Radici primitive del corpo quadratico: esse son tutte della forma $a + bj$, a e b essendo diversi da zero.

Ricerca di queste radici primitive in numero di $\frac{1}{2}(m^2-1)$.

7. **Aubry A.** — *Sui numeri di Marsenne.* — Il Sig. *A. Gerardin* si è votato a terminare l'esame del celebre enigma dei *numeri di Marsenne* dei quali si sono occupati tanti matematici del più alto merito. Aiutato dai lavori dei suoi predecessori egli ha affrontato la questione da più parti, una delle quali il sig. Aubry ha creduto dover rivedere in tutti i dettagli, tanto più che trattasi lì di un teorema empirico che egli ha riconosciuto essere caso particolare d'un teorema dato da *Fermat* in una lettera a *Frénicle* e, al tempo stesso, una generalizzazione d'un altro teorema di *Eulero*. Egli espone completamente il metodo di *Gérardin*, dimostrando ciò che non era dimostrato e termina con alcune riflessioni sul metodo di *Fermat* che egli giudica del tutto analogo a quello del *Girardin*.

8. **Aubry A.** — *Problemi concreti e problemi astratti.*

Il *Catalan* disse a proposito dei problemi concreti, che è l'arte di sepellire, sotto molte inutili complicazioni, cose spesso semplicissime. Si potrebbe, senza tante finzioni, dire che i problemi sono invece i complementi della scienza. Infatti, essi la imprimono nella memoria, ricordando i principi, abituano alla classificazione delle idee e ne preparano le ulteriori applicazioni, teoriche e pratiche. Egli riconosce che vi hanno già troppe raccolte di problemi: ma quanti ve ne sono che non siano se non la ripetizione di questioni già note? Si desterebbe molto l'interesse negli allievi moltiplicando i problemi concreti. Egli dà alcuni problemi di tal genere relativi alle combinazioni ed alla teoria dei numeri.

9. **Chrétien H.** — *Sulla miglior posizione da dare ai prismi degli spettroscopi per ottenere il massimo di luminosità.*

Se si tien conto dell'assorbimento della luce nella materia stessa dei prismi, si trova che la luminosità dello strumento aumenta alquanto allorchè si sposta leggermente il prisma in modo da scoprire il collimatore. Questa osservazione fu fatta dal *Prof. Hartmann* di Postdam. Avviene lo stesso pel potere di risoluzione; ma i calcoli delle posizioni *optima* son molto penose. Siccome questa posizione non dipende che da un pa-

rametro, si può costrurre una piccola tavola che lo faccia noto immediatamente: e ciò che il sig. *Ghrètien* fa in questa comunicazione.

10. **Id. Id.** — *Sulla fotografia astronomica all'Osservatorio del Monte Wilson* (California). — Descrizione del telescopio di m. 1,50 di diametro e di m. 7,50 di fuoco, costruito dal Prof. *G. W. Ritchey* per l'Osservatorio solare dell' Istituto Carnegie. Modo di operare e precauzioni prese per assicurare una guida precisa a meno di mm. 0,01. Presenta 18 fotografie inedite di nebulose e di ammassi stellari. Fa inoltre alcune considerazioni sulle nebulose e loro evoluzione dedotte dalla statica.

11. **Id. Id.**. — *Curvatura dei raggi dello spettro prodotti da una serie di prismi e di fasci orientati in modo qualunque.*

12-13. **Id. Id.** — *Tavole a cinque decimali dei polinomi* X_n *di Legendre.*

Campo magnetico d'una sfera condultrice animata da un movimento di rotazione.

14-15. **Aubry L.** — *Sui divisori delle forme quadratiche.* — *Dimostrazione del teorema di Bachet.* — Il metodo dell'A. permette di scomporre in poche righe di calcolo numerico numeri relativamente grandi in una somma di due quadrati. Così, $858001 = 924^2 + 65^2$. Il numero 858001 è fattore di $2^{52} + 1$: ciò permette di ritrovare in breve tempo la scomposizione in una somma di due quadrati di 308.761.441, altro fattore $2^{52}+1$, ed infine del numero $2^{52}+1$ stesso in vari modi. Così,

$$308\,761\,441 = 3\,055^2 + 17\,304^2.$$

Egli insiste su queste ricerche persuaso che tal metodo permetterà di compiere rapidamente il quadro da lui pressochè finito dei numeri $2^{2x} + 1$ e loro divisori sotto la forma $x^2 + y^2$. Cita, ad esempio, fra i numeri $< 2^{100} + 1$, il numero

$$\begin{aligned} 2^{64} + 1 &= 18\,446\,744\,073\,709\,551\,617 \\ &= 4\,046\,803\,256^2 + 1\,438\,793\,759^2, \end{aligned}$$

numero scomposto nel 1880 da *Landry* in due fattori primi,

$$2^{64} + 1 = 274\,177 \times 67\,280\,421\,310\,721\,.$$

16. **Gilbert.** — *I turbini aerei e loro applicazione alla previsione del tempo.*

17. **Montangeraud L.** — *Suggerimenti sulla carta internazionate del cielo;* ed, *Idee nuove sulla scoperta delle stelle variabili.*

18. **Broca.** — Ringrazia la Sessione per un sussidio accordatogli per un perfezionamento da lui apportato agli assi dei teodoliti, e fa conoscere il risultato dei suoi lavori.

19. Sig.na **Craig**, presenta una memoria di meccanica celeste e studia la causa del movimento spirale nelle nebulose, gli impulsi negli spazi stellari e l'origine delle nebulose.

20-21-22. **Gerardin A.** — Delle tre comunicazioni presentate, la prima si riassume in ciò che segue:

Conoscendo *una* soluzione di una delle equazioni indeterminate

$$ax^2 + bxy + cy^2 = kz^n\,,$$
$$ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 = kz^n\,,$$
$$ax^4 + bx^3y + cx^2y^2 + dxy^3 + ey^4 = kz^n$$

con $n = 2, 3$ o 4, è facilissimo ottenere soluzioni generali del 3^0 grado. Supponiamo, ad esempio, conosciuta una soluzione

$$a\alpha^2 + b\alpha\beta + c\beta^2 = h\gamma^2$$

di

$$aX^2 + bXY + cY^2 = hZ^2.$$

Basta porre

$$X = \alpha + mx\,, \quad Y = \beta + my\,, \quad Z = \gamma + mf$$

per aver m, dopo divisione per m,

$$m = \frac{2h\gamma f - 2(a\alpha x + c\beta y) - b(\alpha y + \beta x)}{ax^2 + bxy + cy^2 - hf^2}\,,$$

se ne ricava immantinenti,

$$X = c\alpha y^2 - (a\alpha + b\beta)x^2 - h\alpha f^2 - 2c\beta xy + 2h\gamma fx,$$
$$Y = a\beta x^2 - (c\beta + b\alpha)y^2 - 2a\alpha xy - h\beta f^2 + 2h\gamma fy,$$
$$Z = a\gamma x^2 + c\gamma y^2 + b\gamma xy + h\gamma f^2 - fx(2a\alpha + b\beta) - fy(2c\beta + b\alpha)\,.$$

Numerose ed interessanti applicazioni possono dedursene: eccone una. Facendo $\beta = 1$, $h = 1$ troviamo la condizione fon-

damentale di scomposizione dei numeri

$$aX^2 + bX + c = Z .$$

La soluzione nota è

$$a\,a^2 + b\,a + c = \gamma^2,$$

a è allora la *soluzione massima* e basterà aver $Y = \pm 1$ per trovare immediatamente i fattori cercati. Questa condizione può scriversi

$$(\gamma y - f)^2 = a\,(x - ay)^2 = \mp 1 .$$

La 2ª comunicazione tratta della *Geometria dei tessuti*, scritta da *E. Lucas* nel 1880. L'A. dichiara di aver avuto la fortuna di trovare questo raro articolo nella biblioteca del *Laisant*, e che di esso si pubblicherà presto una traduzione. L'A. piglia occasione da questa comunicazione per ricordare ai colleghi come egli procuri di riunire tutti gli articoli, memorie, ecc. di tutti gli aritmologhi noti e non noti e prega d'inviargli almeno in comunicazione, tutto ciò che essi conoscono su tale soggetto.

La 3ª comunicazione riguarda la questione all'ordine del giorno.

23. *Errori di ragionamento di matematici noti*, (questione all'ordine del giorno). Un rapporto su tale questione sarà presentato al prossimo Congresso.

24-25. **Maire**. — Due lettere di *Alessandro de Humboldt a Francesco Arago*. — Queste lettere, l'una del 28 gennaio 1836 e l'altra senza data, fanno testimonianza dell'estrema amicizia che il grande scienziato tedesco aveva per *Arago* come pure del grande interessamento che *Humboldt* concedeva alle scienze astronomiche. Egli segnala nella lettera senza data, una notizia che *Bessel*, astronomo a Konimberga, aveva preparato verso il 1836, ma che questo astronomo non aveva ancor pubblicato, e che specialmente riguarda la cometa di *Halley* e le oscillazioni della coda. Un estratto molto lungo della Memoria figura in questa lettera.

La seconda Lettera, quella che ha la data del 28 gennaio 1836, tratta presso a poco l'identico soggetto,

Queste lettere, dopo numerose ricerche fatte, sembrano inedite.

La seconda è una *Bibliografia di Biagio Pascal*: parte scientifica. Questo lavoro, per la pubblicazione del quale l'Associazione francese pel Progresso delle Scienze ha voluto concorrere, è ora pressochè terminato. L'indice, la prefazione e l'introduzione restano sole da completarsi. Ma sarebbe utile nell'interesse della storia delle scienze nel XVII secolo e della questione *Pascal* specialmente, il far precise ricerche nelle numerose carte di *Cavalieri del Pozzo* che si trovano per la più gran parte in Italia, come pure in quelle di *Leibniz* depositate nella biblioteca dell'Hannover.

26. **Pellet.** — *Sulla serie di Newton.* — Sia $F(x)$ una funzione olomorfa a coefficenti reali. Poniamo $\frac{F(a)}{F'(a)} = u_0$ essendo a una quantità reale, e indichiamo con M il modulo massimo di $F''(a + 2\theta u_0)$ allorchè θ varia fra -1 e $+1$! $M \leqq | F''(a + 2\theta u_0) |$. Se

$$(1) \qquad | F'(a) |^2 \geqq 2M | f(a) | \geqq 0 ,$$

l'equazione $F(a + h) = 0$ ha una radice compresa fra $-2u_0$ e $+2u_0$, data dalla serie di *Newton*. I termini di questa serie hanno moduli al più eguali ai termini corrispondenti della serie di *Newton* che dà la più piccola radice dell'equazione di 2^0 grado, il di cui primo membro offre due variazioni:

$$| F(a) | - | F'(a) | u + \frac{M}{2} u^2 = 0 .$$

Così, per l'equazione di *Keplero*,

$$u - e \operatorname{sen}(m + u) = 0 .$$

Essendo e compreso fra 0 ed 1, facciamo $a = 0$; avremo, $F(0) = -e \operatorname{sen} m$, $F'(0) = 1 - e \cos m$, $F''(u) = e \operatorname{sen}(m + u)$, per conseguenza $M \leqq e$. La condizione (1) diventa,

$$(1 - e \cos m)^2 \geqq 2 e^2 | \operatorname{sen} m | .$$

Essa è soddisfatta, qualunque sia m, se

$$1 - 2e - e^2 > 0 ,$$

ed anche se

$$e \leqq \frac{1}{2} .$$

27. **E. N. Barisien.** — *Sull'iscrizione in un triangolo, del triangolo equilatero minimo.*

La risoluzione geometrica di questo problema è nota. Il *Barisien* presenta una risoluzione analitica che ha il vantaggio di metter in rilievo (ciò che non fa la costruzione nota un valore curioso della lunghezza del lato del triangolo equilatero minimo inscritto nel triangolo ABC, mediante la proprietà seguente: *Se si costruisce esternamente al triangolo il triangolo equilatero* BCA_1 *e se è* $AA_1 = a$, *il lato* x *del triangolo equilatero minimo è*

$$x = \frac{2S}{a} = \frac{a h_a}{a} ,$$

essendo S *l'area* di ABC. Ciò equivale al dire che, il lato x è una quarta proporzionale in ordine al lato a, all'altezza corrispondente h_a ed alla distanza AA_1.

28. **Litre.** — *Traiettoria e movimento del pendolo di Foucault ad ognuna delle sue oscillazioni. — Dissimetria nelle oscillazioni dall'Est all'Ovest e dall'Ovest all'Est.*

Il prossimo Congresso avrà luogo a Nîmes: sarà Presidente delle Sezioni 1ª e 2ª il Sig. **Ernesto Lebon** e Segretario il Sig. **A. Gérardin.**

Anche la *Società Matematica Svizzera* ha tenuto la sua 2ª riunione ordinaria a *Soleure* il 1º agosto, sotto la presidenza del Prof. **R. Fueter**, quale sezione della *94ª Riunione della Società Svizzera di Scienze naturali.* — L'assemblea ha deciso di tenere una riunione straordinaria a *Berna* nel dicembre del corrente anno. Ha conferito il titolo di Membro onorario al Prof. **C. F. Geiser** (Zurigo) e al Prof. **H. Kinkelin**. (Basilea). Le comunicazioni scientifiche fatte nella riunione furono moltissime e troppo lungo sarebbe enumerarle tutte particolarmente. Ne daremo un breve cenno.

Il Prof. **Kollros** (Zurigo) dimostra mediante la geometria sintetica, le principali proprietà dell'*ipocicloide a tre regressi h* che *Steiner* ha enunciate senza dimostrarle e che il *Cremona* ha dedotte dalla teoria generale delle curve piane.

Egli comunica inoltre alcuni dei risultati delle sue personali ricerche relative ad *una superficie del 6º ordine e della* 4ª

classe τ che può considerarsi come una generalizzazione dell'ipocicloide h.

Le equazioni delle due figure h e τ presentano speciali analogie. L'equazione di h, riferita al triangolo dei regressi, è, in coordinate puntuali,

$$\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}+\frac{1}{\sqrt{z}}=0\,,$$

e può scriversi sotto forma razionale

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \frac{1}{x} \\ 1 & 0 & 1 & \frac{1}{y} \\ 1 & 1 & 0 & \frac{1}{z} \\ \frac{1}{x} & \frac{1}{y} & \frac{1}{z} & 0 \end{vmatrix}=0$$

ossia sviluppando,

$$(xy+yz+zx)^2=4xyz\,(x+y+z).$$

$xy+yz+zx=0$ rappresenta il circolo circoscritto al triangolo, ossia il luogo geometrico dei fuochi delle parabole inscritte, od anche meglio, il luogo geometrico dei punti tali che i piedi delle perpendicolari condotte sui tre lati del triangolo siano sulla stessa retta. L'inviluppo di queste rette è omotetico a h.

L'equazione di τ riferita al tetraedro dei punti (spille) è in coordinate puntuali,

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & \frac{1}{x} \\ 1 & 0 & 1 & 1 & \frac{1}{y} \\ 1 & 1 & 0 & 1 & \frac{1}{z} \\ 1 & 1 & 1 & 0 & \frac{1}{t} \\ \frac{1}{x} & \frac{1}{y} & \frac{1}{z} & \frac{1}{t} & 0 \end{vmatrix}=0,$$

ossia

$$(xyz + yzt + ztx + txy)^2 = 3xyz(xy + xz + xt + yz + yt + zt).$$

L'equazione $xyz + yzt + ztx + txy = 0$ rappresenta il luogo geometrico dei fuochi dei paraboloidi di rivoluzione inscritti nel tetraedro, od anche il luogo geometrico dei punti tali che i piedi delle perpendicolari condotte sulle quattro facce siano in uno stesso piano. Sarebbe interessante esaminare se l'inviluppo di questi piani è ancora omotetico a τ.

2-3. Il Prof. **O. Toeplitz** (Gottinga) parla delle moderne ricerche sulla *teoria delle variabili in numero infinito*. Questa nuova disciplina è già uscita dalla sua infanzia grazie alle ricerche del tutto recenti di *Hilbert* e di coloro che hanno affrontato arditamente in tutta la sua generalità la teoria dei sistemi d'equazioni lineari e delle trasformazioni ortogonali delle forme quadratiche ad un numero infinito di variabili. Il *Toeplitz* mostra, ricorrendo a numerosi esempi, quali sono i nuovi punti di vista introdotti dall' *Hilbert*, e segnala le recenti ricerche mediante le quali egli stesso, ed il Prof. *Hellinger* hanno potuto sviluppare questa nuova teoria del matematico di Gottinga.

In una seconda comunicazione, « *Ueber einige geometrische Aufgaben* » egli esamina due problemi di Analysis situs e fa cenno d'un altro problema che rimane da risolvere: « Su ogni curva piana chiusa esistono quattro punti che formano i vertici d'un quadrato ».

4. **W. H. Young** (Cambridge) fa un'interessante conferenza *Sui recenti progressi della teoria delle serie di Fourier*. Al quesito: sotto quali condizioni una serie trigonometrica è una serie di Fourier?, egli dà le risposte seguenti:

a) Se le funzioni dei limiti superiori ed inferiori $U(x)$ ed $L(x)$ sono limitati; ove $U(x)$, $L(x)$ sono le

$$\lim_{n=\infty} \sum_{n=1}^{m} (a_n \cos nx + b_n \operatorname{sen} nx)$$

b) Se $U(x)$ e $L(x)$ soddisfano alla condizione (a) eccètto che nelle prossimità d'un insieme enumerabile di punti e se di più $\int | L(x) | dx$ e $\int | U(x) | dx$ esistono.

Egli indica poi le condizioni di *Fischer-Riesz* nel caso in cui la funzione $f(x)$, della quale si considera la serie di *Fourier*, è una funzione di quadrato integrabile: mostra come nel caso generale condizioni di questa specie non possano venir stabilite. A ciò egli aggiunge esempi di serie trigonometriche che sono intimamente legate ad una serie di Fourier

$$\frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{n=\infty} (a_n \cos nx + b_n \operatorname{sen} nx)$$

senza essere serie di Fourier: in particolare la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (b_n \cos nx - a_n \operatorname{sen} nx)$$

e la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_{n+1} \cos nx + b_{n+1} \operatorname{sen} nx) .$$

Al contrario è di tutta necessità segnalare che la serie

$$\sum_{n=1} n^{-q} (b_n \cos nx - a_n \operatorname{sen} nx) ,$$

ove è $o < q$, è sempre una serie di Fourier, come pure, del resto, lo sono le serie

$$\sum_{n=1} n^{q} (a_n \cos nx + b_n \operatorname{sen} nx) ,$$

ed

$$\sum_{n=1} n^{q} (b_n \cos nx - a_n \operatorname{sen} nx) ,$$

se è

$$o < q < d , \text{ e } \left| \frac{f(x) - f(y)}{x - y} \right| < \mathrm{B} ,$$

ove B è una costante finita.

Un altro teorema dello stesso genere dice che se A_n e B_n, come a_n e b_n sono costanti di *Fourier*, la serie

$$\sum_{n=1} [(a_n A_n + b_n B_n) \cos nx + (a_n B_n - b_n A_n) \operatorname{sen} nx]$$

e una serie di *Fourier*.

Qual contributo alla teoria della convergenza il prof. *Young* dà una condizione di convergenza o divergenza delle serie che

corrisponde a quella di *La Vallée-Poussin* per la convergenza delle serie di *Fourier*. Abbiasi, ad esempio, una funzione a variazione limitata

$$\frac{1}{u}\int_0^u [f(x+u) - f(x-u)\,du\,;$$

la serie converge o diverge verso

$$\lim_{n=\infty} \frac{1}{\pi}\int_{\pi}^{\infty} f(x+u) - f(x-u)\,du\,,$$

nel caso che questo limite sia determinato, senza che perciò la serie oscilli. D'altra parte la ricerca conduce a condizioni sufficienti e di grande portata per la sua convergenza, nel senso dato dal *Cesàro*, tanto per le serie di *Fourier* che per le loro serie affini.

Nei teoremi della teoria dell'integrazione si insiste sul fatto che la convergenza, ed ancor più la convergenza uniforme, occupa un posto secondario. L'equazione

$$\int_c^z f(x)g(x)dx = \frac{1}{2}a_0\int_c^z g(x)dx + \Sigma\int_c^z (a_n \cos nx + b_n \operatorname{sen} nx)g(x)dx$$

sussiste nei casi seguenti:

1° g è a variazione limitata nell'intervallo finito o infinito (c, z) e nell'ultimo caso $\lim_{z=\infty} g(z) = o$.

2° f è a variazione limitata e g possiede un integrale assolutamente convergente nell'intervallo finito o infinito (c,z).

3° f^{1+p} ed $f^{1+\frac{1}{p}}$ hanno, per $o < p < 1$, integrali assolutamente convergenti, e se è $p < 1$. la convergenza è presa nel senso del *Cesàro*.

Infine il Prof. *Young* dà un riassunto d'un procedimento generale di sommazione per le serie di Fourier, procedimento che comprende quelli di *Cesàro-Fejier*, di *De La Vallée-Poussin*, di *Poissin*, ecc. Questo procedimento si suddivide in due parti:

1° Serie di serie infinite;

2° Serie di serie convergenti infinite.

Il metodo si appoggia sull'integrazione già citata nel caso

1º, ove 2 $z = \infty$. Nell'equazione

$$\int_0^{\infty} [f(x+kt) + f(x-kt)]\,\mathrm{U_k}(l)\,dt$$

$$= \frac{1}{2} a_0 \int_0^{\infty} \mathrm{U_k}(t)\,dt + \sum_{n=1} (a_n \cos nx + b_n \operatorname{sen} nx) \int_0^{\infty} \mathrm{U_k}(t) \cos nkt\,dt$$

facciamo tendere k a zero. Se U è indipendente da k, il 1º membro assume, sotto condizioni facili da enunciare, la forma d'un multiplo costante del primo membro delle espressioni

$$\frac{1}{2} f(x+o) + \frac{1}{2} f(x-o\,,\ \lim_{h=o} \left\{ \frac{\mathrm{F_1}(x+h) - \mathrm{F_1}(x-h)}{2h} \right\},$$

$$\lim_{h=o} \left\{ \frac{\mathrm{G_2}(x+h) + \mathrm{G_1}(x-h)}{h^2} \right\}, \ldots$$

che è finito e determinato, ove è

$$\mathrm{F_1}(x) = \int_0^x f(x)\,dx\ ,\quad \mathrm{F_2}(x) = \int_0^x dx \int_0^x f(x)\,dx$$

$$\mathrm{G_2}(x+h) = \mathrm{F_2}(x+h) - \mathrm{F_2}(x) - h\,\mathrm{F_1}(x)\ ,\quad \text{ecc.}$$

Il metodo applicato alle serie di *Fourier* derivate dà, sotto condizioni appropriate, le derivate corrispondenti $f', f'', \ldots$

5. **R. Laemmel** (Zurigo). *I paradossi del calcolo delle probabilità.* Egli dimostra come soluzioni esatte, che pur sembrano contraditorie, si possono avere molto spesso, e che per ottenere la probabilità bisogna seguire un certo procedimento fondato su ipotesi. Con l'aiuto del paradosso di Bertrand egli mostra che il valore della probabilità dipende, non solo dalle condizioni iniziali, ma anche dalle condizioni di realizzazione. Se se ne tien conto, ogni paradosso sparisce.

6. **R. v. Mises** (Strasburgo). *Ueber neuere Probleme der Mechanik.*

7. **M. Plancherel** (Friburgo). *Somma delle serie di Legendre.* Se $f(x)$ è una funzione della variabile reale x definita nell'intervallo $(-1, +1)$ e soggetta alla sola condizione d'esser integrabile in valore assoluto nell'intervallo $(-1\,,\,+1)$ con $\mathrm{P_k}(x)$ indicando il k^{mo} polinomio di *Legendre* e ponendo

$$a_k = \frac{2k+1}{2} \int_{-1}^{+1} f(x)\,\mathrm{P_k}(x)\,du\,,$$

allora la serie di *Legendre* di $f(x)$ è

$$a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k P_k(x).$$

Poniamo

$$S_n(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{m} \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{(n+2)(n+3),..(n+k+1)} a_k P_k(x)$$

$$\Sigma_n(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{(n+1)(n+2\ldots(n+k)} a_k P_k(x):$$

si dimostra che

$$\lim_{n=\infty} \text{inf.} S_n = \lim_{n=\infty} \text{inf.} \Sigma_n, \quad \lim_{n=\infty} \text{sup.} S_n = \lim_{n=\infty} \text{sup.} \Sigma_n.$$

Basta dunque studiare l'una delle due espressioni. Ora, in questo caso è S_n che meglio si presta al calcolo.

Teorema 1°. – $S_n(x)$ converge verso $f(x)$ in ciascun punto di continuità della funzione. La convergenza è uniforme in ogni intervallo interamente interno ad un intervallo di continuità di f. In ogni punto di discontinuità di prima specie, $S_n(x)$ converge verso $\frac{f(x+o)+f(x-o)}{2}$. Più generalmente, $S_n(x)$ converge verso la derivata dell'integrale definito di $f(x)$ in ogni punto nel quale questa derivata esiste.

In questo teorema, come nel seguente, si suppone, per brevità, che il punto x sia un punto interno nell'intervallo $(-1, +1)$.

Teorema 2°. — Se $f(x)$ è chiuso in un intervallo (α, β), allora $S_n(x)$ rimane compreso in (α, β) fra i limiti inferiore e superiore di $f(x)$ in questo stesso intervallo.

Ciò che costituisce il principale vantaggio del processo di sommazione in parola e che lo distingue dal procedimento del Prof. *Cesàro* usato da *Fejier* è che permette di approssimare le derivate di $f(x)$, ove esse esistono. Supponiamo ancora x diverso da ± 1 : abbiamo allora il

Teorema 3°. $\frac{d^p S_n}{dx^p}$ converge, per $n = \infty$, verso $\frac{d^p f(x)}{dx^p}$ in ogni punto ove questa derivata esiste. La convergenza è uni-

forme in ogni intervallo interamente interno ad un intervallo di continuità di $\frac{d^p f(x)}{dx^p}$. Più generalmente, $\frac{d^p S_n}{dx^p}$ converge verso la derivata generalizzata d'ordine p, là ove questa derivata generalizzata esiste.

Questi teoremi sono immediata conseguenza del teorema relativo all'applicazione del processo di sommazione (S_n) alla serie di *Laplace*. Lo stesso processo conduce a risultati interessanti nel caso delle serie di *Bessel*.

8. **G. Dumas.** — *Ricerche relative alla risoluzione delle singolarità delle superficie*. Partendo da un esempio, egli considera l'equazione

$$AZ^{30} + Bx^{28}Z^{15} + Cx^{15}y^{10} + Dx^{12}y^{12} + Ey^{16}z^6 + Fx^{14}y^{18}z^3 = 0$$

essendo A, B, C, D, E diversi da zero, e ad essa fa corrispondere una certa superficie poliedrica H. Pigliando poi su questa il vertice A corrispondente al termine di coefficente A, egli stabilisce. relativamente e quest'ultimo punto e mediante un triedo in rapporto con H, la sostituzione

$$a) \qquad x = \xi^6 \eta^2 \zeta^3 \ , \quad y = \xi^{12} \eta^2 \zeta^5 \ , \quad z = \xi^7 \eta^2 \zeta^3$$

che applicata all'equazione precedente la trasforma nell'altra

$$b) \qquad A + C\zeta^5 + D\xi^6\zeta^6 + E\xi^{24}\zeta^8 + B\xi^{14}\eta^{60}\zeta^{49} + F\xi^{111}\eta^{28}\zeta^{51} = 0$$

che può esser scritta

$$c) \qquad \varphi(\xi, \zeta) + \eta\psi(\xi, \eta, \zeta) = 0 \ ,$$

ove φ e ψ sono rispettivamente in ξ, ζ e in ξ, η, ζ dei polinomi interi. Ma dalle (a) si ha

$$\xi = \frac{z}{x} \ , \quad \eta = \frac{z^6}{xy^3} \ , \quad \zeta = \frac{x^3y^2}{z^6} \ .$$

La sostituzione (a) è quindi invertibile e la superficie data e la (b) si corrispondono punto per punto.

Se nella (b) e (c) si fa $\eta = 0$ si ha,

$$d) \qquad \varphi(\xi, \zeta) = 0 \ .$$

I punti della (c) posti nelle vicinanze della curve (d) hanno dunque quali corrispondenti sulla superficie data, dei punti che costituiscono nelle prossimità dell'origine una parte della superficie.

L'esempio precedente mostra pure l'impiego utile delle superficie poliedriche nella riduzione delle singolarità delle superficie.

9. **L. Baatard** (Ginevra). — *Estrazione d'una radice qualunque da un qualunque numero reale.*

10. **R. De Saussure** (Ginevra). — *Risposta all'articolo del Prof. Study sulla mia Geometria* « des feuillettes ».

In un articolo intitolato « *Die Kinematik der Herren der Saussure et Bricard* » inserito nel *Jahresberich der deutschen Mathematiker-Vereinigung* (luglio 1910), il Prof. *Study* ha fatto un resoconto dell'ultima opera del *De Saussure* intitolata « Esposizione-riassunto della geometria « des feuillets » (Kündig, Ginevra, 1910). Il tale articolo lo *Study* fa un reclamo di priorità riguardo a questa nuova geometria, della quale il *De Saussure* si considera autore, geometria che è una generalizzazione della geometria rigata, con questa differenza, che l'elemento primitivo che le serve di base è, non una retta, ma un « feuillet » figura equivalente ad una *posizione* d'un corpo solido di forma qualunque.

11. **H. Fehr** (Ginevra), dà un riassunto brevissimo dello *stato dei lavori della Commissione internazionale dell'insegnamento matematico*, e più particolarmente della Sotto-commissione svizzera: egli mette in circolazione le pubblicazioni più recenti.

12. — Come seguito alla comunicazione precedente il Prof. *M. Grassmann* (Zurigo) deposita il suo rapporto sull'*Insegnamento delle matematiche alla Scuola Politecnica federale.*

Il **Prof. Rudio** (Zurigo) presenta il 1° volume delle *Opere di Eulero*: è il trattato d'algebra. Egli coglie quest'occasione per dare dei ragguagli sullo stato dei lavori. I volumi in stampa o in parte composti sono il 1° volume della *Dioptrik* e la Meccanica. Due dei collaboratori hanno già terminato il loro lavoro di revisione e di annottazione: sono il sig. *Kowalewski* per l'*Institutionum Calc. differ.* ed il sig. *Krazer* per le memorie sulle funzioni ellittiche. Intanto il Prof. *Eneström* rivede i manoscritti da *Eulero* lasciati all'Accademia di Pietroburgo.

Prof. C. Alasia.

CRONACHE E RIVISTE

ZOOLOGIA E BIOLOGIA

G. Magini. — **Sull' allevamento dei bufalini e sul valore nutritivo della loro carne in confronto con quella dei bovini.** — (Rendiconti della R. Acc. dei Lincei. Vol. XX, II sem., fasc. 1).

Il Sig. Stazi nel suo studio intitolato « *Il bestiame bufalino in Roma e in Italia* » pubblicato l'anno decorso sul Bollettino della Società degli Agricoltori mostra la grande utilità che proverrebbe dall' allevamento del bestiame bufalino in varie regioni d' Italia e specialmente nel Lazio. Quanto al valore nutritivo delle carni di bufalo ed ai caratteri istologici differenziali tra esse e quelle di bue non si era concordi su vari punti; l' A. ha ripreso lo studio degli argomenti controversi, arrivando alle seguenti conclusioni:

Il *valore nutritivo della carne bufalina* è superiore a quello della carne vaccina, sia perchè contiene una quantità maggiore di *sostanze albuminose*, sia perchè contiene una maggior quantità di *nucleina*, sostanza ricca di fosforo, e finalmente anche perchè per la sua maggior quantità di *pigmento muscolare* (mioematina) è più ricca di ferro.

Il che spiega la grande e meritata considerazione in cui è tenuta la alimentazione dei convalescenti, degli anemici ecc., con carne bufalina, dai medici israeliti, i quali la prescrivono come ricostituente, empiricamente e per tradizione medica; ma sicuri di ottimi risultati.

Le *fibre muscolari del bufalo* hanno in generale un diametro maggiore che non nel bue (tanto nell' adulto, quanto nel vitello e nel giovenco); la *quantità dei nuclei muscolari* è costantemente assai maggiore che non nel bue (adulto, vitello, giovenco), e questo fatto nuovo, sembra essere di grande importanza dal punto di vista del valore nutritivo in rapporto con la *maggior quantità di fosforo* contenuta nelle fibre mu-

scolari del bufalo. Quanto alle differenze morfologiche dei nuclei, che però non hanno interesse che come caratteri differenziali, senza alcun rapporto col valore nutritivo, nelle fibre del bufalo i nuclei sono sempre *ellittici e rotondeggianti*, mai fusiformi, con gli estremi assottigliati; mentre nel bue predominano i nuclei *fusiformi* con le estremità assai appuntite raramente si riscontrano nuclei ellittici, ed ancora più rari sono i nuclei di forma rotondeggiante.

La *striatura trasversale* delle fibre muscolari è, in generale. più distinta e più marcata nel bufalo che non nel bue. La tendenza alla dissociazione *fibrillare*, ed alla dissociazione trasversale in *dischi di Bowmann*, è assai più facile pel bufalo che non pel bue. I *campi di Cohnheim* nelle sezioni trasversali di fibre muscolari si mostrano assai più distinti per la *maggior quantità del sarcoplasma*, e per la *maggior grossezza delle fibrille muscolari*. In sezione trasversale le fibre bufaline sono *poligonari*, le fibre bovine sono *irregolari*; perciò le prime sono *prismatiche* le seconde *cilindroidi irregolari*.

Le *cellule adipose* esistenti nel perimisio e negli endomisii hanno forma prevalentemente ellittica nel bue, rotondeggiante o poliedrica nel bufalo.

Il *tessuto connettivo* e il *tessuto elastico* quasi si equivalgono in quantità, con una leggera prevalenza in favore del bufalo; ma il connettivo degli endomisii del bufalo è alquanto *meno lasso*, e le *fibre elastiche più robuste*. Non esistono differenze rimarchevoli nella quantità dei *vasi sanguigni*: quindi si può dire che la vascolarizzazione è ugualmente ricca nel bue e nel bufalo.

È da notare anche una maggior quantità di *fibre nervose* e più copiosi i nuclei delle *placche motorie* nel bufalo che non nel bue.

Id. — **Sul valore nutritivo del latte di Bufala e del latte di Vacca**. — (Ricerche chimiche). (Id. fasc. 6).

Dopo aver studiato del valore nutritivo della carne di Bufala, l'A. rende conto delle sue ricerche chimiche sulla composizione del latte di Bufala. Già si erano occupati dell'argomento il Mariani (1889), il Pizzi (1894) ed il Rimini (1900)

il quale si è occupato anche dei latticini di Bufala. L'A. confrontando dieci campioni di latte di Vacca e dieci di Bufala ha trovato che:

1) Il latte di Bufala, in confronto con quello di Vacca è costantemento meno ricco di acqua. — 2) Che è più ricco di circa $^1/_4$ di grassi. — 3) Che è più ricco di sostanze albuminose. — 4) Che è più ricco di lattosio. — 5) Che in generale è meno mineralizzato. — 6) Che finalmente il latte di Bufala (per quanto meno digeribile) ha un valore nutritivo assai più elevato di quello di Vacca, e che quindi deve riternersi come un alimento di primo ordine.

Id. — **Sul valore nutritivo del latte di Bufala e del latte di Vacca.** — (Ricerche fatte col Pioscopio e col Citogalattometro). — (Id. fsc. 8).

Si richiama l'attenzione su due nuovi metodi per l'esame di vari campioni di latte fondati sull'uso del *pioscopio* (Milchprüfer Pioskop) e del *citogalattometro* del dott. Guida di Napoli.

Tali apparecchi se non possono vantare un giudizio scientificamente sicuro come l'analisi chimica diretta, pure hanno il vantaggio di dirci, in breve tempo, quale sia l'indice del valore nutritivo de' varî campioni di latte.

Furono appunto esaminati i venti campioni di cui si è parlato nel riassunto precedente, e si confrontarono i resultati.

Dei dieci campioni di latte di vacca esaminati al pioscopio, 4 corrisposero al settore « Crema », 6 al settore normale.

Dei dieci di latte di bufala tre monstrarono nel disco centrale dell'instrumento una bianchezza corrispondente al settore « Crema »; gli altri 7 presentarono il disco centrale del pioscopio di una bianchezza superiore al settore « Crema ». Tale resultato conbina con la analisi chimica la quale dimostra che il latte di bufala è superiore a quello di vacca. Gli stessi campioni esaminati al citogalattometro ci hanno dato le seguenti differenze.

Il *latte di vacca* è meno ricco di globuli: fra questi in maggioranza sono i piccoli (μ 2-3) poi prevalgono quelli di media grandezza (μ 5-9), scarsi sono i grandi μ 15 e più).

Il *latte di bufala* è nel suo insieme più ricco di globuli, e tra i globuli sono predominanti quelli di grandezza media, e di grandezza massima; scarsi quelli piccoli. L'esame micro-

scopico del latte era già praticato prima del dott. Guida di Napoli, ponendo una goccia di latte tra il porta oggetti e il copri oggetti; ma per la ineguale distribuzione dei globuli lattei, non si poteva avere un giudizio sicuro. Invece nel citogalattometro del dott. Guida la goccia di latte ha tra il portaoggetti e il copri-oggetti uno spessore uniforme che permette la uniforme distribuzione dei globuli lattei in ogni campo microscopico della preparazione.

Prima del dott. Guida ci furono alcuni che si avvicinarono a questo metodo: Chi non ricorda il porta-oggetti contaglobuli ematico di Thomas-Zeiss? Così Bouchut prima del Guida usò un oculare quadrettato, invece del porta oggetti quadrettato; ma tutti questi metodi non godono di quella facilità, semplicità e rapidità di quello del dott. Guida, che lo ideò già nel 1890 per l'esame del latte umano.

Il premio Nöbel di quest'anno fu assegnato al Gullstrand, pei suoi lavori di oftalmologia; a M. Curie per la chimica, a Wien e Planck per la fisica. *g. b.*

BOTANICA

R. Pampanini. — **Per la protezione della Flora italiana.** (Relazione presentata alla riunione generale della Società Botanica Italiana in Roma. Ottobre, 1911).

Insieme ad una legislazione per la protezione dei monumenti artistici, una Nazione di elevata civiltà deve avere una legislazione per proteggere i *monumenti della natura*; legislazione che deve rispecchiare ed aiutare una corrente di idee comuni alla classe colta. La società Botanica Italiana, preoccupata del progressivo restringersi dell'area di molte tra le specie più caratteristiche della nostra Flora e del pericolo che parecchie delle più rare abbiano a sparire, si è fatta iniziatrice di un movimento per la protezione della Natura in Italia, e noi ci associamo di buon grado a questa iniziativa.

Già nel 1875 il Naegeli patrocinava l'idea di istituire dei giardini alpini, come mezzo per proteggere le piante rare: nel 1891 la sezione di Milano del Club Alpino fondò sul Monte Baro la *Daphnea* per difendere le piante più interessanti delle Alpi lombarde; nel 1897 il compianto Abate del convento del

Piccolo S. Bernardo fondava la *Chanousia*, attualmente diretta dal Prof. Vaccari. Poi sorsero nel 1900 e 1901 l'*Allionia* a Torino, la *Rostania* nelle Alpi di Pinerolo, il giardino *Henry* a Courmayeur; nel 1902 la *Gussonea* sull'Etna, ed altri due Giardini: l'uno sul Monte Presolana nelle Alpi Bresciane, ed un altro a Vallombrosa, nell'Arboreto del R. Istituto Forestale; infine nel 1909 la *Tenorea* sul Monte Vergine. Nel resto dell'Europa i giardini alpini sono attualmente 11 in Svizzera, 7 in Francia, 2 in Baviera, 5 in Austria.

Ma i Giardini alpini sono ben poca cosa per la protezione delle piante rare; molto più efficace sarebbe l'istituzione di *Parchi Nazionali nelle diverse regioni botaniche Italiane*. Non potendosi peraltro ottener tanto, e subito, il relatore al Congresso della Società Botanica, (tenuto nell'Ottobre decorso) Dott. Pampanini proponeva i seguenti punti che vennero completamente approvati:

1.° « La « Società botanica italiana » esprime il voto e « farà pratiche affinchè alla legge per la difesa del paesaggio, « proposta dall'on. Rosadi, sia dato un significato più esteso « in modo che consideri i monumenti naturali anche sotto il « loro aspetto scientifico, così che anche la flora vi trovi protezione ».

Un voto analogo fu espresso recentemente dai Geologi riguardo alla difesa dei fenomeni geologici che l'azione dell'uomo minaccia. Il prof. C. Marangoni nella Rivista « Natura » del maggio scorso dimostra l'opportunità e la necessità che anche i massi erratici e le marmitte dei giganti sieno compresi nella legge per la difesa del paesaggio (1). La proposta fu esaminata nel recente Congresso geologico di Lecco, ed il congresso la fece sua, anzi estendendola in generale agli esempi rimarchevoli di fenomeni geologici soggetti a distruzione per opera dell'uomo.

---

(1) Marangoni C., *Per la difesa dei massi erratici e delle marmitte dei Giganti* (« Natura », vol. II [1911], n. 5 [Maggio]. Pavia. [*Notizie e varietà*]).

2.º « La « Società botanica italiana » farà pratiche presso « le altre Associazioni che mirano all'incremento delle Scienze « Naturali per un'intesa riguardo alla protezione dei monu- « menti naturali in generale ».

É la proposta del prof. Lenticchia ampliata. Se, come è sperabile, queste pratiche raggiungeranno il loro scopo, sarà allora il caso di studiare quali sarebbero i provvedimenti legislativi speciali da richiedersi e quale il programma da seguirsi.

3.º « La « Società botanica italiana » frattanto studierà « il modo d' istituire riserve botaniche per le specie più no- « tevoli nelle riserve di caccia reali ed avvierà pratiche per « la loro attuazione ».

È quanto fu fatto in Baviera nella riserva di caccia reale del Königsee ed in Danimarca nella foresta reale di Schlossgehege. Così la riserva botanica non necessita spese per la tacitazione dei diritti dei proprietari nè per la sorveglianza potendo usufruire di quella stabilita per la fauna: sarebbe l'accenno ad una più estesa protezione della flora. Estese riserve botaniche private esistono pure in Carniola, nell'Austria Inferiore, in Moravia, in Boemia, in Danimarca ed in Russia; nè, forse, sarebbe difficile ottenerne anche in Italia.

4.º « La « Società botanica italiana » esprime il voto al « Governo affinchè l'istituzione del Parco Nazionale nella Valle « di Livigno serva efficacemente anche alla difesa ed allo studio « della flora ».

Quantunque la « Società botanica italiana » non sia stata interpellata dal Governo sull'istituzione del Parco, e quantunque per la flora italiana la Valle di Livigno non abbia quell'importanza che avrebbero altre località delle nostre Alpi, essa deve favorirne la riuscita, poichè questo Parco segnerebbe il primo passo del nostro Paese per mettersi al pari di altri a questo riguardo più avanzati. Appunto perciò non deve disinteressarsi del programma scientifico, ma per quanto riguarda la Botanica, deve seguirne lo svolgimento, come avviene in Svizzera, il cui Parco Nazionale dovrebbe formare insieme al nostro un unico grandioso Parco di 200 Km^2.

Ciamician e Ravenna. — **Sul contegno di alcune sostanze organiche nei vegetali.** (Memoria della R. Accademia delle Scienze, Bologna).

Id. — **Ricerche sulla genesi degli alcaloidi nelle piante.** (Rend. dell'Acc. dei Lincei, Vol. XX I° fsc. 9).

Gli animali si nutrono in generale di sostanze organiche già formate, che vengono assoggettate, durante la digestione, a processi di scomposizione per i quali sono trasformate, direttamente o indirettamente, in materie via via più semplici. Queste, perchè inutili o dannose, vengono espulse dall' organismo. Le piante traggono invece il loro nutrimento dal regno inorganico. Colla poca anidride carbonica esistente nell' aria, coll' acqua e coi sali minerali che si trovano nel terreno, esse, senza intervento di alte temperature, nè di reattivi energici, fabbricano le sostanze organiche che costituiscono il loro organismo. E a differenza degli animali, salvo l' eliminazione dei prodotti della respirazione, esse non emettono escrementi; a meno che non si vogliano considerare come escrementi analoghi a quelli degli animali certe essenze che contengono e certe sostanze cristalizzate che si trovano nei loro tessuti. I composti principali che tutte le piante formano per sintesi sono le proteine, i grassi e gli idrati di carbonio. Altri e svariati principii, che non sembrano essenziali alla vita, vengono pure prodotti dall' organismo vegetale: fra questi i glucosidi e gli alcaloidi.

Gli AA. si occuparono già dei *glucosidi*, e riuscirono somministrando per inoculazione a piante di mais una sostanza aromatica, la saligenina, a provocare la sintesi di un glucoside, la salicina, che poterono estrarre ed isolare da dette piante. Essi da tre anni studiano la formazione degli *alcaloidi* nelle piante; a tale scopo inocularono alcune sostanze azotate alla datura e al tabacco (piante che contengono normalmente degli alcaloidi): le sostanze azotate furono, la piridina, la piperidina, l' acido carbopirrolico e per il tabacco anche l' asparagina l'ammoniaca ed alcune sostanze non azotate, cioè il glucosio e l' acido ftalico. Per studiare l' effetto delle lesioni, nel fusto di alcune piante venne praticata un' apertura simile a quella nella quale venivano introdotte le sostanze in esame,

e poi l'apertura fu senz'altro richiusa, fissando con paraffina le parti di corteccia staccate. Da tali esperienze risultò che la piridina non ha un'influenza specifica sull'aumento degli alcaloidi: nel tabacco l'ammoniaca produce lo stesso effetto. La maggior quantità di alcaloidi fu provocata dall'asparagina. La lesione produsse un aumento di nicotina, e ciò è analogo all'effetto che ha il trauma nelle piante cianogetiche, di far aumentare cioè l'acido cianidrico. Il glucosio determinò un forte aumento di nicotina, l'acido ftalico un aumento piccolissimo; anzi, se si tien conto della nicotina aumentata in conseguenza della lesione, si dovrà dire che l'acido ftalico fece diminuire la nicotina.

L'insieme delle esperienze, specialmente il contegno dell'asparagina, favorisce l'opinione che gli alcaloidi vegetali provengano dagli acidi amidati. Ciò è anche confermato dalla presenza dell'isoamilamina, riscontrata fra gli alcaloidi del tabacco, e si potrebbe supporre, come fanno Winterstein e Trier nella loro interessante pubblicazione « *Die Alkaloide* » (Berlino 1910) che basi provenienti da acidi amidati, quali la lisina e l'ornitina, vengano utilizzate dalle piante nella formazione degli alcaloidi.

Ravenna e Babini. — **Contributo allo studio sulla formazione degli alcaloidi nel tabacco.** (Rendiconti dell'Acc. dei Lincei, Vol. XX 2° fsc. 8).

I Sigg. Ciamician e Ravenna trovarono che inoculando sulla datura e segnatamente sul tabacco certe sostanze azotate si ottiene, specie coll'asparagina, un notevole aumento nella quantità totale di alcaloidi. Anche il *glucosio*, che non è azotato, produce un aumento rimarchevole, e fu osservato un aumento persino su piante che avevano subito semplicemente una *lesione*. Questi due fatti presentano una grande analogia con quanto avviene per l'acido prussico nelle piante cianogetiche.

E poichè il modo di formazione dell'acido prussico e degli alcaloidi è ben diverso trattandosi, nel primo caso, di sintesi, e nel secondo, di corpi provenienti dalla degradazione delle sostanze proteiche, gli AA. hanno ricercato con una nuova serie di esperienze fino a qual punto l'accennata corrispondenza di comportamento potesse sussistere. Essi hanno ripetute sulle

giovani piante di tabacco la maggior parte delle esperienze eseguite dal Ravenna e Peli sul *Sorgum vulgare* in uno studio relativo all'acido prussico.

Il maggior contenuto in nicotina risultò nelle piante vissute in soluzione nutritizia completa, con glucosio, alla luce, come avevano già trovato Ciamician e Ravenna, ed in accordo con quanto avviene per l'acido cianidrico nelle piante cianogetiche; ma l'acido cianidrico viene consumato in gran parte dalle piante che lo contengono, quando queste si trovano al buio o in soluzioni nutritizie prive di nitrati, mentre la nicotina si è sempre riscontrata, per quanto in percentuale gradatamente decrescente, nelle piante vissute in soluzioni con nitrati, con carbonati, alla luce ed all'oscuro: il minimo aumento si ebbe per il glucosio al buio. Gli AA. continuano le loro ricerche per vedere se all'aumento in nicotina, determinato dal glucosio, corrisponda o no un accrescimento nel contenuto di sostanze proteiche, o di altri corpi azotati.

Ravenna e Vecchi. — **Sulla formazione dell' acido cianidrico nella germinazione dei semi.** (Id. fasc. 9).

Jorissen (1884) dimostrò che nelle mandorle dolci, le quali non contengono acido cianidrico (sia libero, sia allo stato di glucoside), questo principio si forma durante la germinazione: Soave (1906) confermò tale fatto, sia per le piantine *verdi*, sia per quelle *eziolate*, coltivate in sabbia silicea lavata e calcinata; il Guignard (1908) estese le esperienze al *Phaseolus lunatus*, e trovó soltanto consumo dell'acido cianidrico preesistente nei semi per le piantine eziolate, invece per quelle verdi, al manifestarsi dell' attività clorofilliana, consumo e neoformazione di acido cianidrico. Gli AA. nel 1910 riferirono su alcune loro esperienze eseguite allo scopo di indagare il modo di formazione di questo acido che si ottiene anche in ambiente privo di composti azotati, durante la germinazione dei semi di piante cianogetiche. Risultò dalle loro ricerche che si genera maggior quantità di acido cianidrico nelle piantine germinanti alla luce, che in quelle eziolate; che le piantine germinanti di lino sviluppate in atmosfera priva di anidride carbonica, alla luce, contengono meno acido cianidrico di quelle cresciute, pure alla luce, in atmosfera nor-

male; ed infine che la presenza di glucosio nel mezzo determina un aumento nelle quantità di acido prussico. L' influenza manifesta degli idrati di carbonio, indusse gli AA. a formulare l' ipotesi che il principio in questione prendesse origine, come nelle piante adulte, dagli idrati di carbonio e da un composto inorganico dell' azoto, rappresentato forse dall' ammoniaca, la cui presenza fu osservata nei semi germinanti. Nella presente nota sono esposti i fatti sperimentali che confermono la seconda parte dell' ipotesi riguardante l' azoto.

Italo Giglioli. — **Della probabile funzione degli olii essenziali e di altri prodotti volatili delle piante, quale causa di movimenti dei succhi nei tessuti viventi.** — (Id. Fascicolo 8.)

Nello studio del movimento dell'acqua, nelle piante, fin qui non si è dato importanza alle sostanze volatili, in generale, a quegli olii essenziali così diffusi nel regno vegetale.

Non comprese e quindi trascurate furono le osservazioni di Hofmeister sopra l'assorbimento degli olii essenziali nelle membrane cellulari; parimente non si seppe aprofittare degli svariati esperimenti di Raph — di Dubois sull'influenza dei vapori anestetici sopra i tessuti viventi, nè meritamente si apprezzarono i recenti studi di Adrian Brown — sull'azione selettiva delle membrane vegetali. Così non si pose attenzione alle ricerche di L. Guignard, di Mirande e di Heckel, sull'azione di anestesici sulle piante; nè alle belle e suggestive esperienze di Henry E. Armostrong e di E. Frankland sulla funzione degli *ormoni* nel regolare il metabolismo delle piante.

Invece da fatti osservati dall'autore, risulta che gli olii essenziali ed altre sostanze volatili hanno un'importante azione nel muovere l'acqua ne' tessuti viventi.

H. E. Armstrong e E. Frankland proseguendo le ricerche di L. Guignard e di M. Mirande ci danno i resultati di parecchie sostanze con l'indurre acido cloridrico sulle foglie del lauro-ceraso.

Gli Armstrong chiamano *ormoni* quelle sostanze che con facilità attraversano la membrana delle cellule, risvegliando la funzione enzimica.

Secondo gli Armstrong sarebbero attivi, in questa azione ormonica, gli idrocarburi volatili, il benzene, il solfuro di carbonio, il cloroformio, l'acetone, la canfora e altri pochi.

Anche l'*anidrofillia* — secondo gli Armstrong — accompagnerebbe la funzione di ormone. E questa attività ormonica essi cercano di spiegarla con la disintegrazione, che sarebbe portata nella compagine delle membrane cellulari e del protoplasma. Tale ipotesi complicata induce a pensare che l'azione delle sostanze volatili più direttamente si spieghi coi mutamenti della tensione superficiale dell'acqua contenuta nel protoplasma e nell'involucro.

In un organismo vivente, una membrana è costituita da corpuscoli solidi separati da straterelli d'acqua e da sostanze gassose. I meati attraverso le membrane sono ricoperti variamente da strati di acqua aderenti alla parte solida e sono esposti all'azione del gaz e delle sostanze volatili.

Queste sostanze, giungendo nei meati delle membrane cellulari, alterano la tensione superficiale dell'acqua, che ne riveste le pareti: così gli straterelli di acqua inizieranno un movimento che agevolerà il passaggio a masse d'acqua unite a sostanze disciolte, se sono solubili; se non lo sono, esse stesse si aprono una facile via attraverso i meati del tessuto.

Si può, con semplici esperienze, vedere quante piccole quantità di sostanze volatili possono influire sui movimenti e sullo sgretolamento di sottili strati acquosi, per causa di mutamenti della tensione superficiale.

Si prenda una pellicola d'acqua saponosa e si stenda in un cerchietto di filo metallico: a condizioni constanti, si può mantenere ad una durata costante.

Tenendo questa pellicola orizzontale e facendo agire sulla superficie tesa qualche sostanza volatile, essa si increspa, si colora variamente e finisce con lo sguarcirsi.

Da certe esperienze dell'autore sappiamo che mentre una pellicola in condizioni normali durava 35 secondi, la sua rottura era istantanea o avveniva dopo 4 o 5 secondi, se si faceva attraversare da anidride carbonica, la quale è la sostanza di più rapido effetto.

Le essenze, che si producono nelle piante, sono quasi tutte

allo stato di vapore ed eccitano, in gradi differenti, la membrana cellulare: i più attivi — da certe prove — risultano questi: l'acido di canfora, di geranio, e eucalipto, di bergamotto, di rosmarino di *Gaultherio procumbens*.

Le condizioni chimiche esercitano un'azione più o meno complessa sulla rapidità dell'effetto: infatti si presero due olii; uno ottenuto dalla distillazione delle foglie del *Cinnamomum Camphora*, che cresce nell'orto botanico di Pisa, e l'altro da una produzione giapponese della Ditta Schimmel di Niltitz. Il primo si monstrò più attivo dell'altro.

Invece l'essenze di verlsena, di tetracloruro, di carbonio, di benzene non ebbero nessun effetto sopra una pellicola di acqua saponosa.

I vapori organici possono produrre dei movimenti anche sull'acqua, che si trova nei meati di un terreno, per gli stessi mutamenti di tensione, che hanno queste pellicole d'acqua.

Presa infatti della cenere vesuviana, che aveva assorbito il 37.33 $^0/_0$ del proprio peso, ed esposta all'azione di aria cloroformizzata si riuscì a far fluire da essa una certa quantità di acqua corrispondente al 1.26 $^0/_0$ del peso della propria cenere. Invece con sabbia grossolana d'Arno poco omogenea, in quantità satura di gr. 100 d'acqua, che pesava gr. 35, esposta all'azione del cloroformio, si riuscì a far fluire da essa un terzo dell'acqua.

L'azione di questi vapori organici su masse sature d'acqua è spesso molto piccola e lenta, perchè la superfice acquosa sulla quale agiscono i vapori organici è relativamente molto piccola; non così sullo straterello d'acqua che si trova tra i meati del tessuto intercellulare.

Inoltre, dopo il primo spostamento, il cloroformio perde la sua azione motrice. Nella sabbia d'Arno, di cui sopra, lo spostamento raggiunse quasi subito il 31,14 $^0/_0$, dopo, per quanto si fosse fatto agire il cloroformio, dalla sabbia non sarebbe caduta una stilla d'acqua. Ma, se si fosse trovato modo di ripristinare l'acqua prima perduta, un nuovo influsso di vapore di cloroformio avrebbe riprodotto lo spostamento. Questo rinnuovo di acqua avviene con continuità nel tessuto vivente.

Il continuo succedersi d'azioni osmotiche rifornisce le cellule di nuova acqua, la quale può essere *nuovamente spostata* sotto la potenza motrice dei vapori organici.

L'azione degli olii si può considerare sotto due aspetti: sotto l'*aspetto diretto* e *indiretto*. *Il primo* si ha quando l'acqua fluisce a causa di variazioni nella sua tensione superficiale; *il secondo*, quando in conseguenza del primo movimento nascono reazioni chimiche, le quali aumentano la pressione osmotica e richiamano nuovi afflussi di acqua, su cui agiranno gli olii essenziali originati dalle decomposizioni enzimiche. Queste avvengono alla loro volta per l'azione diretta dei vapori organici.

In complesso l'azione del cloroformio, del benzene, e degli anestetici, è di *aumentare e mettere in movimento la succosità dei tessuti*.

Nei molti casi osservati dall'autore, si ebbero infatti trasudamenti di succo limpido, che conteneva disciolti zuccheri ed enzimi.

Così, nel movimento cagionato dagli olii essenziali, non solo si sposta l'acqua, ma ancora le sostanze disciolte, iniziando in tal modo nuovi periodi di afflussi d' acqua.

Preso del lievito di birra ed esposto all'azione del cloroformio o dell'essenza di eucalipto, esso, in poche ore, diviene molle e succoso, così che, se si seguita ancora, questo lievito di birra, nella sua fase finale, si può filtrare attraverso la carta.

Dopo la filtrazione, il succo limpido raccolto può dare origine alla fermentazione, se si mette in una soluzione di saccarosio e di glucosio.

Tali fenomeni occorrono anche nei funghi superiori.

In generale qualunque parte di piante superiori sotto l'azione degli olii essenziali aumenta in succosità tanto da poter trasudare all' esterno.

Tale trasudamento però non si osserva nei semi asciutti, non perchè manchi affatto, ma perchè questo movimento di succhi è molto piccolo. Si presero dei semi intatti di albicocco, si esposero per più giorni all'azione del cloroformio, dell'eucalipto della canfora, e si ottenne del gaz cianidrico; invece lasciati esposti per mesi all'aria o ai vapori di etere, alle carte picro-solide non accusarono niente.

Possiamo citare qualche resultato di esperienze fatte dall'Autore. Egli saggiò 128 olii essenziali, provando la loro azione sulle foglie del lauro-ceraso. Tutti svilupparono acido cianidrico, ma tutti dettero differenza di resultati.

Sopra 92 essenze propriamente dette e sostanze aromatiche vegetali, 68 inducono le foglie di lauroceraso a forte sviluppo di acido cianidrico e imbruniscono le foglie; in 17 l'azione si manifesta lenta e debole, in 7 l'azione è nulla.

Tali resultati però vanno presi con un certo senso di relatività.

Si può dire che tutte le sostanze aromatiche sono capaci di produrre sulle foglie di lauro-ceraso un'attività di succhi da suscitare quella azione enzimica per cui si genera l'acido cianidrico.

Nelle foglie acquose specialmente questo risveglio di movimenti di succhi è più palese; anche gli organi che accumulano ne' tessuti grande copia di acqua, la quale lentamente traspirano, risentono dell'azione di questi vapori organici.

L'autore fece questo esperimento. Prese due palette di fico d'India; una la mise in un ambiente umido, sotto l'azione del cloroformio, l'altra la lasciò nelle condizioni d'aria umida normale. Le prove comparative durarono dal 25 Luglio al 14 Agosto 1911.

Le seguenti cifre ci dicono i resultati di queste esperienze comparative.

		Cactus normale	Cactus cloroformizzato
Peso primitivo della paletta 25 Luglio	gr.	224.50	336.00
Peso alla fine dell'esper. 14 Agosto	»	215.80	257.09
Perdita di peso durante 21 giorni	»	8.70	78.91
Perdita di peso per % del peso prim.	»	3.87 %	23.48 %
Succo raccolto dal 25 Luglio al 14 Agosto	»	0.58	67.26
Succo trasudato in 21 giorni, % del peso primitivo	»	0.25 %	20.01 %

I. Politis. — **Sulla presenza del glicogeno nelle fanerogame e sua relazione coll'ossalato di calcio.** — (Id. fsc. 8).

Dopo la scoperta del glicogeno fatta da Claude Bernad nel fegato dei mammiferi, fu dimostrato che il glicogeno si trova diffuso nel regno animale.

Ma Kühne lo scoperse anche nel regno vegetale e precisamente in un mixomicete: nell'*Aethalium septicum*. Esso ha una certa relazione di analogia con il glicogeno che fu trovato nei mammiferi.

Errera dimostrò positivamente che si trova anche nelle piante; ma già Tulasne aveva osservato che il contenuto degli aschi dei tartufi si colorava in rosso-bruno sotto l'azione dell'iodo.

De Bary studiò più attentamente e largamente questo fenomeno e notò che il contenuto degli aschi di parecchi ascomiceti, in una certa età, trattato con l'iodo non dà lo stesso colore; ma parte di esso si colora in giallo (questa parte sarebbe il protoplasma propriameute detto): l'altra parte, che chiamano epiplasma caratterizzata dalla sua riflangenza, si colora in rosso-bruno o bruno-violaceo.

Errera nel 1882 ricominciò le sue osservazioni sull'epiplasma. Esso dimostrò che il colore rosso-bruno avutosi con la tintura di iodo si doveva ad una sostanza, i caratteri microscopici della quale corrispondevano esattamente a quelli del glicogeno animale tipico. Con ulteriori esperimenti si scoperse il glicogeno in molti ficomiceti, basidiomiceti e nel lievito di birra. Grazie al metodo di Brüche egli ottenne estratti di glicogeno da estratti di *Pezica Vesiculosa; Tuber melanosporum*, con i caratteri del glicogeno del fegato.

Le conclusioni di Errera furono accettate da Stas e Gilkinet, ed ebbero una esauriente conferma da Glautriau. Oltre che nelle Cianoficee fu scoperto anche nelle fanerogame.

Schmidt per il primo nel 1844 iniziò uno studio microscopico dei tuberi di *Orchis*. Secondo esso, questi tuberi, nello stadio di loro giovinezza, risulterebbero di una sostanza mucillagginosa, da cui si forma, nella vegetazione, un amido granuloso, destinato ad empire le cellule; esso verso la fine della vegetazione si ridiscioglie.

Kützing ci fece sapere che essa (la mucillaggine) si trova nelle grandi cellule dell'*Orchis* e dà colorazione azzura se trattata con iodo e acido solforico; concluse quindi che essa risultava da cellulosa ed apparteneva alla membrana cellulare.

Frank studiò anche la genesi di questa mucillaggine su

giovani tuberi di *Orchis mayalis*, di *Orchis militaris* e *Gymnadenia conopsea*. Risultò dal suo studio, che nella fase iniziale tutte le cellule sono simili, poi in alcune di esse si forma, accanto al nucleo, una drusa di cristalli a forma di aghi, la quale si trova in una goccia di mucillaggine, accanto essa pure al nucleo, separata dal protoplasma, senza il minimo indizio di membranella avvolgente.

Questa goccia cresce con rapidità, e senza fondersi con il protoplasma finisce con il riempire gli spazi cellulari.

Trattata con iodo e acido solforico si colora dal viola sporco all'azzurro. Concluse allora che essa non appartiene alla membrana cellulare, ma piuttosto al contenuto della cellula.

Ma ben diverso resultato ci dettero Meger e Hartwich, poichè essi notarono che questa mucillaggine trattata con iodo e acido solforico si colora in giallo. Infine il Mangin studiò la mucillaggine dell'*Orchis* con esame microchimico, divise le mucillaggici vegetali in due categorie: semplici e miste.

Le semplici le divise in cellulosiche, pectosiche, callosiche.

Orchis Morio. Linn.

Osservata al microscopio una sezione trasversale di *Orchis Morio*, fu osservato che il parenchima, nel quale sono distribuiti i fasci fibro-legnosi, risulta di piccole cellule amilifere con protoplasma granuloso e con grosso nucleo, di grandi cellule contenenti mucillaggine e di cristalli di ossalato di calcio privo quasi di protoplasma, perchè scomparso quasi del tutto.

Le sezioni fresche delle parti parenchimatiche della cellula trattate con iodo in ioduro di potassio si colorano in giallo, non così la mucillaggine che si colora in rosso-bruno, che sparisce al riscaldarsi del preparato e ricomparisce, se si lascia di nuovo raffreddare.

Il colore della mugillaggine viene più intenso del precedente se essa si tratta con l'acido solforico; le parti della cellula invece prendono un colore azzurro, poichè la cellula si è trasformata in sostanza amilacea. Se si prendono anche sezioni fresche e si tengono per qualche minuto in acqua bollente contenente una piccola quantità di potassa caustica, indi se si

trattano con una soluzione diluita di rame, le cellule, che contengono mucillaggine, si colorano in azzurro-pallido.

Essa è insolubile in alcool assoluto e acido acetico glaciale: si gonfia e si scioglie in acqua a temperatura ordinaria.

Ecco dunque che essa presenta le reazioni microchimiche del glicogeno.

A titolo di cronaca si può riportare anche l'esame di un'altra fanerogama.

Pitcairnia xanthocaliyx Mart.

Nel caule di questa specie si trovano i *dioblasti rafidiofori otriculiformi* nel parenchima sottostante all'epidermide, e si differiscono dalle altre cellule parenchimatiche per la loro grandezza e per il loro contenuto; il quale risulta di rafidi, di ossalato di calcio e di una sostanza mucillagginosa.

Queste cellule all'inizio non differiscono granchè dalle altre del parenchima, però esse pure raggiunta una certa grossezza si arrestano; le altre si sviluppano ancora e presentano nelle loro cavità e rafidi e goccie speciali, che nel loro sviluppo finale riempiono il lume cellulare.

Nelle cellule a rafidi della blattea e degli organi florali, le goccie si presentano fuse in una mucillaggine omogenea, e il citoplasma avvolge la parete con sottile strato, poi scompare.

La cellula ordinaria del parenchima non gode nessuna di queste proprietà. Le goccie che si formano ne' rafidi hanno le seguenti reazioni: esse assumono un colore rosso aranciato con una soluzione di iodo in ioduro di potassio; esso scompare al caldo e riappare al freddo: gonfiano all'acqua, sono insolubili in alcool ed in acido acetico glaciale, si sciolgono negli alcali e negli acidi diluiti; si mostrano insensibili ai reattivi caratteristici del plasma, nè accusano nuova colorazione all'azione de' sali ferrici, agli acidi osmici con il bleu di metilene. Dunque sono da considerarsi come goccie di glicogeno.

Esaminata anche la *Billhorgia nutans* Wendl — afferma che anche nella mucillaggine di questa pianta vi si trova del glicogeno, e l'autore conclude — riassumendo:

1. Il glicogeno si trova anche in molte fanerogame.

2. La mucillaggine dei tuberi di *orchis*, ritenuta come cellulosica, si comporta come il glicogeno.

3. Nelle fanerogame esaminate il glicogeno si forma solo nelle cellule contenenti ordifidi.

4. Esiste una relazione tra glicogeno e ossalato di calcio.

Politis I. — **Sull' origine e sull' ufficio dell' ossalato di calcio nelle piante.** (Rendiconti della R. Acc. dei Lincei Vol. XX fasc. 9).

L' A. espone la ricca bibliografia che si riferisce a questa intricata questione. Egli in un suo lavoro precedente, espose le ragioni che lo indussero ad ammettere che la mucillaggine dei tuberi di *Orchis*, anzichè come la cellulosa, si comporti come il glicogeno ; e notato come anche in altri generi di Orchidacee e Bromeliacee questo idrato di carbonio si formi nelle cellule ove più tardi compare l' ossalato di calcio, concludeva che deve esistere una relazione tra glicogeno e ossalato di calcio. In un altro lavoro « *Sulla presenza di Amiloide nelle cellule cristallofore del Philodendron melanochrysum* Linden, *e del Ph. oxycardium* Schott ». pubblicato sugli Atti dell' Ist. Bot. di Pavia vol. XIV, metteva in rilievo che nel *Ph. oxycardium* Schott. e nel *Ph. melanochrysum* Linden. si forma costantemente nelle cellule, destinate a diventare cristallofore, una sostanza mucillagginosa, che si comporta come l' amiloide. Si può dunque ritenere che dal glicogeno o dall' amiloide provenga per ossidazione l'acido ossalico, che cristalizza e rimane nella cellula in cui ha avuto origine. L' A. inclina a ritenere che l' ufficio di quest' acido sia di eliminare la calce superflua, o di formare cristalli di ossalato, aventi qualche speciale ufficio biologico, e non di neutralizzare, colla formazione dell' ossalato di calcio, l' azione tossica dell' acido ossalico, come ritengono Groom, Böhm e Schimper.

E. Perrot et C. L. Gatin. — **Les Algues marines utiles et en particulier les Algues alimentaires d' Extrème Orient.** (Annales de l'Institut Océanographique, T. III, fsc. 1).

Questa memoria di più di 100 pag., ricca di figure e di 10 tavole fuori testo, passa in rassegna i vari modi di utilizzare i prodotti vegetali del fondo marino, ed i vantaggi di questi. I popoli che più approfittano delle qualità nutritive

delle alghe sono i Giapponesi e gli abitanti delle isole Hawaï e Sandwich. Gli AA. citano più di 130 specie alimentari di alghe. Le *Gliopeltis* p. e. servono a Giapponesi per preparare una colla speciale che chiamano « funori »; la *Porphyra laciniata* serve a fare una specie di pasta sfoglia detta « amanori »; coll' *Enteromorpha* si ottiene una salsa in polvere detta « awonori »; il « wakama » è un'insalata di *Ulopteryx pinnatifida*; il « Kombu », di cui la Cina soltanto consuma 3 milioni di franchi, sono pacchetti di *Laminaria* e *Alaria* seccate e compresse; da molte alghe si estraggono mucillaggini che servono come alimento, e per diversi usi industriali.

Le esperienze di Saïki, Mendel, Swartz mostrano che le alghe marine hanno proprietà alimentari ristrette; ma le mucillaggini delle alghe, aumentando il volume delle deiezioni, diluiscono i principi irritanti prodotti nel tubo digerente, e combattono la pigrizia intestinale e le stasi coprotiche create e alimentate dalle sostanze troppo assimilabili, come le carni. E questa è la ragione per cui un'esperienza più volte secolare ha mostrato l'utilità di mescolare le alghe agli altri cibi.

g. b.

BIBLIOGRAFIA

A. von Zittel. -- **Grundzüge der Paläontologie (Paläozoologie)** neubearb. von Dr. F. Broili I Abh. Invertebrata. III edizione migliorata ed aumentata con 1414 figure nel testo. München und Berlin, Oldemburg, 1910.

La comparsa di una terza edizione di questi « Elementi » — un opera così favorevolmente nota e meritamente apprezzata nelle scuole universitarie di tutto il mondo — è un avvenimento che non può esser passato sotto silenzio.

La « Paleontologia » dello Zittel, di cui gli Elementi sono un ristretto, conta ormai molti anni di vita gloriosa, ed è un pò invecchiata. L'Autore stesso dapprima, il Dott. Broili in quest' ultima edizione hanno cercato di rimediare all' effetto degli anni, con aggiunte e miglioramenti, e nel volume in esame si riscontrano diverse novità.

Così, ad es., nel capitolo dei Protozoi si è tenuto conto

della classe dei Flagellati, per includervi i Coccoliti, che erano stati trascurati precedentemente ; ai Poriferi è stata aggregata provvisoriamente la famiglia dei Recettaeulidei, la cui posizione tassonomica è tuttavia assai incerta. Il numero delle figure e la mole del volume sono alquanto aumentati. Conviene anche lodare l'abolizione di certi nomi volgari, che trovavansi aggiunti a quelli scientifici, come ad es. Pflanzentiere accanto ad *Anthozoa* e Seelilien accanto a *Crinoidea* : nomi che avrebbero avuto un significato in un libro di divulgazione popolare, non in un manuale destinato a persone colte. Alcuni di tali nomi sono però mantenuti, nè si comprende bene con qual criterio la scelta sia stata fatta.

Questo per le aggiunte e le eliminazioni ; quanto alle modificazioni vere e proprie, ci sembra che l'opera di ringiovanimento sia stata un po' diffettosa o, per meglio dire, assai ineguale. Così, mentre viene sostituito un più recente ordinamento tassonomico degli Ophiuroidei a quello in uso nell' edizione del 1903 ; mentre per gl' Insetti si trova, in luogo della vecchia, elementare e puramente zoologica classificazione, quella (se pur non scevra di difetti, certo meno imperfetta, almeno pei paleontologi) recentemente proposta nel suo grande e bel trattato dall' Handlirsch ; per altre classi ed altri tipi invece non si tiene alcun conto dei progressi fatti dalla sistematica, da parecchi anni a questa parte. Senza fermarci alla posizione tassonomica assegnata ai Poriferi come sottotipo dei Celenterati, dai quali tuttavia differiscono nei riguardi embriologici ed anatomici profondamente, citeremo solo, come esempio, la classificazione degli Echinoidi, rimasta ancora a quel binomio, assurdo nella forma e antiquato nella sostanza, di « regolari » e « irregolari » ! Eppure delle classificazioni degli echinoidi, da qualche tempo a questa parte, ne sono apparse diverse : quella del Munier Chalmas, pubblicata dal Bernard nel suo trattato del 1895 è senza dubbio più moderna, di quella che si persiste a mantenere nel manuale dello Zittel quindici anni più tardi. E non parliamo delle classificazioni proposte qua e là nei suoi lavori dal Lambert, pure in complesso assai buone.

L' opera, poi, non è scevra d' inesattezze, che per essere di dettaglio, non sono per ciò meno gravi. Così, restando, già

che ci siamo, nel capitolo degli echinoidi, *Gregoryaster* — un sottogenere della tribù *Hemiasterinae*, d'importanza del resto assai discutibile — è collocato niente meno che tra i Cassidulidi; *Heteroclypeus* ed *Hypsoclypeus*, riconosciuti come atelostomi già da quasi vent'anni, si trovano fra gli gnatostomi, e non già nella fam. *Conoclypeidae,* cui furono un tempo ascritti erroneamente, ma in quella degli *Holectypidae; Arachnoides*, che ha pilastri interni come gli *Scutellidae* è posto tra i Clipeastrini, ecc. L'enumerazione dei generi entro le famiglie è fatta spesso senza alcun criterio direttivo: così tra gli Spatangidi si vede *Opissaster* aggruppato con *Mariania*, *Brissus*, con *Moira* e *Metalia*, *Agassizia*, con *Echinocardium* e *Breynia!*

Gli errori di stampa, finalmente sono molto numerosi; spigolando sempre nel solito capitolo, troviamo in poche pagine: *Echinophycus* per *Echinocyphus*, *Hypoclypeus* per *Hypsoclypeus*, *Hybolypeus* per *Hyboclypeus*, *Melitta* e *Melteitella* invece di *Mellita* e *Mellitella*. *Heterolampus* in luogo di *Heterolampas Guettardia* per *Guettaria*, *Plerianthus* per *Plesianthus* e via dicendo. Conviene però avvertire, che non tutti i capitoli sono così scorretti come questo, che sembra, sotto tutti gli aspetti, particolarmente infelice.

Parrà forse che noi sottilizziamo troppo nel fare appunti così minuziosi; ma l'importanza del libro, la sua diffusione, i suoi stessi pregi fanno apparire più gravi queste mende, che noi abbiamo voluto rilevare espressamente, nella speranza di vederle sparire, insieme con quelle più gravi deficenze cui abbiamo avanti accennato, in una prossima edizione: alla quale non mancherà certo la sempre maggiore diffusione che indubbiamente si merita.

Dott. Giuseppe Stefanini.

A. Laborde. — **Méthodes de mesure employées en radioactivité.** — Gauthier Villars, Paris 1911. (L. 2,50).

Il bisogno di sapersi orientare nelle esperienze in cui intervengono i fenomeni radioattivi, si estende sempre più, e sarebbe difficile ricercare, disseminati nelle varie riviste, i differenti metodi per le misure, a cui ogni esperimentatore deve ricorrere. Il libro del Sig. Laborde viene in proposito a presentare un insieme di metodi e di precauzioni da usarsi per

ottenere risultati precisi in radioattività. Non soltanto descrive chiaramente le maniere per effettuare le operazioni necessarie, ma rammenta anche i principi teorici su cui si basano le esperienze. Una ricca bibliografia mette il lettore in grado di procurarsi informazioni più ampie, nei casi particolari che gli interessano.

W. Ramsay. — **La Chimie moderne.** — Tr. de l'anglais par M. H. de Miffonis. — I. P. Chimie théorique (L. 2,75). — II, P. Chimie descriptive (L. 4,50). Gauthier-Willars, Paris 1911.

Nel primo volume sono esposte le nozioni di atomo e di molecola con le leggi fondamentali che hanno condotto a questo concetto; sono riassunte le teorie della valenza, periodicità, energia; ed i criteri generali per la determinazione numerica del peso atomico. Il secondo volume porta più del primo l'impronta geniale dell'A. La preparazione dei corpi semplici, lo studio degli idruri, la storia comparata delle diverse combinazioni degli alogeni, degli idrossidi ed ossidi, la descrizione delle principali classi di acidi e sali derivanti, degli azoturi, fosfuri, boruri, carburi, siliciuri, si fanno leggere con avidità. L'ultimo capitolo è dedicato ai metalli radio-attivi, ed ai prodotti della loro decomposizione, argomento nel quale l'A. gode un'autorità incontrastata.

A. Battelli. — **Corso di Fisica per le scuole medie.** — Vol. II, L. F Pallestrini, Milano (L. 4,50).

Nella Bibliografia dell'anno decorso abbiamo annunziato la pubblicazione del Corso di Chimica e del I Volume di Fisica, del medesimo Autore: il pregio della chiarezza e modernità di vedute è mantenuto anche nel secondo volume di questo corso che non dubitiamo di affermare il miglior testo pei Licei.

Estratti di Sommari di alcuni periodici ricevuti nel mese di Novembre 1911.

Rendiconti dell'Accademia dei Lincei. — N. 8.

Giglioli. Della probabile funzione degli olii essenziali e di altri prodotti volatili delle piante, quale causa di movimenti dei succhi nei tessuti viventi. — *Scorza.* Sopra una classe di varietà algebriche a tre dimensioni con un gruppo ∞^2 di trasformazioni birazionali in sè. — *Drago.* Influenza delle scariche oscillatorie e delle onde elettriche sulla rapidità di morzamento delle oscillazioni torsionali dei fili di ferro. — *Ciusa e Vecchiotti.* Sui prodotti d'addizione dei derivati del trinitrobenzolo con alcune sostanze aromatiche azotate. — *Francesconi e Scarafia.* Essenza della Santolina Chamaecy-parissus. Formula del Santolinenone $C^{10}H^{16}O$. — *Francesconi e Sernagiotto.* Azione del cloruro di nitrosile sull'essenza del Bupleurum fruticosum. Nitrosocloruri. Derivati e prodotti di decomposizione. Aldeide didrocuminica. — *Ravenna e Babini.* Contributo allo studio sulla formazione degli alcaloidi nel tabacco. — *Schwers.* La densità e la rifrazione nel sistema furfurolo + acqua. — *Valla.* Sugli spettri di assorbimento di sali inorganici complessi. — *Parravano e Sirovich.* L'analisi termica nei sistemi quaternarii. — *Quagliarello.* La reazione del siero di sangue di alcuni mammiferi studiata col metodo elettrometrico. — *Panichi.* Sui minerali del giacimento di Tiriolo. I. Il giacimento. — *Levi.* Sulle condizioni sufficienti per il minimo nel calcolo delle variazioni. — *Politis.* Sulla presenza del glicogeno nelle fanerogame e sua relazione coll' ossalato di calcio. — *Magini.* Sul valore nutritivo del latte di bufala e del latte di vacca.

Id. — N. 9.

Angeli. Sulla reazione Angeli-Rimini delle aldeidi. — *De Lorenzo.* Caverna con avanzi preistorici presso Lagonero in Basilicata. — *Evans.* Sul calcolo del nucleo dell' equazione risolvente per una data equazione integrale. — *Sinigallia.* Sulle funzioni permutabili di seconda specie. — *Levi.* Sulle condizioni sufficienti per il minimo nel calcolo delle variazioni. — *Crudeli.* Sulle equazioni del De Saint-Venant relative alle deformazioni finite. — *Mineo.* Sulle rappresentazioni isodromiche. —

Abetti. Sul moto proprio di B + 4° 4879. — *Amadori e Pampanini.* Sulla capacità degli alogenuri potassici di dare soluzioni solide, in rapporto colla temperatura. — *Francesconi e Sernagiotto.* L'essenza di Seseli Bocconi. — *Porlezza.* Contributo alla conoscenza dello spettro a bande del tetrafloruro di silicio. — *Ravenna e Vecchi.* Sulla formazione dell'acido cianidrico nella germinazione dei semi. — *Sandonnini.* Analisi termica di miscele binarie di cloruro di calcio con cloruri di altri elementi bivalenti. — *Id.* Sull'analisi termica di miscele binarie di cloruri di elementi allo stesso grado di valenza. — *Schwers.* Risposta a una critica del Sig. A. Mazzucchelli « A proposito di uno studio recente su l'indice di rifrazione dei miscugli binari ». — *Nelli.* Il pliocene nell'isola di Citera. — *Panichi.* Sui minerali del giacimento di Tiriolo. — *Ciusa.* Sui nitroderivati aromatici. — *Rovereto.* Sulla geomorfologia del lago Nahuél Huapí e della valle del Rio Negro. — *Politis.* Sull'origine e sull'ufficio dell'ossalato di calcio nelle piante.

Atti del Reale Istituto Veneto. — Dispensa ottava.

R. Franco. Un comune italiano circondato da territorio svizzero. — *G. Stefanini.* Osservazioni sul Miocene del Friuli. — *A. Breda.* Di talune recenti pubblicazioni sulla Framboesia brasiliana o Bouba.

Idem. — Dispensa nona.

D. Meneghini. Sulla ossidazione catalitica dell'ammoniaca. — *A. Tamassia.* Le vene del dorso del piede come indice d'identità personale. — *G. A. Barbieri.* Sul persolfato di argento.

Memorie della « Società degli spettroscopisti Italiani ». — N. 10.

A. Bemporad. Misure fotometriche del nucleo della Cometa di Halley eseguite nel R. Osservatorio di Catania. — *A. Riccò.* Il IV Congresso dell'Unione internazionale per le ricerche solari.

L'Astronomie. — N. 11.

A. De la Baume. Une visite aux observatoires des États-Unis. — *Em. Touchet.* Séance du 4 octobre 1911. — *Percival Lowell et R. Jarry-Desloges.* Un magnifique spectacle celeste. — *C. F.* Premières observations de Marts. — *Ab. O. Clement et C. Flammarion.* L'étoile Fomalhaut. — *C. F.* Sur l'aggrandissement apparent des astres a l'horizon.

Ciel et Terre.

M. A. Boutquin. (Suite et fin.). — La télégraphie sans fil appliquée à la météorologie, aux previsions du temps et à l'étude de la phisique du globe. — *Fm. M. S. Navarro Neumann S. I.* Les tremblements de terre ressentis en Espagne pendant l'année 1910. — *M. Ch. Framois.*

Sur les forces qui agissent sur le pendule. (Suite). — *M. G. Quignon.* Observations de la comète Brooks 1911 c.

Le Radium. N. 11.

L. Kollowrat. Sur un tentative fait pour dèceler la conducibilità électrique du radium D. — *A. Cotton.* Sur la pureté des raies spectrales lorsque l'intensité varie rapidement. Note du travail « La théorie de Ritz du phènomène de Zeeman ». — *G. Reboul et E. Gregoire* de Bollemont. Sur l'émission des charges positives par le metaux chauffés. — *L. Bruninghaus.* Sur la loi de Stokes et sur une relation gènérale entre l'absorption et la phosplorescence. — *A. Righi.* De l'influence du-champ magnetique sur l'intensité du courant dans l'air raréfé. — *Herchfinkel.* Action de l'emanation du radium sur les sels de thorium. — *A. Turpain.* Etude et enregistrement des orages. Leur prévision.

Bulletin of the American Mathematical Society. — Vol. XVIII, n. 3.

O. Bolza. Generalizzazione del teorema di Lindelöff sulla Catenaria. — *S. Chapman.* Nota sulla teoria degli integrali sommabili. — *B. Fite.* Gruppi lineari omogenei irriducibili di ordine p^m e grado p o p^2. — Opere graduate di matematica — Rapporto del Comitato — Notizie. — *H. Mitchell.* Nota sui gruppi di collineazioni. — Nuove pubblicazioni.

Nouvelles Annales de Mathématiques. — 4ᵉ Ser. t. XI, n. 10-11.

P. Suchar. Sulle curve piane che, esse stesse, sono proprie polari reciproche. — *G. Valiron.* Sulle funzioni intere d'ordine nullo. — *E. Keraval.* Superficie generata dallo spostamento di una curva piana ecc. — *G. Valiron.* Sulla derivata logaritmica di certe funzioni intere. — *Ch. Platrier.* Un'applicazione dell'equazione funzionale di Fredholnn. — *L. Quantin de la Roëre.* Sulle coniche e le quadriche omofocali. — Corrispondenza ; Soluzioni di questioni proposte.

Periodico di Matematica. — Fasc. II.

Vercellin R. Generalizzazione d'alcune proprietà geometriche. — *Scarpis U.* Intorno alla risoluzione per radicali di un'equazione algebrica in uu campo di Galois. — *Concina U.* Di una proprietà di numeri primi. — *Carlini L.* Intorno alle soluzioni dell'equazione $x^n + y^n = z^u$.

Idem. — Fasc. III.

Andreini A. L. Sulla costruzione di un orologio solare verticale alla Villa Palmieri (Firenze). — *Palatini F.* Sulle equazioni di condizione delle reti cremoniane di rette piane.

Rassegna Mineraria. — N. 14 e 15.

L'industria minerale italiana nel 1910. — Intorno alle modificazioni da introdursi nell'insegnamento della chimica negli istituti superiori. — Conservazione del legname da miniera. — I giacimenti petroleiferi dell'Emilia. — *F. C.* L'impianto elettrico di Collhättam (Svezia) per la riduzione dei minerali di ferro. — L'industria della mica agli Stati Uniti.

L' Industria Chimica. — N. 21 e 22.

G. Castelfranco. Carbonato d'ammonio nel commercio. — *A. Klages.* Il Caucciù. — *Dottor F. Ferrari.* Per la rapidità della filtrazione. — Il limoleum e la sua moderna fabbricazione. — Sull'analisi delle sabbie monazitiche. — Preparazione industriale dell'idrogeno mediante l'aria liquida.

Revue Générale de Chimie pure et appliqueé. — N. 20 et 21.

R. Vallier. L'analyse des succres et mélanges sucrés au Laboratoire central du Ministère des finances. — *C. Berger.* Calorimètre pour la détermination des pouvoirs calorifiques des gas combustibles. — *M. Keghel.* Les réactions colloïdales et leur application à la teinture du bois. — VIII Congrès international de Chimie appliquée. — L'industrie chimique allemande.

La Technique Moderne. — N. 11.

A. Granger. La fabrication des grandes pièces en verre creux et les procédés modernes de soufflage du verre. — *C. Lemale.* Calculs des compresseurs centrifuges. — *J. Izart.* Sur le tirage rationel des générateurs de vapeur. — *G. Capart.* La protection des réseau et installations électriques contre les surtensions. — *A. G.* Les automotrices benzo-électriques dans l'exploitation du chemin de fer des minés de Carvin. — *A. Breyre.* Le creusement des puits par congélation en Campine. — *A. Marbec.* L'institution des Naval Architects. — *H. Villetard.* Applications de l'aire comprimé à la perforation des grands souterains. — *L. Meunier.* La fabrication des extraits tanniques.

Bollettino del Comitato Geologico d'Italia. — Fasc. 2 1911.

L. Baldacci. La carta geografica d'Italia. — *S. Franchi.* L'età e la struttura della sinclina piemontese. — *M. Cassetti.* Cenni geologici sul bacino solfifero del Peglio presso fossombrone (Marche).

Bollettino della Società Sismologica Italiana. — N. 4-5.

Cavasio. Sulla frequenza delle repliche nel terremoto ligure del 23 febbraio 1887. — *G. Grablovitz.* Il mareografo d'Ischia in relazione ai bradisismi. — *G. Martinelli.* La previsione dei terremoti.

Rivista Geografica Italiana. — Novembre 1911.

Memorie e Relazioni — *C. De Stefani.* Il mare e i terreni sedimentari secondo gli studi dell'ultimo cinquantennio. — *R. Biasutti.* Note morfologiche e idrografiche sulla terra d'Otranto.

Note e Comunicazioni — *A. R. Toniolo.* Il limite settentrionale dell'olivo nelle Alpi francesi. — *R. Almagià.* La geografia alla 5ª riunione della società italiana per il progresso delle scienze. — *G. B. De Gasperi.* A proposito del laghetto Schulz sull'Adamello.

INDICE

II° Semestre

ARTICOLI E MEMORIE

	Pag.
Alasia C. — Per la teoria dei gruppi . . .	52
Id. — Due luoghi geometrici	406
Cavallaro V. G. — Sul potenziale d'ordine p . .	126
Id. — Sistema di punti potenziali comprendenti i punti di Brocard	135
Id. — Nuove formule e teoremi notevoli sulla recente geometria del triangolo . . .	293
Id. — Memoria sulla recente geometria del triangolo	411-485
Craveri M. — Diversi modi di utilizzare i residui della vinificazione	41
Donazzolo P. — Pietro e Giampietro Maoletti di Serravalle di Sesia. Missionari viaggiatori del sec. XVIII	143
Guerrieri E. — Cometa di Faye (1910*e*) . . .	119
Marrassini A. e Luciani L. — Sui reperti ottenuti nell' ipofisi ed in altri organi glandolari degli animali castrati	3-97-342-323
Mezzetti. — Urbano Le Verrier nel primo centenario della sua nascita	389
Negro C. — Questioncelle sulla precipitazione atmosferica	369
Palladino P. — Les composés chimiques dans l'espace	197
Tulli A. — Verso un primo profilo di letteratura geografica sulla Tripolitania	555
Zammarchi. — Il cinquantenario di un' invenzione : l'anello di Pacinotti	515

RASSEGNA DI MATEMATICA

Alasia C.	162
Id.	573

CRONACHE E RIVISTE

Fisica.

Le esperienze di Calzecchi e quelle di E. Branly sulla conduttività elettrica delle limature metalliche — Sulla sensibilità alla luce dei preparati di selenio — Altezza delle aurore boreali . . . . . *Pag.* 172

Comete ed elettroni — L' effetto Hallwachs nel Selenio cristallino — Azioni elettromagnetiche dovute agli ioni dei metalli deviati dalla traiettoria normale per effetto di un campo — Su la razionalità dei rapporti magnetici molecolari e sul « magneton » — La radiazione penetrante sul mare — La mobilità degli ioni positivi in una fiamma — La costante solare . . 264

La Physique Solaire depuis trois siècles — Risultati recenti degli studi solari — On the pressure displacement of spectral lines — The effect of Pressure upon Arc Spectra — The Effect of pressure on the arc spectrum of vanadium 438

Chimica.

Les effets chimiques des rayons ultraviolets — Enzimi e loro applicazione nell'industria dei grassi . 63

Geografia.

Sul valore economico della Tripolitania — I principali elementi del clima di Carloforte nel decennio 1900-09 — Tavole per l'andamento annuo della temperatura in Vicenza tratte dal quarantennio 1866-1905 — La temperatura dell'aria a Chiavari nel ventisettennio 1883-1910 — Determinazione delle coordinate astronomiche di Tripoli d'Africa — La carta aeronautica internazionale — Gli alti strati dell'atmosfera — Il Gegenschein 458

Fisiologia e Zoologia.

Sul ricambio azotato dei muscoli durante il lavoro — La composizione del sudore da calore e da lavoro — Cenni su modalità diverse di alimentazione . . 68

Sull'allevamento dei bufalini e sul valore nutritivo della loro carne in confronto con quella dei bovini —

Sul valore nutritivo del latte di Bufala e del latte di Vacca 595

Botanica.

Per la protezione della Flora italiana — Sul contegno di alcune sostanze organiche nei vegetali — Ricerche sulla genesi degli alcaloidi nelle piante — Contributo allo studio sulla formazione degli alcaloidi nel tabacco — Sulla formazione dell'acido cianidrico nella germinazione dei semi — Della probabile funzione degli olii essenziali e di altri prodotti volatili delle piante, quale causa di movimenti dei succhi nei tessuti viventi — Sulla presenza del glicogeno nelle fanerogame e sua relazione coll' ossalato di calcio — Sull' origine e sull'ufficio dell'ossalato di calcio nelle piante — Les Algues marines utiles et en particulier les Algues alimentaires d'Extrême Orient 598

Bibliografia.

Jahrbuch der Naturwissenchaften 1911 — *A. Colson* L'essoir de la chimie appliquée 71

Faustini A., Il mondo polare — *Heyn E.* e *Bauer O.*, Manuale di Metallografia — *Murri A.*, L'organoterapia — *Ciamician G.*, La cooperazione delle scienze — *Meunier S.*, L' évolution des téories géológiques — *Guiart I.*, Les parasites inoculateurs des maladies — *Dürcken B.*, Die Hauptprobleme ber Biologie — *Ascoli A.*, Elementi di serologia — *Schmitt A.*, Der Ursprung des Menschen — *Sergi G.*, L'uomo secondo le origini, l'antichità, le variazioni e la distribuzione geografica — *Poppi A.*, L'ipofisi cerebrale, faringea e le ghiandole pineali in patologia — *Schmorl G.*, Ricerche istopatologiche 180

Sommer I., Introduction à la théorie des nombres algébriques — *Lazzarino O.*, Interpretazione cinetica e realizzazione meccanica del problema di Sofia Kowalewska — *Taramelli T.*, Di alcune questioni geologiche riguardanti il Lago di Garda — *Idem*, Sull'origine dello stretto di Messina — *Fabiani R.*, La regione dei Berici — *Craveri M.*, Il tufo calcareo o breccia

conchigliare dei templi di Girgenti — *Oddone E.*, Sugli accelerometri a liquido . . . . . *Pag.* 276

Raymond G., Les merveilles du mond sidéral — *Bianchi E.*, *Di Legge A.*, *Loperfido A.*, *Millosevich E.*, *Reina V.*, Latitudine astronomica del punto trigonometrico di Monte Mario in Roma determinata negli anni 1904-905 — *Bianchi E.*, La deviazione della verticale alla R. Specola al Collegio Romano — *Antoniazzi* e *Silva*, Misura diretta di una influenza perturbatrice locale sulla longitudine geografica dell'Osservatorio di Padova determinata nel 1875 — *Friedel G.*, Leçons de Cristallographie — *Tranchant L.*, La photogravure simplifiée — *Di Vestea*, Determinazione di resistenza elettrica e Batteriologiche 476

A. von Zittel, Grundzüge der Paläontologie (Paläozoologie) — *Laborde A.*, Méthodes de mesure employées en radioactivité — *Ramsay W.*, La Chimie moderne — *A. Battelli*, Corso di Fisica per le scuole medie 613

Figure intercalate nel testo.

Cavallaro G., Sistema di punti ecc. 136-137
Id. Nuove formule ecc. 295
Id. Memoria sulla recente geometria del Triangolo 412-413-415
Mezzetti, Urbano Le Verrier nel primo centenario della sua morte 392-397
Alasia, Due luoghi geometrici 409
Rossi, Effetto della pressione sull'arco di vanadio . 456
Zammarchi, Il cinquantenario di un'invenzione: l'anello Pacinotti 515

Tavole Meteoriche e Sismiche.

Pag. 94-95, 194-195, 290-291, 386-387, 482-483, 626-627.

Tavole fuori di testo.

Palladino, Les composés chimiques dans l'espace . n. 141
Marrassini e Luciani, Sui reperti ottenuti nell'ipofisi e in altri organi glandolari . . . n. 143

SCOSSE TELLURICHE NEL NOVEMBRE 1911



GRADI DELLA SCALA DI MERCALLI

★ Punti colpiti

I - Strumentale.
II - Molto leggera.
III - Leggera
IV - Sensibile o mediocre.
V - Forte.
VI - Molto forte.
VII - Fortissima.
VIII - Rovinosa.
IX - Disastrosa.
X - Disastrosissima.

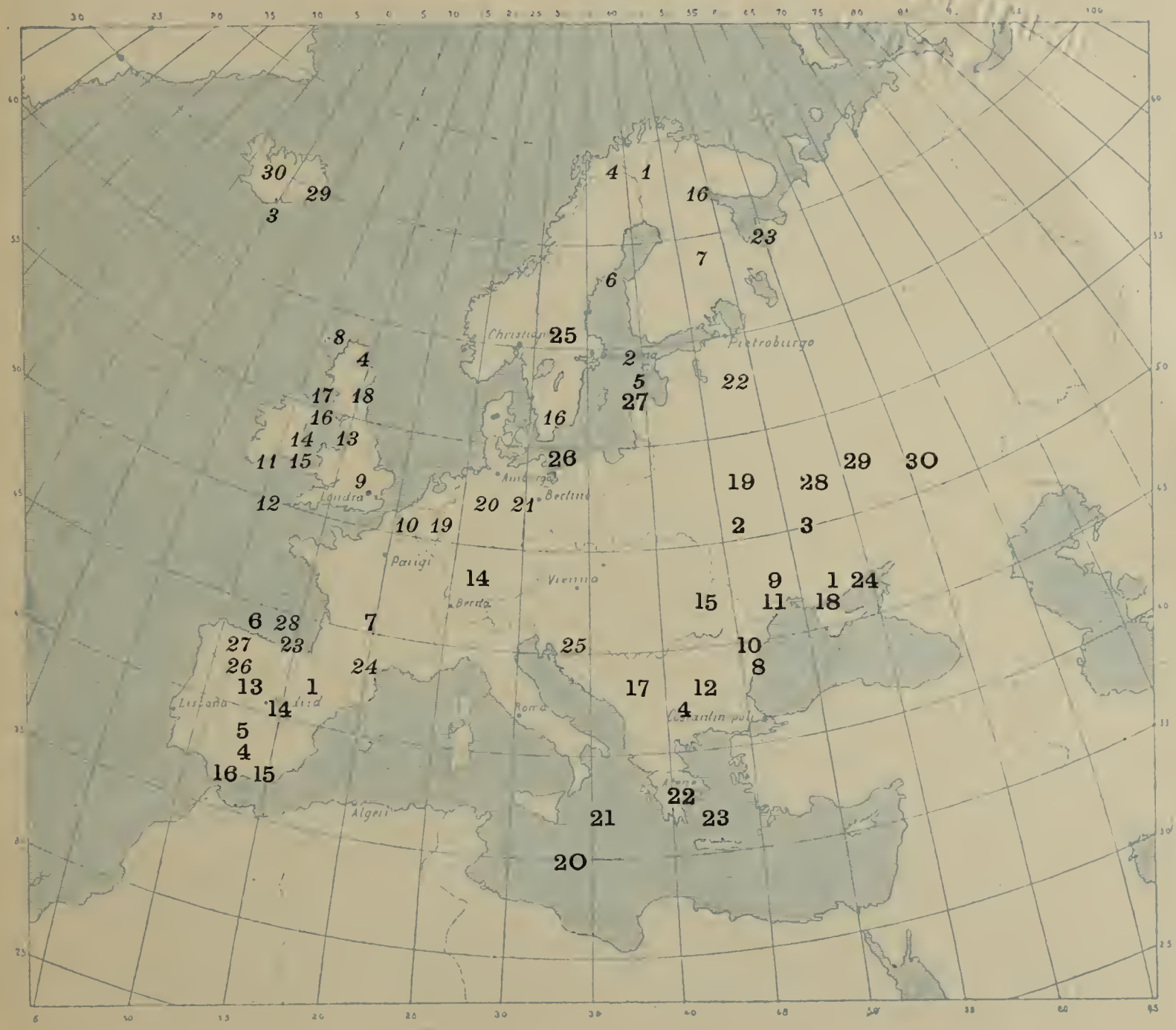
Il primo a 13 h 1/2 Siena sc. — Il 2 a 18h 50 m. Mineo sc. — Il 4 a 6 h 1/4 Bertinoro sc. — Il 5 a 20 h 1/2 Siena IV. — Il 6 a 23 h 1/2 e 24 h Messina sc. forti. — L'8 a 2 h 1/2 e 2 h 3/4 Cascia sc., 18 h 3/4 e 19 h Messina III e IV. — Il 9 a 19 h 3/4 Catania I; a 22 h 1/4 Messina I. — L'11 a 17 h 1/4 Auronzo. — Il 12 a 4 h Linguaglossa IV; a 7 h 1/2 Messina. — Il 16 a 22 h 1/2 fortissima sc. in Svizzera, avvertita in Piemonte e Lombardia. — Il 25 a 0 h 3/4 Montecassino V; a 5 h e 6 h 3/4 id. sc.

Registrazioni. — Il primo tra 10 h 1/2 e 13 h Ischia e Rocca di Papa L. — Il 2 a 18 h 40 m Mineo e Catania V, a 18 h 50 Catania V. — Il 5 a 20 h 1/2 Rocca di Papa V. — L'8 a 5 h 1/4 Ischia V; a 15 h 1/2 Taranto, Ischia, Rocca di Papa e Roma L. — Il 12 a 4 h Catania. — Il 13 a 3 h Rocca di Papa V; a 17 h 1/2 in tutti gli osservatori L. — Il 15 a 22 h 1/2 Mineo, Catania, Messina. — Il 16 a 12 h 3/4 Milcto e Taranto; a 22 h 1/2 in tutti gli osservatori. — Il 20 a 15 h 3/4 Moncalieri L, a 22 h 1/2 Taranto V. — Il 23 a 0 h 1/2 in tutti gli osservatori. — Il 26 a 3 h 1/4 Taranto, Foggia, Montecassino e Roma V. — Il 27 a 17 h 1/4 Ischia Rocca di Papa e Roma V. — Il 28 a 8 h Rocca di Papa e Roma V. — Il 29 a 17 h 3/4 Moncalieri L. — Il 30 a 2 h 1/2 Taranto, Foggia, Rocca di Papa, Roma e Moncalieri.

MASSIMI E MINIMI BAROMETRICI NEL NOVEMBRE 1911

C = ciclone
A = anticiclone

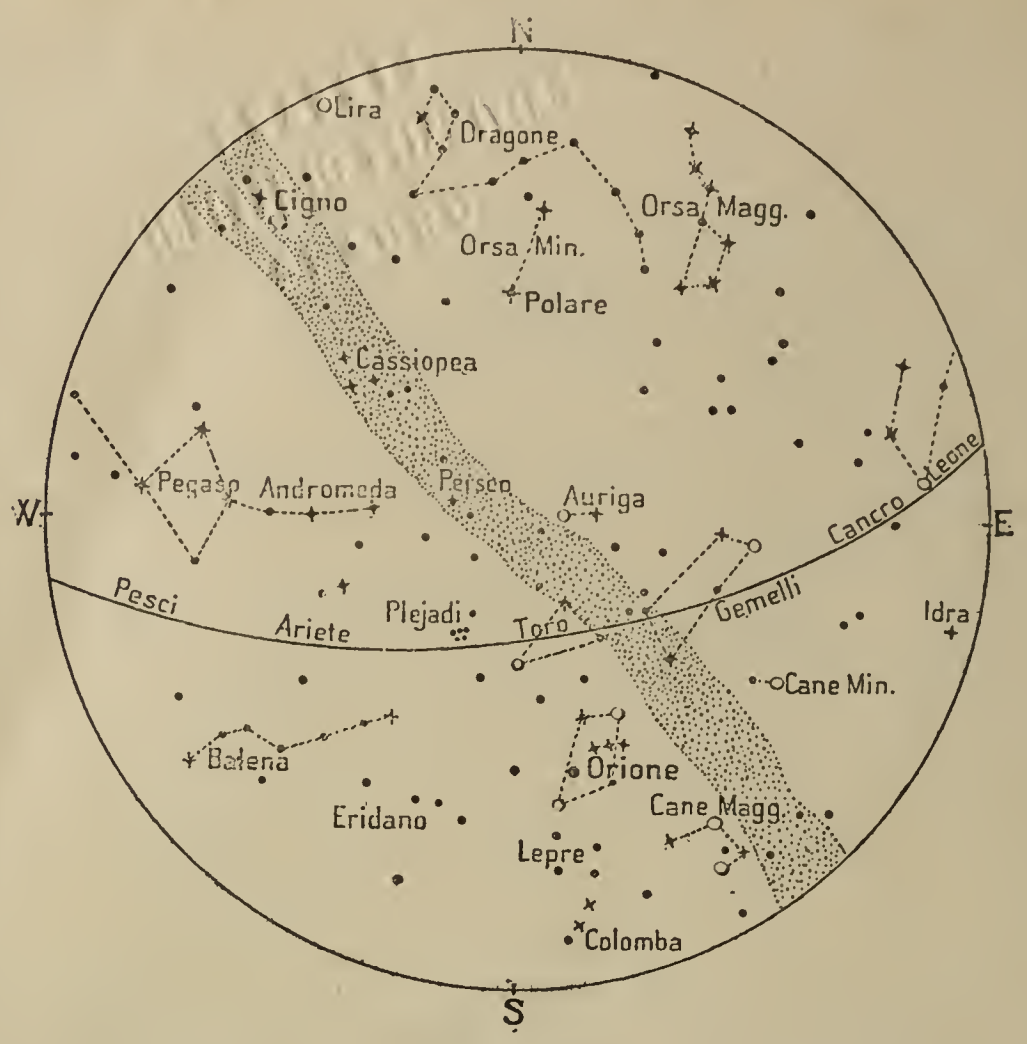
I numeri in *corsivo* indicano la data ed il luogo dei minimi; gli altri dei massimi



D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo	D.	Massimo	Minimo
1	770	738	6	774A	718C	11	771A	748	16	769A	740	21	762	736C	26	777 A	753
2	773A	745C	7	771	731C	12	770A	739	17	765A	736	22	764	740C	27	779 A	758
3	771A	730	8	770A	734C	13	774	748C	18	763	733C	23	765	742C	28	780 A	761
4	770A	740	9	773A	747	14	775A	753C	19	759	727C	24	767 A	749	29	780 A	748
5	772A	744	10	777A	753C	15	771A	745C	20	762	736	25	770 A	754C	30	779 A	724

Il primo le pressioni del giorno precedente formano due sollevamenti, uno sulla Spagna, l'altro sulla Russia meridionale, ove il 2 si chiude un antic. mentre un cicl. è chiuso sul Baltico. Il 3 il centro ant. è ancora sulla Russia meridionale, dal 4 al 6 sui Balcani. Questo giorno un altro centro ant. è sul Golfo di Guascogna, un ciclone ha il suo centro sulla Svezia. Tra i due ant. si forma sull'Italia un gorgo ciclonico, che rimane anche il 7, insieme al ciclone del Nord Europa, e l'8, mentre un centro ciclonico è sulle Ebridi, un centro antic. sul Mar Nero, un'alta pressione sulla Spagna. Il 9 l'antic. ha il centro sulla Russia meridionale, il 10 sul Mar Nero, mentre un ciclone ha il suo centro sulla Manica. L'11 centro antic. sulla Russia meridionale, il 12 sulla Bulgaria. Il 13 cicloni sulla Gran Brettagna e sull'Italia; il 14 i due cicloni sono separati da un antic.; il 15 il ciclone d'Italia ha il centro sulla Sicilia, l'antic. sulla Russia meridionale, e sulla Transilvania. Il 16 centro ant. sulla penisola Balcanica, il 17 sulla Transilvania. Il 18 centri ciclonici sulla Scozia e sul Golfo Ligure; il 19 sul Mar del Nord e sulla Val Padana: il 20 rimangono su tutta l'Europa le basse pressioni: il 21 centro ciclonico sulla Prussia, sett. con tre centri secondari: il 22 centro cicl. sulla Russia sett.; il 23 sul Golfo di Guascogna. — Il 24 cessa con un ant. sulla Russia merid., il periodo di depressioni iniziatosi il 18. Il 25 ant. sul Nord Europa, tre centri cicl. sulle regioni Mediterranee. Il 26 e 27 centro antic. sul Baltico, il 28 e 29 sulla Russia centrale; il 30 oltre che sulla Russia centrale anche sulla Baviera e sul Mediterraneo occidentale.

15 Gennaio ore 21.



Fenomeni Astronomici

Il Sole entra in Aquario a 10 h. 29 m.

Congiunzioni — Con la Luna: Nettuno il 5 a 4 h.; Giove il 15 a 7 h; Venere idem a 19 h; Mercurio il 17 a 8 h; Urano il 19 a 13 h; Saturno il 28 a 1 h; Marte il 29 a 3 h; Venere con Giove il 9 a 22 h. Venere 1° 38' N.

Opposizioni — Nettuno il 13 a 24 h.

Stazioni — Mercurio il 5 a 5 h; Saturno il 15 a 21 h.

Elongazioni — Mercurio il 16 a 4 h.

Varia — Mercurio in nodo discendente il 25 a 19 h.

PIANETI		α	δ	Passaggio
Mercurio	1	17h40m	−20.°11'	11h 11m
	11	17 46	−21. 14	10 38
	21	18 30	−22. 40	10 42
Venere	1	15 38	−16. 49	9 9
	11	16 21	−19. 22	9 18
	21	17 16	−21. 10	9 28
Marte	1	3 26	+21. 1	20 55
	11	3 30	+21. 18	20 10
	21	3 38	+21. 47	19 49
Giove	1	16 11	−20. 20	9 43
	11	16 19	−20. 41	9 11
	21	16 27	−20. 59	8 30
Saturno	1	2 47	+13. 37	20 17
	11	2 46	+13. 36	19 37
	21	2 46	+13. 39	18 57

FASI ASTRONOMICHE DELLA LUNA

L P	L N
il 4 a 14h.30m.	il 19 a 12h.10m.
U Q	P Q
l' 11 a 8h. 43m.	il 27 a 9h.51m.

PERIGEO
il 4 a 15 h.

APOGEO
il 18 a 3 h.

Sole (a mezzodì medio di Parigi = 12h . 50m. 39s t. m. Europa centr.)

Giorni	Asc. r.	Declin.	Longit.	Distanza dalla Terra in Km.	Semid.	Parallasse orizz.	Durata del passaggio del Semidiam.	Obliquità dell'ecclittica	Equazione del tempo
1	18h.42m.	−23° 6'	279°44'	146.990.000	16'18"	8" 95	1m. 11s.	23.° 27' 9."94	+ 3m.13s.
11	19 26	−21. 5	289 55	147.020.000	16 18	8 95	1 10	23. 27.10. 06	+ 7 40
21	20 9	−20. 8	300 6	147.130.000	16 17	8 94	1 9	23. 27.10. 24	+11 12

I Satelliti di Giove.

Il 2 passaggio f. del I a 7 h 14 m. — Il 9 occultazione f. del II a 8 h. 1 m.; ombra f. del III a 8h. 12 m. — Il 15 eclisse p. del I a 7h. 34 m. 34 s. — Il 16 eclisse p. del II a 8h. 21 m. 16 s.; ombra f. del I a 6 h. 58 m. — Il 20 occultazione f. del III a 6 h. 15 m. — Il 23 occultazione p. del I a 6h. 38m.; passaggio p. del I a 7h. 38 m. — Il 24 occultazione f. del I a 7h. 8m. — Il 25 ombra f. del II a 6h. 18 m. — Il 27 eclisse f. del III a 6 h. 8 m. 6 s. — Il 31 eclisse p. del I a 5 h. 50 m. 19 s.

MARCO SALVADORI - *Segretario Responsabile.*

Pavia, 1911 — Premiata Tipografia Successori Frat. Fusi.

Anno 12. Dicembre 1911. Num. 144.
Per l'Italia: Anno L. 12 — Semestre L. 7 — Per l'Estero: Anno L. 14 — Prezzo d'un fascicolo L. 1.50.

RIVISTA

DI

FISICA, MATEMATICA E SCIENZE NATURALI

PUBBLICAZIONE MENSILE

DELLA SOCIETÀ CATTOLICA ITALIANA PER GLI STUDI SCIENTIFICI

SOMMARIO

Articoli e Memorie:

V. G. CAVALLARO - Memoria sulla recente geometria del triangolo . . . . *Pag.* 485
A. ZAMMARCHI - Il cinquantenario di un' invenzione: l'Anello Pacinotti . . . . » 515
A. TULLI - Verso un primo profilo di letteratura geografica sulla Tripolitania . . . » 555
La Medaglia Commemorativa della Nuova Specola Vaticana . . . . . » 571

Rassegna di Matematica

C. ALASIA . . . . . *Pag.* 573

Cronache e Riviste:

ZOOLOGIA e BIOLOGIA . . . . . » 595
BOTANICA . . . . . » 598
BIBLIOGRAFIA . . . . . » 613
ESTRATTI DI SOMMARI . . . . . » 617
INDICE . . . . . » 622
SCOSSE TELLURICHE NEL NOVEMBRE 1911 . . » 626
MASSIMI E MINIMI BAROMETRICI NEL NOVEMBRE 1911 » 627
GLI ASTRI NEL GENNAIO 1912 . . . . . » 628

DIRETTORE - CARD. PIETRO MAFFI ARCIV. DI PISA

PISA
REDAZIONE E AMMINISTRAZIONE
SEMINARIO

PAVIA
PREM. TIP. SUCC. FRAT. FUSI
LARGO DI VIA ROMA N. 7.

1911

Conto Corrente colla Posta.

RINALDO DAMIANI & FIGLIO

VENEZIA

S.S. Giovanni e Paolo N. 6480 — Palazzo Bragadin

Forniture complete per gabinetti di

CHIMICA, FISICA, GEOGRAFIA,
SCIENZE NATURALI, AGRARIA,
TOPOGRAFIA, DISEGNO E COSTRUZIONE

Strumenti di

MEDICINA E CHIRURGIA

PRODOTTI CHIMICI PURISSIMI PER ANALISI

RIPARAZIONI

Cataloghi gratis e preventivi e richiesta.



LIBRERIA ASTRONOMICA E GEOGRAFICA

G. THOMAS

Direzione: Rue de Sommerard 11 — PARIS — *Officine:* Rue de Latran 6

Costruzione di strumenti per Astronomia

Modelli del sistema planetario con movimento d'orologeria o a mano

Dischi solari — Cosmografi

Sfere celesti — Modelli in rilievo della Luna
(circonferenza 90 cm.)

Fabbrica di Globi Geografici

Facilitazioni agli Istituti di educazione

Cataloghi gratis.



FABBRICA DI CRONOMETRI

PAUL DITISHEIM

LA CHAUX-DE-FONDS (Suisse)

Primo ai concorsi:

dell'Osservatorio astronomico di Neuchâtel
dell'Osservatorio navale degli Stati-Uniti a Washington
dell'Osservatorio reale di Kew-Londra.
Laboratorio fisico nazionale, Londra.

Cronografi registratori portatili
Paul Ditisheim
scriventi le osservazioni su nastro ogni 1/100 di secondo
Orologi ed altri apparecchi cronometrici per Osservatori,
per operazioni geodetiche, per laboratori e missioni scientifiche.

Si pregano tutti gli abbonati che non sono in regola con l' Amministrazione, ad inviare sollecitamente a Pisa la loro quota del 1911, onde possiamo chiudere la partita amministrativa, che per il nuovo anno è assunta dalla Libreria Editrice Fiorentina. A questa libreria abbiamo passate le quote per il 1912 che già abbiamo ricevute.

Ai Lettori

Col presente fascicolo la ***Rivista*** *compie il suo dodicesimo anno di vita, non infruttuosa, grazie alla saggia cooperazione di esimi scrittori e di fedeli abbonati.*

Nel 1912 la ***Rivista*** *sarà stampata a Firenze, dalla Libreria Editrice Fiorentina, che ne assume anche l'Amministrazione. Nell'accomiatarci da Pavia sentiamo il dovere di attestare su queste pagine la nostra riconoscenza alla Tipografia Succ. Fusi, che per 12 anni ci ha servito mostrando rara competenza e modernità di tecnica negli svariati argomenti che abbiamo trattato.*

La ***Rivista*** *lascia con rincrescimento il suo primo nido; ma il bisogno di questa mutazione, che si fece sentire quando il nostro Direttore lasciò Pavia, divenne una necessità, allorchè Mons. Rodolfi fu assunto alla sede episcopale di Vicenza.*

Sulle sponde dell'Arno, popolate di case e d'uliveti, non verrà meno la memoria della spazioza ed ubertosa Valle Padana, che il genio idraulico fece ricca di acque limpide e correnti; e qua, come sul Ticino, la ***Rivista*** *continuerà a prestare l'opera sua agli indagatori delle leggi mirabili che governano la Natura.*

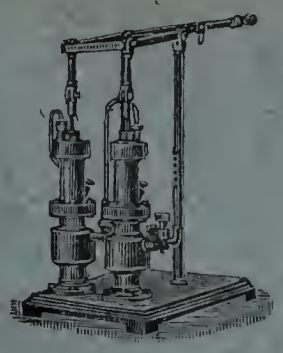
Per la Redazione

Dott. Marco Salvadori.

POMPE VACUUM - GERYK

Brevetti Fleuss

(N.o del Brevetto 61)



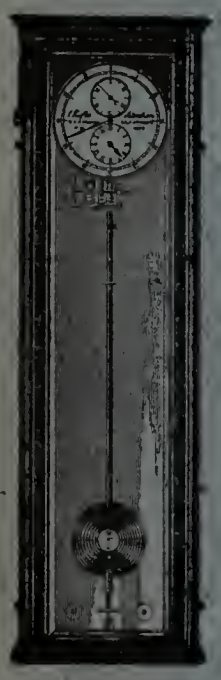
Produzioni esclusive della

PULSOMETER ENGINEERING CO. LTD.

LONDON & READING - INGHILTERRA

Ogni pompa è sperimentata dall'Ufficio di soprintendenza dei brevetti. — Questo sistema di pompe ha un' estesissima riputazione presso i principali cultori delle scienze fisiche ed è usato nei più importanti istituti scientifici dell'Europa e dell' America.

La pompa « GERYK » ottenne il Diploma d'onore e la medaglia d'oro all'esposizione di Torino 1911



CLEMENTE RIEFLER

FABBRICA DI STRUMENTI MATEMATICI

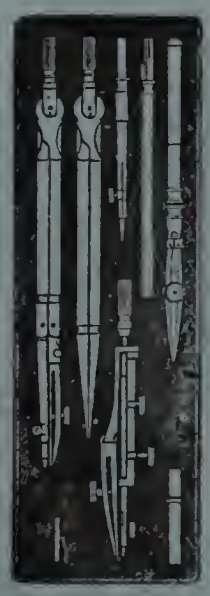
Nesselwang e Monaco (Baviera)

— Compassi di precisicne —
— Cronometri con pendolo a secondi —
— Pendoli di Nichel a compensazione —

Gran Premio Parigi 1900 - S. Louis 1904 - Liegi 1905
Due grandi premi a Bruxelles 1910

Catalogo illustrato gratis.

(Esigere sugli strumenti la marca di fabbrica « **Riefler** »)





R. MAILHAT

Costruttore di apparecchi di precisione

Fornitore dell'Osservatorio e della Facoltà di Scienze di Parigi, del Bureau des Longitudes, ecc. - 10 Rue Emile Dubois - Paris

Per i dilettanti di Astronomia e per le Scuole

Cannocchiali a latitudine variabile, adatti a seguire un astro come coll'equatoriale. Sostegno con tre bracci e viti di livello, bussola e livello per l'orientazione: arco di cerchio graduato per le latitudini, asse orario, asse di declinazione: cannocchiale a doppio tiraggio, di cui uno a vite, peso d'equilibrio ecc. Il cannocchiale e gli oculari sono chiusi in una scatola con chiave e maniglia.

N. di Catalogo	Diametro dell'obiettivo in mm.	Prezzo
26	75	L. 360
27	81	» 426
28	88	» 550
29	95	» 625
30	102	» 750

CATTANEO ANGELO

FORNITORE DEI R. PALAZZI DEMANIALI

Meccanico del Gabinetto di Fisica del R. Liceo Beccaria

FORNITORE DI COLLEGI E DI SEMINARII

FABBRICA E RIPARA

APPARECCHI DI FISICA

MILANO — VIA UNIONE N. 9 — MILANO



Ditta F. KORISTKA

MILANO - *Via Revere N. 2.* - **MILANO**

UNICA FABBRICA NAZIONALE DI MICROSCOPI

Ditta fornitrice

di tutti i Gabinetti Universitarî del Regno

MICROSCOPIO PER BATTERIOLOGIA

completo, composto di **Stativo grande modello** IV *a* con tavolino girevole rotondo a viti di centramento e per lo spostamento anche del preparato, apparato Abbe e diaframma ad iride, revolver, obbiettivi 3 e 7* a secco, 1/12" immersione omogenea, oculari 2, 3 e 4, ingrandimenti fino a 1000 diametri **L. 410.**

Lo stesso col nuovo Stativo III *a* con impugnatura e movimento micrometrico comandato da bottoni laterali (seconda figura) **L. 470.**

MICROSCOPI SPECIALI PER MINERALOGIA

» » FOTOGRAFIA

APPARECCHI COMPLETI DA MACRO E MICROPROIEZIONE

Catalogo generale gratis di MICROGRAFIA

OBBIETTIVI FOTOGRAFICI Brevetto Zeiss

ED APPARECCHI FOTOGRAFICI

Catalogo relativo gratis.

UNIVERSITY OF ILLINOIS-URBANA
505RIV C001
RIVISTA DI FISICA, MATEMATICA E SCIENZE
24 1911
3 0112 016709351